

DISEÑO DE CARRETERAS

TECNICA Y ANALISIS DEL PROYECTO

SEXTA EDICION

La Sociedad Colombiana de Ingenieros otorgó a este libro el premio "Diodoro Sánchez" como la mejor obra técnica publicada en el país en 1.970. No se registra distinción alguna posterior sobre la materia hasta el presente.

Por el ingeniero

PAULO EMILIO BRAVO

- *Ex-profesor de Diseño Geométrico de Carreteras en el Instituto de Vías para graduados de la Universidad del Cauca y en la Facultad de Ingeniería Civil de la misma.*
- *Ex-jefe de trazado y de construcción de carreteras y ex-miembro de la Junta de Licitaciones, Contratos y Precios del Ministerio de Obras Públicas y Transporte.*
- *Condecorado por el Presidente de la República con la placa de Gran Oficial de la "Orden al mérito Julio Garavito". (Decreto 981 de 1973).*
- *Titulado "Profesor Emérito" de la Universidad del Cauca por servicios docentes en la Facultad de Ingeniería Civil. (Noviembre 11 de 1979).*
- *Condecorado con la Medalla "Universidad del Cauca", máxima distinción del claustro, en el rango de "Profesor Eminente". (Noviembre de 1981).*
- *Director de la firma de ingeniería de consulta "Paulo Emilio Bravo y Cia. Ltda.", fundada en enero 14 de 1974.*

ISEÑO DE CARRETERAS

TECNICA Y ANALISIS DEL PROYECTO

SEXTA ~~EDICION~~



La Sociedad Colombiana de Ingenieros otorgó a este libro el premio "Diodoro Sánchez" como la mejor obra técnica publicada en el país en 1.970. No se registra distinción alguna posterior sobre la materia hasta el presente.

Por el ingeniero

PAULO EMILIO BRAVO

Ex-profesor de Diseño Geométrico de Carreteras en el Instituto de Vías para graduados de la Universidad del Cauca y en la Facultad de Ingeniería Civil de la misma.

— Ex-jefe de trazado y de construcción de carreteras y ex-miembro de la Junta de Licitaciones, Contratos y Precios del Ministerio de Obras Públicas y Transporte.

— Condecorado por el Presidente de la República con la placa de Gran Oficial de la "Orden al mérito Julio Garavito". (Decreto 981 de 1973).

Titulado "Profesor Emérito" de la Universidad del Cauca por servicios docentes en la Facultad de Ingeniería Civil. (Noviembre 11 de 1979).

Condecorado con la Medalla "Universidad del Cauca", máxima distinción del claustro, en el rango de "Profesor Eminente". (Noviembre de 1981).

Director de la firma de ingeniería de consulta "Paulo Emílio Bravo y Cia. Ltda.", fundada en enero 14 de 1974.

NOTA DEL AUTOR

Este libro fue publicado inicialmente con el propósito de ofrecer a profesores y estudiantes universitarios de ingeniería de vías terrestres un compendio detallado del proceso de labores y cálculos que requieren la selección de ruta, el diseño geométrico y la localización de carreteras y la disposición de operaciones que permitan posteriormente escoger, con criterio económico, los sistemas de transporte en el movimiento de tierra durante la construcción.

La aspiración primordial del autor, al realizar este estudio, fue la de presentar un texto guía a los profesores en esta área académica, susceptible de ser ampliado en los múltiples aspectos de la materia, mejorado con explicación de métodos actualizados o más ágiles y corregido en cuanto hubiere lugar. El libro pretende realizar y transmitir un acopio mínimo de conocimientos en las sucesivas etapas del proyecto y localización de una vía carretable con especificaciones cualesquiera, mínimo que naturalmente comprende lo esencial de los estudios al respecto.

Fuera de los estamentos universitarios el libro ha merecido deferente acogida por parte de profesionales del cuerpo de ingenieros colombianos, dedicados al estudio de vías de comunicación y particularmente el valioso estímulo de las firmas consultoras en el ramo. Se ha considerado que, además de su alcance didáctico, el conjunto de normas y técnicas que expone constituye un aporte eficiente en la práctica profesional y que las tablas y cuadros que contiene para adopción de especificaciones de diseño están precedidos de demostraciones matemáticas que facilitan su interpretación y aplicación.

Durante los veintitrés años que cumple la publicación de este estudio ha ganado la aquiescencia docente de casi todas las escuelas de ingeniería civil existentes en Colombia y en institutos de posgrado, en el ramo de vías terrestres.

Para la reedición de un libro técnico es indispensable revisar su texto a fin de actualizar teorías y prácticas, aclarar conceptos, desechar métodos obsoletos y enmendar errores. Así, esta nueva edición adopta la Clotoide como espiral de transición en el diseño de la curvatura horizontal de una carretera, se suprime la Tabla de valores para localización directa y se reemplaza por un método de labores y cálculos efectuados en el terreno con auxilio de calculadoras manuales; se precisan en el diseño en perfil la longitud de la espiral y la longitud de transición del peraltado al pasar de tangente a curva, y se aclara la expresión esquemática que permite determinar la zona de influencia de una vía en proyecto. Se agrega un capítulo sobre drenaje de un proyecto vial, complemento de primer orden de éste, como quiera que del funcionamiento del sistema de desagües depende la vida útil de la vía y la eficacia de su mantenimiento.

BIBLIOGRAFIA

- Criterio Geométrico para Diseño de Carreteras.* Ministerio de Obras Públicas de Colombia, 1970.
- Manual de Proyecto Geométrico de Carreteras.* Secretaría de Obras Públicas de México, 1971.
- A Policy on Geometric Design of Rural Highway.* AASHTO. Edición 4a. Washington, 1967.
- Levantamiento y Trazado de Caminos.* Thomas F. Hickerson. Edición 5a. Traducida. México, 1969.
- Highway Engineering.* V. Babkov y M. Zamakhayev. Traducción inglesa. Moscú, 1967.
- Caminos.* José Luis Escario. Edición 5a. Madrid, 1967.
- Diseño Geométrico Avanzado.* Armando Robert, de la UNESCO. Bogotá, 1967.
- Highway Location Analysis.* Paul O. Roberts and John H. Suhrbier, de M.T.I, 1966.
- Ingeniería de Tránsito.* Rafael Cal y Mayor. México, 1966.
- Estudio y Proyecto de Carreteras.* Jacob Carciente. Universidad de Venezuela. Caracas, 1965.
- El Arte de Trazado de Carreteras.* De La A.I.D., 1965.
- Proyecto Geométrico de Carreteras Modernas.* John Hugh Jones. Traducción española. México, 1963.
- Ingeniería de Carreteras y Aeropuertos.* Adrian R. Legault. Edición en español. México, 1962.
- Ingeniería de Carreteras.* Hewes & Oglesby. Segunda edición española. México, 1960.
- Las Carreteras Modernas.* Erwin Neumann. Texto alemán traducido. Barcelona, 1955.
- Ingeniería de Carreteras.* H. John Collins y C. A. Hart, ingleses. Traducido. Madrid, 1953.
- Trazado y construcción de Caminos.* Jorge Triana. Bogotá, 1937.
- La Moderna Construcción de Carreteras.* H. Hentrich. Texto alemán traducido. Buenos Aires, 1934.
- Railroad Construction.* Walter Loring Webb. New York, 1926.

CONTENIDO

CAPITULO 1	SISTEMAS CONVENCIONALES DE TRAZADO	— 1
	Terrenos planos y escarpados. Trazado antepreliminar. Línea de pendiente. Croquis de trazados antepreliminares. Trazado preliminar: tránsito, nivelación y topografía. Coordenadas y sistema de dibujo. Plano reducido. Modelos de carteras de campo y de oficina.	
CAPITULO 2	ALINEAMIENTO HORIZONTAL Y LOCALIZACION	— 34
	Curvas circulares simples. Nomenclatura y elementos. Cuerdas y grados. Cálculo y localización de una curva por deflexión. Obstáculos, modificaciones y limitaciones en la localización. Análisis y solución de problemas de campo. Curvas compuestas.	
CAPITULO 3	ESTUDIOS DE FACTIBILIDAD VIAI	— 93
	Descripción de la fase 1. Estudios sobre documentos. Reconocimientos en el terreno. Estimativos y Recomendaciones. Proceso de la fase 2. Geología de Ingeniería y Geotecnia. Condiciones de estabilidad. Materiales de construcción. Soluciones y recomendaciones. Alcances de la fase 3. Estudios de prefactibilidad.	
CAPITULO 4	LOCALIZACION DIRECTA	— 100
	Procedimiento de operación y cálculo de los elementos requeridos en el terreno: Fundamentos del sistema. Método de localización simultánea con el proyecto. Elaboración del perfil del fondo de los cursos de agua. Tablas de radios de curvatura para cuerdas de 5.00 y 10.00 m.	
CAPITULO 5	CONTROLES DE DISEÑO GEOMETRICO	— 117
	Tráfico. Volumen promedio diario y horario. Métodos de conteo. El tráfico como norma de diseño. Su composición. Predicción del tráfico para el año meta. Estudios de origen y destino. Capacidad. Zona de influencia de una vía y su determinación. Velocidades de operación y de diseño.	

CAPITULO 6 DISEÑO GEOMETRICO DE CARRETERAS _ 140

Diseño en planta. Curvatura y peralte en función de la velocidad y de la fricción. Radios mínimos. La Clotoide como espiral de transición. Deducción de fórmulas. Cálculo y localización de curvas espiralizadas. Modelo de cartera de campo. Transición del peraltado en curvas con espiral o simples. Sobreancho en las curvas. Entretangencias. Bermas. Tabla de Hickerson.

CAPITULO 7 DISTANCIAS DE VISIBILIDAD _____ 196

Mínima distancia de frenado en tramos a nivel y en pendiente. Tablas. Distancia de visibilidad de paso. Normas americanas y colombianas. Visibilidad en curvas horizontales y su comprobación. Tortuosidad de una carretera. Longitud virtual de una vía.

CAPITULO 8 EL DISEÑO EN PERFIL _ 219

Pendiente máxima y mínima. Longitud crítica de la pendiente. Influencia de la altitud y de la curvatura en la pendiente. Curvas *verticales* parabólicas. Longitud mínima de las curvas *convexas* y *cóncavas* con visibilidad de frenado. Parámetros. Gráficos para determinar las longitudes mínimas. Tablas para cálculo y diseño de curvas *verticales*.

CAPITULO 9 VOLUMENES PARA LA CONSTRUCCION _____ 301

Clasificación de secciones *transversales* en una línea localizada. Estacas de chaflán. Cálculo de áreas y de volúmenes. Los *volúmenes* en las curvas. Métodos prácticos. Modelo de cartera para cubicación. Referencias de puntos del eje de la *vía* para su replanteo en la construcción.

CAPITULO 10 SISTEMAS DE MOVIMIENTO DE TIERRA ____ 349

Excavación, transporte y formación de terraplenes. Variabilidad volumétrica de los materiales en el proceso de construcción. Coeficientes de expansión y de compactación. Diagrama de masas. Distancia libre de transporte y sobreacarreos. Utilidad del diagrama en la economía de costos.

CAPITULO 11 EL DRENAJE EN CARRETERAS _ 373

Datos de cálculo. Diseño de cunetas. Tipos de obras de drenaje. Localización de las obras. Consideraciones geotécnicas relacionadas con la cimentación de alcantarillas. Cálculo de aguas máximas para estructuras mayores de drenaje. Determinación del nivel de aguas máximas.

CAPITULO

SISTEMAS CONVENCIONALES DE TRAZADO

La carretera es una faja de terreno con un plano de rodadura especialmente dispuesto para el tránsito adecuado de vehículos y está destinada a comunicar entre sí regiones y sitios poblados. Este tipo de vía se distingue por la denominación de los puntos geográficos que vincula o va a vincular, si está en proyecto, los cuales constituyen los puntos de control primario. Los estudios para trazado y localización de una carretera cubren 5 etapas, así:

- a) Reconocimiento o exploración, que es un examen general del terreno para determinar la ruta o rutas posibles de unión entre los puntos primarios de control que se señalan al ingeniero de vías.
- b) Trazado antepreliminar o selección de ruta, en el cual se adopta la mejor o las mejores ubicaciones de ésta con indicación de puntos secundarios de control y de pendientes longitudinales y distancias.
- c) Trazado preliminar, que se realiza sobre la ruta escogida con aparatos de precisión para el levantamiento topográfico de una zona de terreno en la cual va a proyectarse.
- d) Proyecto, que comprende los diseños en planta y en perfil del eje de la vía, elaborados en la oficina con observancia de las normas que regulan el diseño geométrico de carreteras.
- e) Localización, consistente en las labores necesarias para transferir al terreno el eje de la vía determinado en el proyecto en planta.

Reconocimiento o exploración

Del punto de vista topográfico los terrenos pueden clasificarse en tres tipos: plano, ondulado y escarpado.

En terrenos **planos**

Cualquiera que sea el tipo de terreno entre los puntos de control primario debe determinarse, como primera medida, la orientación de la línea recta que los una. Esto se logra con ayuda de mapas de la región, si los hubiere, o con el recorrido cuidadoso, a pie o a caballo y en ambos sentidos, de los caminos primitivos que sirvan de comunicación entre aquellos puntos. Los vuelos en avión o, mejor, en helicóptero, prestan en la actualidad la más apropiada colaboración a este objetivo.

Si bien la línea recta aparenta la mejor solución para unir dos puntos en terrenos planos, las exigencias ulteriores de seguridad en el tránsito de los vehículos desaconsejan seriamente el uso de tangentes demasiado largas, ya por el encandilamiento que ocasiona en los conductores la oposición de las luces nocturnas, ora por la fatiga y la propensión al sueño que en ellos produce la monotonía de su actividad en tales recorridos.

En terrenos **ondulados** o **escarpados**

El factor determinante en todo reconocimiento o exploración en terrenos ondulados o escarpados es el de la pendiente longitudinal que se estipule para la Vía. En este caso, la orientación que pueda determinarse de la recta imaginaria entre dos puntos consecutivos de control primario servirá para ceñir lo más posible a ella la dirección general del trazado, pero serán las líneas de pendiente que se prueben en esa dirección las que indiquen las rutas posibles por adoptar.

El reconocimiento en este tipo de terrenos resulta más complejo que en los planos, pues en los recorridos sobre el terreno, en uno y otro sentido, pueden determinarse puntos de control secundarios en el fondo de las hoyas de corrientes de agua y en la parte alta de las cordilleras o de sus estribaciones, con el doble criterio de que se aparten lo menos posible de la dirección rectilínea entre los sitios que van a comunicarse y que aquellos puntos puedan unirse con líneas de pendiente aceptable. Las diferentes alternativas que ofrecen los pasos altos y bajos dan lugar a diversidad de rutas cuyo análisis comparativo debe adelantarse después con base en factores de distancia, de pendiente, de inclinación trasversal y clase de terreno, de número y magnitud de obras de drenaje u otras estructuras.

El sitio de paso por un río, denominado "ponteadero", puede constituir un punto forzoso de control por características de excepción para construir allí el puente. Lo propio puede ocurrir con el sitio menos alto de una serranía, denominado "depresión", que haga factible el acceso a él con una pendiente adecuada.

El auxilio del avión en reconocimiento o exploración en terrenos accidentados es mucho más útil que en los planos. Sobrevolando en ambos sentidos, las veces que sea necesario, la región comprendida entre los puntos primarios de control de una vía por estudiar, puede fijarse en primer término, la orientación precisa de las rectas que los unen. Además, al observador en vuelo se presenta el panorama topográfico completo sobre el cual podrá determinar la ruta o rutas posibles para el trazado, escogiendo los puntos secundarios de control que puedan identificarse claramente después en las labores de tierra, como árboles aislados, casas, desmontes, caminos, etc.

El ingeniero de reconocimiento debe estar provisto, para sus labores, de un barómetro aneroide, de una brújula de bolsillo, de un binóculo y de una cámara fotográfica.

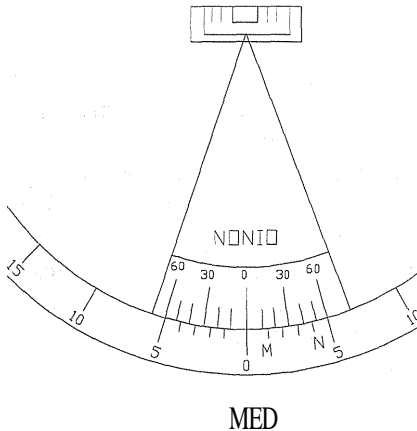
Trazado antepreliminar

En terrenos planos, en las labores de reconocimiento puede efectuarse la selección de ruta y procederse al trazado preliminar. No así en terrenos ondulados o escarpados, en los cuales, una vez señalados los puntos secundarios de control, debe estudiarse entre éstos el trazado antepreliminar, o sea la determinación de un eje para la vía que satisfaga, en primer lugar, las condiciones de pendiente previstas.

Para determinar la línea de pendiente entre dos puntos de nivel diferente se utiliza un clisímetro, es decir, el aparato destinado a medir la inclinación o pendiente del terreno. El más sencillo y práctico de estos aparatos, con aproximación de medida suficiente para trazado de carreteras, es el nivel de mano denominado Abney, cuyo uso es ampliamente conocido.

Como la escala de medida de las pendientes radica en la división sexagesimal del sector del limbo en donde se desplaza el índice del Abney, es necesario establecer la sensibilidad o grado de aproximación

del aparato con que se trabaja. Lo cual se consigue mediante aplicación de la fórmula deducida del siguiente modo:



- Figura 1 -

En la figura 1 se enseñan el limbo y las dos ramas del nonio de un nivel Abney. Se denomina G cada una de las divisiones del limbo y (g) cada una de las del nonio.

Si se toma un arco MN común a ambos círculos, equivalente a (n) divisiones de una rama del nonio y a (n - 1) de las del limbo, se tiene:

$$(n - 1)G = ng$$

$$nG - G = ng$$

$$nG - ng = G$$

$$n(G - g) = G$$

$$G - g = (G/n) = S \text{ sensibilidad}$$

La sensibilidad del nonio es, pues, la diferencia de magnitud entre la división del limbo y la del nonio y se calcula por el cociente entre el valor de la menor división del primero y el número de divisiones del segundo. Con los datos de la figura 1, por ejemplo, la sensibilidad o aproximación se obtiene dividiendo un grado, o sean 60 minutos, por 6 que son las divisiones del nonio:

$$S = (G/n) = (60'/6) = 10'$$

Se deduce así que, en un Abney del tipo indicado, pueden leerse ángulos con aproximación de 10 minutos.

Dado que la pendiente en tanto por uno de un plano inclinado es la tangente del ángulo que ese plano forma con la horizontal, puede elaborarse una tabla de pendientes en tanto por ciento y de los respectivos ángulos de inclinación en grados, como la que se presenta en seguida. Para marcar en el Abney cualquiera de los ángulos que aparecen en esta tabla, las fracciones en minutos deben ajustarse al múltiplo de 10 mas inmediato, si 10' es el grado de aproximación del nivel de mano utilizado.

Pendientes en		y grados	
%	Grados	%	Grados
0,5	0°17'	4,5	2°35'
1,0	0°34'	5,0	2°52'
1,5	0°52'	5,5	3°09'
2,0	1°09'	6,0	3°26'
2,5	1°26'	6,5	3°42'
3,0	1°43'	7,0	4°00'
3,5	2°00'	7,5	4°18'
4,0	2°17'	8,0	4°35'

Regla Prácti

Cuando no se tiene a mano una tabla de pendientes puede aplicarse la siguiente regla práctica, que se debe al ingeniero venezolano Andrés Reverón Larre: dada una pendiente en tanto por ciento se determina el ángulo respectivo tomando la mitad de la cifra significativa que expresa esa pendiente, la cual indicará los grados, y multiplicando por cuatro la misma cifra se obtienen los minutos. Por ejemplo, el ángulo que corresponde a la pendiente del 4% se determina así:

$$(4/2) = 2^\circ \text{ Y } 4 \times 4 = 16' \text{ o sea } 2^\circ 16'$$

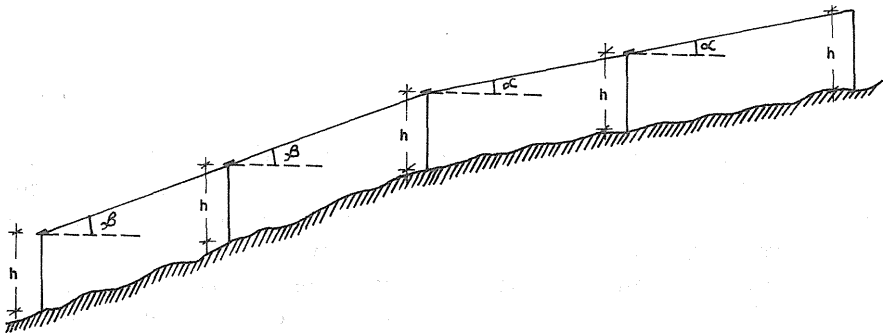
El ángulo correspondiente al 5,5% será:

$$(5,5/2) = 2,75 = 2^\circ 45' \text{ Y } 5,5 \times 4 = 22' \text{ Más } 2' \\ \text{Esto es } 3^\circ 08'$$

Para pendientes del 5% o más, al resultado obtenido se agregan 2 minutos. En efecto: $\text{tag } 3^\circ 08' = 0,05474$

Línea de pendiente

Para trazar sobre el terreno una línea con determinada pendiente se toman dos varas o listones iguales, de 1,45 a 1,50 metros de longitud; sobre uno de ellos, situado en el punto de partida, se coloca el nivel Abney en el cual se marca el ángulo correspondiente, nivel utilizado por un cadenero; en el sentido de avance, otro cadenero porta la segunda vara y se sitúa en donde le indique la visual del Abney dirigida a la cabeza de esa vara; se traslada a ese punto la vara del Abney y se repite la operación con el cadenero de adelante en forma sucesiva; simultáneamente van midiéndose las distancias y abscisándose con estacas la línea de pendiente así trazada. En la figura 2 se da idea del procedimiento. I

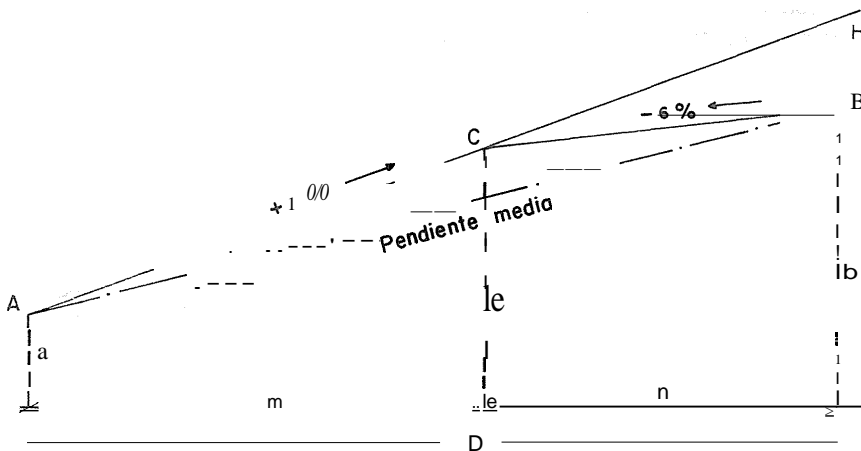


- Figura 2 -

En un par de columnas de una cartera se anotan las abscisas y la longitud de los tramos correspondientes a cada pendiente utilizada a lo largo de la línea.

En el tramo de una línea de pendiente para unir con ella dos puntos de diverso nivel, pueden presentarse tres casos: a) que la pendiente natural entre ellos coincida con la pendiente máxima estipulada; b) que aquella pendiente sea menor que la máxima; c) que tal pendiente sea mayor que ésta.

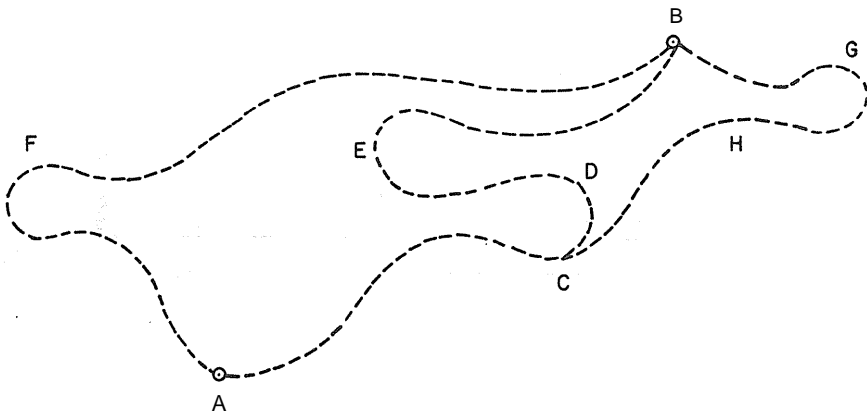
- a) En el primer caso no hay problema alguno, pues la coincidencia entre las dos pendientes referidas, hace la operación sencilla y obvia.
- b) El segundo caso se presenta cuando al recorrer el trayecto con pendiente máxima se llega a su término con una cota superior a la del punto señalado. El problema se resuelve de dos maneras: trazando en sentido contrario desde este punto, una línea de pendiente menor hasta la intersección con la primera, o calculando una pendiente media entre los dos puntos dados con base en la distancia entre ellos, medida al recorrer las líneas opuestas, y en la diferencia de cotas de tales puntos determinada por las distancias y pendientes respectivas de las líneas en referencia.



- Figura 3 -

Sean los puntos A y B, dados en perfil, y (a) la cota conocida del primero (Fig. 3). Supóngase que partiendo de A, con una pendiente máxima de 7%, se llega a un punto H de cota superior a la de B. Se parte entonces de B con pendiente de 6% hasta encontrar en C la línea primera. Como ambos recorridos se han abscisado, se conocen las distancias (m) y (n), con cuyas pendientes respectivas pueden calcularse sucesivamente las cotas (c) y (b). Determinadas las cotas de A y de B y la distancia D entre estos puntos, se deduce la pendiente media $(b - a)/D$, con la cual puede trazarse, si se quiere y el terreno lo permite, esta nueva línea. Pueden también adoptarse, si las condiciones topográficas lo aconsejan, los dos sectores iniciales con sus pendientes de 6% y 7%.

- c) El tercer caso ocurre cuando al recorrer el trayecto entre los dos puntos dados, con pendiente máxima, no alcanza a llegarse al segundo dentro de la distancia que los separa. Es preciso entonces estudiar todas las posibilidades del terreno que permitan alargar el recorrido con esa misma pendiente, a fin de ganar la altura del punto de llegada. Este incremento deliberado de distancia se denomina "desarrollo", el cual puede lograrse, entre otras, por una de las tres posibilidades indicadas en la figura 4.



- Figura 4 -

Se dan allí, marcados en planta, los puntos por unir A y B ubicados uno en la parte baja y otro en la falda de una cordillera o estribación. Se parte de A con pendiente máxima y pasando por C se llega a H, punto situado frente al B pero de cota inferior a la de éste. Se buscan en los sitios de partida o de llegada y a todo lo amplio de la región que se estudia, las posibilidades topográficas que permitan realizar alargamientos o desarrollos como los marcados en el gráfico por una de las tres rutas: ACHGB, ACDEB y AFB. De ser factibles todas, se escoger la más conveniente. Los desarrollos del tipo de curvatura que invierte la dirección como F y G, se denominan "lupas", y los de dos curvas consecutivas como D y E "doble lupa".

Un caso general

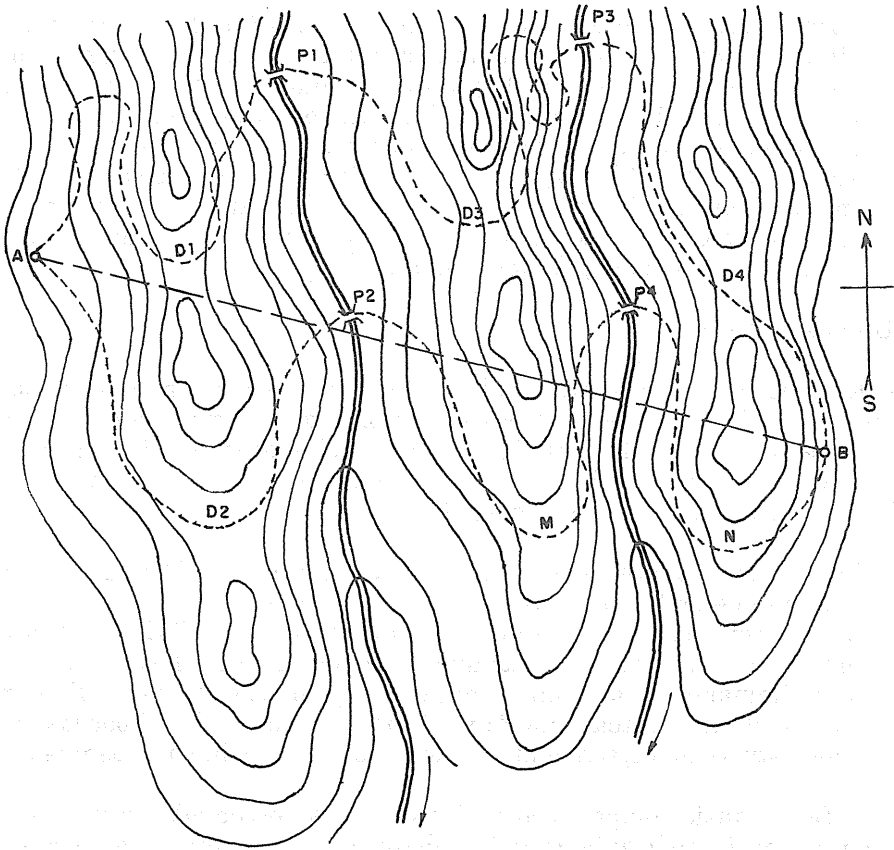
En la figura 5 se presenta, en planta, el caso general de trazar entre los puntos A y B, separados por tres estribaciones que descienden de norte a sur y por las hoyas de dos ríos. En las estribaciones, de izquierda a derecha, existen depresiones así: D1 y D2 en la primera, D3 y D4 en la última, como lo indican las curvas de nivel del gráfico.

Utilizando las depresiones D1, D3 y D4 y el ponteadero P3 como puntos secundarios de control, se ha trazado una antepreliminar por el lado norte de la dirección rectilínea AB, señalada por la trayectoria ADIPID3P3D4B en el cual PI es un ponteadero cualquiera. Por el lado sur se ha trazado otra antepreliminar que sólo utiliza como punto de control la depresión D2 y en la cual, tanto los ponederos P2 y P4 como los pasos M y N por las dos últimas estribaciones, son puntos determinados por la línea de pendiente.

Del análisis comparativo de las dos rutas estudiadas depende la adopción del trazado antepreliminar definitivo. A primera vista el gráfico revela que la ruta sur se aparta menos de la dirección general AB, pero sólo el cotejo cuidadoso de distancias, pendientes, inclinación trasversal del terreno, clases de tierra, número y tipo de obras de arte y otras condiciones que ofrezcan una y otra de las rutas consideradas, pueden aconsejar las ventajas de la línea escogida.

Croquis de trazados antepreliminares

Si de un estudio general sobre reconocimiento y trazados antepreliminares de una carretera entre dos lugares dados se pide levantar un croquis como el de la figura 5, se realizan las labores siguientes:

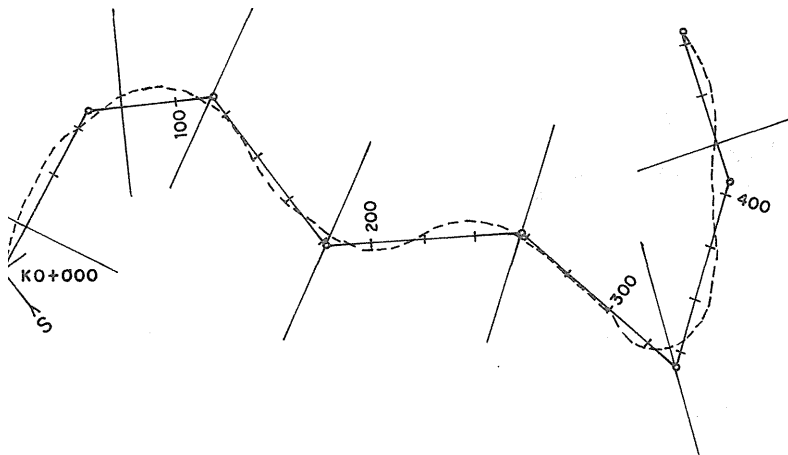


- Figura 5 -

1. A lo largo de cada uno de los trazados antepreliminares, señalados con varas visibles y con trochas o desmontes, se levanta una poligonal con brújula por el sistema de rumbo y distancia, más o menos ceñida a la línea de pendiente que se marcó en el terreno, y medida con cinta de tela, estacándola cada 20 m.
2. Se fija la cota del punto departida, bien con referencia a otra conocida de una obra cercana o tomándola en el sitio con un anerode, y se procede a nivelar las poligonales con nivel de precisión.

3. En los puntos de la poligonal que se consideren indicados por la configuración del terreno, se levantan secciones transversales con el fin de determinar las distancias al eje de curvas de nivel con diferencia de 5 ó 10 m, según el grado de detalle que se requiera del croquis topográfico.

La figura. 6 presenta, en planta, la proyección de línea de pendiente marcada en el terreno y punteada en el gráfico. Con trazo continuo se consigna también la poligonal y las normales bisectrices adecuadas para las secciones transversales.



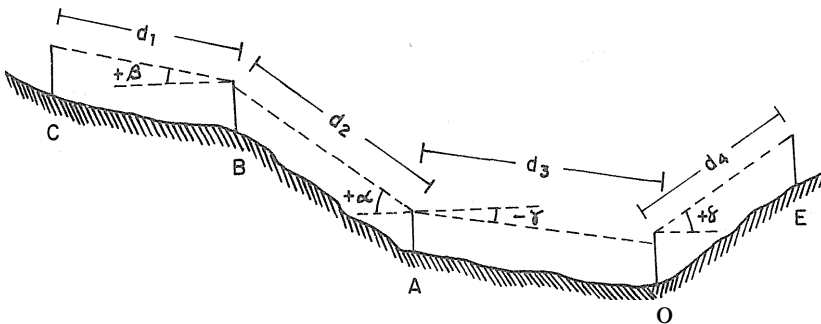
- Figura 6 -

Trabajos de campo

El trabajo, en cada transversal, se realiza en la forma indicada en la figura 7, en la cual A es el punto de la poligonal cuya abscisa y cota se conocen y B,C,D y E puntos laterales. Para efectuar la labor hacia la izquierda, o sea hacia arriba, se instala en A un clisímetro, instrumento topográfico empleado para la medición de ángulos verticales.

Instalado allí el clisímetro, se toma la altura de su visual sobre el suelo. Esa distancia exacta debe marcarla un cadenero sobre un jalón vertical colocado en el punto B, medida desde el pie del jalón. El operador del clisímetro leerá el ángulo vertical ($+ \alpha$) una vez que la visual esté ajustada a la altura marcada en el jalón y tomará nota de ella. A continuación anotará también la longitud d_2 , medida con cinta de tela, entre A y B, en forma inclinada, esto es, paralela al terreno.

Aprovechando la posición del clisímetro en A, el cadenero se traslada a D con el jalón; se efectúa el mismo procedimiento anterior y se hacen las anotaciones correspondientes de ángulo vertical (α) y de medida de longitud d_3 .



- Figura 7 -

Se pasa luego el clisímetro a B y el jalón a C, se realizan análogas operaciones a las ya descritas y se anotan los datos respectivos. Lo propio se hace después al pasar el clisímetro a D y el jalón a E, y así sucesivamente si hubiera de ampliarse la sección transversal a uno y otro lado de A. Los ángulos verticales se distinguen con el signo (+) cuando se leen sobre la horizontal y con el signo (-) cuando se leen hacia abajo.

Carteras y cálculos

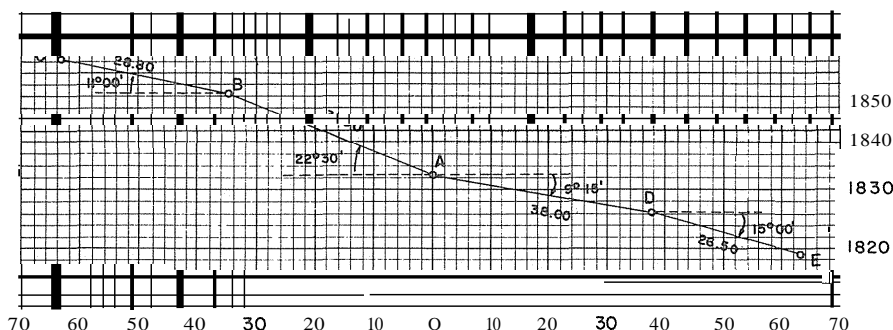
Los datos obtenidos en labores de campo se consignan en una cartera semejante a la de anotaciones sobre curvas de nivel, así: en la columna central se anotan, en forma de quebrado, la abscisa del punto de la poligonal en donde se levanta la trasversal, como denominador, y la cota respectiva como numerador; y en las páginas izquierda y derecha, frente a cada punto del eje, también en forma de quebrado, se anotan el ángulo vertical y la longitud inclinada entre las respectivas estaciones.

A continuación se presenta un modelo de cartera con datos numéricos de ángulos y longitudes, con base en los cuales se efectuarán los gráficos que hacen posible la conversión de estos datos en otros que permitan dibujar las curvas de nivel a lo largo de la poligonal.

CARTERA DE SECCIONES TRASVERSALES

Angulas verticales y distancias		Abscisas y cotas en el eje	Angulas verticales y distancias	
$+10^{\circ} 00'$	$+19^{\circ} 00'$	1.836 - 40	- $8^{\circ} 30'$	- $14^{\circ} 15'$
$\frac{40.20}{\quad}$	$\frac{30.60}{\quad}$	080	29.50	37.40
$+11^{\circ} 00'$	$+22^{\circ} 30'$	1.832 — 25	$9^{\circ} 15'$	- $15^{\circ} 08'$
$\frac{28.80}{\quad}$	$\frac{37.30}{\quad}$	020	38.00	26.50
		K.O.		

Los datos correspondientes a la trasversal levantada en la abscisa K.O + 020 se consignan en la Figura 8, que explica la deducción gráfica de las respectivas distancias de las curvas de nivel, de 10 en 10 m. al eje.



- Figura 8 -

Con escala 1:1000, tanto horizontal como vertical, cada centímetro de la cuadrícula representa 10 metros. Se fija el punto A en la cota correspondiente al eje. Con un transportador, o valiéndose de la tangente del ángulo, se dibuja a la izquierda y hacia arriba la inclinación de $22^{\circ} 30'$. En esa dirección se miden a escala los 37,30 m de longitud anotada y se determina B. Sobre la horizontal que pasa por este punto se traza la inclinación correspondiente al ángulo de $11^{\circ} 00'$ y se mide la longitud de 28,80 m, determinándose así el punto C. En forma análoga se trazan a la derecha y hacia abajo los ángulos y longitudes indicados en los dos quebrados de la cartera de secciones transversales.

En la cuadrícula pueden leerse las distancias al eje de cada uno de los puntos en donde las curvas de nivel, con diferencia de 10 m, intersectan la inclinación natural del terreno. Así por ejemplo, hacia la izquierda, la curva 1840 dista 19,00 m del eje, y la 1850 dista 52,00 m. Lecturas semejantes se efectúan hacia la derecha.

Con los resultados obtenidos en el gráfico anterior se elabora una nueva cartera de secciones transversales, de disposición igual a la de la cartera de campo para levantamiento de curvas de nivel, en la cual se anotan los datos de la sección transversal que viene considerándose, tanto en la página izquierda como en la derecha, en la siguiente forma:

Página izquierda		Eje	Página derecha	
850	840	1.832 25	830	820
52.00	19.00	020	14.00	60.00

TRAZADO PRELIMINAR

Consiste el trazado preliminar en el levantamiento topográfico, con aparatos de precisión, de la zona de terreno necesaria para elaborar el diseño en planta del eje de la vía. Cuatro etapas deben cubrirse para realizar esta labor: trazado de la poligonal con tránsito, nivelación de esta poligonal, acotamiento de la zona con curvas de nivel y dibujo.

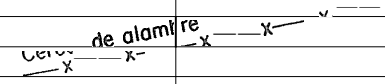
de tránsito

A lo largo de la línea antepreliminar marcada en el terreno se traza una poligonal con tránsito y cinta metálica, abscisada cada 10 m, escogiendo los alineamientos más largos que sea posible sin apartarse mucho de tal línea, la cual debe conservar el centro de la zona por acotar.

En el punto de partida se toma el rumbo del primer alineamiento, bien con respecto a la meridiana en ese punto, si así se requiriese, o a la norte-sur magnética que allí señale la aguja de una brújula. La diferencia angular entre una y otra de tales direcciones será la "declinación" del lugar.

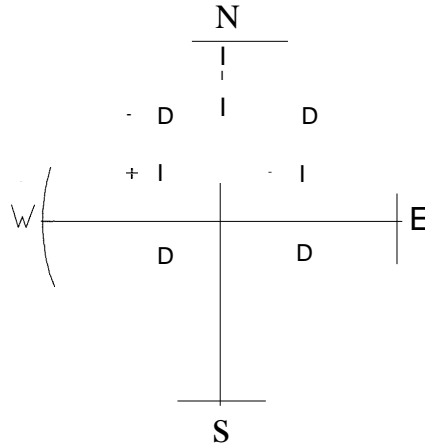
Del segundo vértice en adelante se leerán las deflexiones con aproximación al minuto, con base en las cuales se determinarán los rumbos calculados (R.C.) respectivos. Si el tránsito está provisto de brújula, en cada vértice se leerá también el rumbo magnético (R.M.) a título de control. La cartera de campo puede disponerse y anotarse como lo indica el modelo de la página siguiente.

CARTERA DE TRANSITO PRELIMINAR

Abscisas	Oeflexián	R.e.	R.M.	Oist.	- Observaciones -
160					
152.30					Borde barranco
149.10					Orilla izquierda
146.00					Fondo del do
143.20					Orilla derecha
141.80					Borde barranco
140					
133.50					<i>de alambre</i> 
130					
120					
110					
Δ 107.60	122°42' I	N 24°15' W	N 25°15' W		
100					
090				19.30	
Δ 088.30	44°42' O	S 81°33' E	S 82°00' E		
080					Chequeo de página
070				23.50	
Δ 064.80	40°10' O	N 53°45' E	N 53°15' E		$\sum I = 210°50'$
060					$\sum D = - 84°52'$
050					125°58'
040				3S.30	
030					S 78°17' E
Δ 026.50	88°08' I	N 13°35' E	N 14°00' E		125°58'
020					204°15'
010				26.50	-180°00'
1<0+000		S 78°17' E	S 78°17' E		N 24°15' W o.k.

En la primera columna se anota el abscisado de abajo hacia arriba, distinguiéndose con un pequeño triángulo los vértices en donde se centra el aparato. En la segunda se anotan las deflexiones, con indicación de su sentido derecho (D) o izquierdo (I).

Para el cálculo de los rumbos se aplica una regla práctica consignada en un círculo orientado como el que se presenta en la figura 9, que se interpreta así: cada cuadrante ubica el rumbo del alineamiento anterior y las letras D o I allí contenidas expresan el sentido, derecho o izquierdo, de la deflexión correspondiente al alineamiento que sigue. Los signos de tales letras significan que el ángulo de la respectiva deflexión debe sumarse o restarse al del rumbo precedente.



- Figura 9 -

Los resultados de las operaciones se reducirán y se contarán invariablemente de 0° a 90° a partir de N o de S hacia E o W, consignándolos en la tercera columna.

En la cuarta columna se anotarán los rumbos magnéticos y en la quinta la distancia entre vértices consecutivos, obtenida de la diferencia de abscisas de uno y otro, o sea la longitud de cada alineamiento.

La recta central de la página derecha de la cartera representa el eje de la poligonal y allí pueden ilustrarse con detalles gráficos los cruces de ese eje con elementos como cercas, caminos, arroyos, ríos, líneas telegráficas o de conducción eléctrica, etc., y hacerse las anotaciones que el ingeniero de tránsito considere de conveniencia informativa para el proyecto.

En la misma página derecha debe consignarse el chequeo aritmético del cálculo de los rumbos anotados en la página izquierda, así: se suman

todas las deflexiones derechas y todas las izquierdas y se efectúa la diferencia de esas sumas, a la cual se asigna el sentido predominante o sea el del minuendo; con esta diferencia se aplica la regla práctica sobre el círculo de la figura 9 en el cuadrante que corresponda al primer rumbo calculado de la página, si ésta se inicia con el K.O + 000, o al último rumbo calculado de la página anterior si se trata de la segunda de la cartera en adelante; el resultado deberá coincidir con el último rumbo calculado de la página que se chequea. En el modelo de cartera ya indicado aparece una anotación de chequeo aritmético.

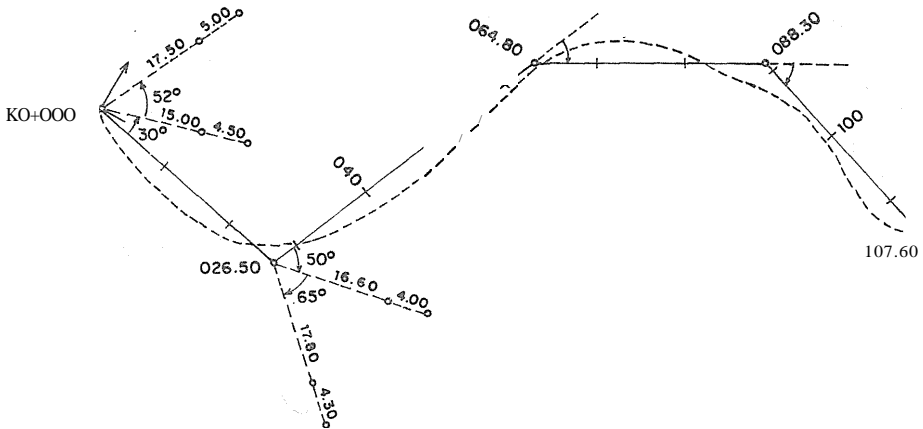
Con el tránsito puede levantarse el perfil longitudinal de la línea, a partir de la estación inicial cuya cota se conozca, realizando una nivelación trigonométrica. En esta estación se lee el ángulo vertical que forma con la horizontal la visual dirigida a una marca hecha sobre un jalón colocado en el vértice siguiente de la poligonal, marca que indica exactamente la altura del instrumento desde el cual se hace la lectura. Con la distancia medida entre el punto de partida y el primer vértice, y el ángulo vertical registrado, se calcula la diferencia de cotas entre tales puntos.

Referencias de tránsito

Como entre el trazado de una poligonal preliminar y la localización de la línea de proyecto que con respecto a ella se elabore puede transcurrir un tiempo más o menos largo, lo cual determina riesgos de pérdida de los puntos de tránsito, deben dejarse en el terreno referencias de muchos de éstos, si no de todos, a fin de restablecerlos cuando fueren removidos para efectuar el replanteo completo de la preliminar.

Preferencialmente se referencian los puntos colocados en sitios de tránsito, susceptibles de removerse; pero si se requiere una referenciación general puede hacerse con dos puntos consecutivos, dejando uno intermedio entre cada par. Por ejemplo: 1 y 2, 4 y 5, 7 y 8, etc. En caso de pérdida total de vértices, se restablecen los referenciados y se ponen los intermedios por intersección de visuales. La figura 10 señala el procedimiento de trabajo en el terreno.

Para referenciar el punto de partida (K.O + 000) se procede en la siguiente forma: con el tránsito centrado en ese punto, puesto en ceros y mirando al punto siguiente (026,50) se defleca hacia la izquierda un ángulo cualquiera (30°) en busca de un lugar protegido para las dos



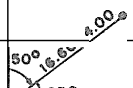
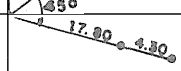
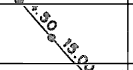
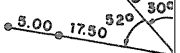
- Figura 10 -

primeras referencias, que son también puntos señalados con puntillas sobre tacos de madera o mojones de concreto; se anotan las distancias medidas del primer punto al eje, 15,00 m por ejemplo, y del primero al segundo, 4,50 m; se deflexa luego un ángulo adicional, lo menos agudo posible (60° aproximadamente), en busca de otro sitio protegido para las otras dos referencias que se colocan como las primeras y de cuya ubicación se toma nota.

Frente a cada uno de los cuatro puntos colocados se clavan sendas estacas-testigos, marcadas todas con esta misma indicación de referencia: R.K.O. + 000.

El mismo procedimiento se sigue para referenciar el punto 026,50, cuyos datos sobre ángulos y distancias aparecen en la figura. Las anotaciones en la cartera, sobre las labores realizadas en el terreno, se consignarán como se indica a continuación:

CARTERA DE TRANSITO PRELIMINAR

Absc.	Deflex.	R.e.	-R.M.	Dist.	- Observaciones -
040					
030					
Δ 026.50					
020					
010					
Δ K 0+000					

En caso de pérdida de uno de los puntos referenciados, vaya a restablecerlo se situará aproximadamente en el sitio que ese punto ocupó y buscará las cuatro referencias valiéndose de las orientaciones y distancias anotadas en la página derecha de la cartera de tránsito. Una vez encontradas, centrará el tránsito en una de ellas y orientará la visual con respecto a la otra situada en la misma recta que las une; en esa dirección y utilizando la distancia anotada hasta el punto por restablecer, se colocarán dos estacas, a lado y lado de ese punto aproximado, con sendas puntillas a medio clavar, entre las cuales se templará un hilo. Centrará luego el tránsito en una de las otras dos referencias y fijará la visual en dirección de la recta que las une con la cual intersectará el hilo tenso; valiéndose de una plomada colocará la puntilla sobre un taco en el punto que buscaba restablecer.

Aparatos para medición de distancias

Cuando es necesario determinar largas distancias en estudios de carreteras, además del procedimiento taquimétrico de medición indirecta se utilizan modernos sistemas de cálculo rápido de distancias mediante el uso de aparatos electrónicos. El "United States Coast and Geodetic

Survey" ha realizado extensos ensayos con el Geodímetro desde 1953 y con el Telurómetro desde 1957 y ha logrado precisiones de primer orden en perfiles y triángulos bajo las condiciones climáticas y de terreno más difíciles.

Geodímetro

Este aparato fue inventado por el Doctor Erik Bergstrand, de Suecia, basado en la velocidad de la luz, que puede convertir electrónicamente, con gran precisión, un intervalo de proyección y reflexión de un rayo de luz modulada en la distancia entre dos estaciones de tierra. Pueden medirse de 1 a 30 kilómetros, según la visibilidad disponible de día o de noche, preferencialmente de noche cuando las condiciones atmosféricas y de operación son adecuadas, en un término aproximado de una hora y con error promedio, para tales límites de distancias, de 1 cm por cada 3 km.

Este aparato lo desarrolló T.L. Wadley en Africa del Sur. Es un instrumento de tipo radar, que utiliza los principios de la velocidad de la propagación de microondas para convertir un intervalo de tiempo en la distancia entre dos estaciones de tierra. Se utiliza en medición de distancias de gran magnitud, de día o de noche, con niebla o llovizna. Pueden medirse desde 40 m hasta 70 u 80 km con error aproximado igual al del Geodímetro.

A fin de acelerar la rapidez de mediciones con uno u otro de los aparatos descritos se usan helicópteros para el transporte de instrumentos, operadores y radios portátiles para establecer comunicaciones audibles entre las estaciones. Una semana de adiestramiento es suficiente para transformar un miembro del personal de topógrafos en un operador competente.

Las industrias suiza y japonesa compiten actualmente en sistemas de medición automatizada de distancias. Ofrecen aparatos montables sobre un teodolito para obtener distancias y diferencias de alturas en una sola operación realizada en tiempos y con errores mínimos, y presentan además una avanzada microtecnología en procura de hacer ligeros y portables los mecanismos.

Nivelación

Detrás del ingeniero de tránsito, que deja estacada la poligonal preliminar, actúa el ingeniero de nivel que debe levantar el perfil de esa poligonal. Parte de la cota aproximada al milímetro de un B.M. inicial, referenciado al alineamiento por coordenadas rectangulares, y realiza la operación de campo colocando B.M. cada 500 m, referenciados también al eje en la forma indicada.

En el modelo de cartera de nivel que se presenta adelante se consignan anotaciones de detalle sobre operaciones realizadas en el terreno, tanto en la página izquierda como en la derecha.

Para efectos del chequeo o comprobación de las operaciones aritméticas efectuadas en la página izquierda, chequeo indicado en la derecha, la vista intermedia correspondiente a la abscisa del último renglón de la página, se anota como vista adelante, agregando un cero a la parte decimal a fin de llenar el orden de los milímetros. Para iguales efectos del par de páginas siguientes se repiten en su primer renglón esa última abscisa y su respectiva cota y se anota como vista atrás la consignada como vista adelante en aquel último renglón en referencia; se repite también al comenzar la página la última altura instrumental.

Cuando el último renglón de un par de páginas corresponde a un cambio, con la vista adelante hecha en él se efectúa el chequeo aritmético. Al iniciar el par siguiente se repite el número del cambio y su cota respectiva, se anota la vista atrás que se haga y se continúa el trabajo corriente.

ContramvelaciÓn

La mejor comprobación sobre la exactitud de las labores realizadas en la nivelación de un sector de alineamiento es la contranivelación, o sea la nivelación en sentido contrario al inicial. En un trabajo largo de nivelación es aconsejable contranivelar el tramo de la línea nivelada en la tarea de un día. Se parte, al efecto, del cambio o BM colocado al final de esa tarea y se nivela hacia atrás todos los cambios y BM existentes, con lecturas de mira aproximadas al milímetro.

Las anotaciones correspondientes se hacen en las últimas páginas de la cartera, consignadas en cinco columnas, de izquierda a derecha, así:

CARTERA DE NIVEL PRELIMINAR

Abscisas	Vista atrás (+)	Altura instrum.	Vista adel. (-)	Vista inter. (-)	Cotas	- Observaciones -
BM#1	4.243	849.473			845.230	BM#1-KO+008.50-4.90 Izquierda
KO+000				4.82	44.65	S/mojón de concreto
010				3.71	45.76	
020				2.94	46.53	
Δ 026.50				2.15	47.32	
030				1.38	48.09	
040				0.63	48.84	
C#1	3.463	852.751	0.185		849.288	C#1-048-1.50 derecha
050				2.74	50.01	Chequeo página
060				2.10	50.65	Σ = 9.354
Δ 064.80				1.08	51.67	Σ + = 8.021
070				1.87	50.88	1.333
080				2.65	50.10	Cotas 845.230
088.30				3.28	49.47	843.897
090				3.82	48.93	1.333
100				4.50	48.25	ok
C#2	0.315	848.317	4.749		848.002	C#2-102.80-sobre línea
107.60				1.54	46.78	
110				2.95	45.37	
120				3.88	44.44	
130				4.91	43.41	
140				5.77	42.55	sobre 1.00mt
141.80				Locke	41.75	0.80 menos que 140 B. bco
143.20				Locke	40.90	1.65 menos que 140 O. der
146.00				Locke	39.45	2.30 menos que 140 F. Río
149.10				5.56	42.76	sobre 1.00 mt O. izq
152.30			4.420		843.897	B. bco
	8.021		9.354			

Cambios y BM, Vista atrás, Altura instrumental, Vista adelante y Cotas. El chequeo de operaciones aritméticas se efectúa por el procedimiento antes indicado. Como tolerancia de error, en el trazado de carreteras, se acepta hasta ± 1 cm por km.

Contranivelada la línea y chequeada la cartera se efectúa el dibujo de perfil levantado, en papel milimetrado, utilizando dos escalas habituales: 1:2000 para las abscisas y 1:200 para las ordenadas. La diferencia de las escalas obedece a la conveniencia de exagerar las deformaciones del perfil natural del terreno para apreciarlas sensiblemente, al igual que las pendientes longitudinales. Este es el objeto de dibujar el perfil que se denomina de prueba.

Topografía

Para el levantamiento del plano acotado de la zona de terreno en donde va a diseñarse la banca de la vía se toma como eje la poligonal abscisada y nivelada. En cada abscisa de los alineamientos se trazan normales a éstos, que se prolongan a lado y lado en longitud adecuada al ancho de la zona requerido, el cual será mínimo de 60 m en total para terrenos planos o de escasa inclinación trasversal, y de magnitud correspondiente a la distancia horizontal entre dos curvas de nivel extremas que indiquen una diferencia de cotas hasta de 40 m cuando aquella inclinación no excede de 45° y hasta de 100 m en terrenos de muy fuerte inclinación y para bancas de considerable amplitud.

En los vértices de la poligonal, las trasversales se trazan siguiendo la dirección de la bisectriz del ángulo interior, de preferencia del vértice hacia afuera, pues hacia adentro convergen las normales inmediatas. Como tales trasversales se trazan con el criterio de detallar en lo posible la configuración topográfica de los vértices, de acuerdo con la magnitud de la deflexión registrada en cada uno de ellos y de su distancia a las normales continuas se trazarán allí la bisectriz, o normales adelante o atrás, o prolongaciones adelante o atrás, o unas y otras según la extensión de la faja lateral del terreno ubicada hacia el lado opuesto al ángulo interior de la poligonal.

Cuando entre normales consecutivas o entre dos de las aludidas líneas auxiliares en los vértices se advierten irregularidades del terreno que no alcanzan a tomarse desde tales líneas, se recurre al trazo de subnormales convenientemente anotadas en la cartera.

La dirección de aquellas transversales, tanto en los alineamientos como en los vértices, se marcará con varas y con trochas o desmontes de un metro de ancho como mínimo, que facilite la labor de los topógrafos.

En la figura 11 se indica la manera de ubicar las curvas de nivel, de 2 en 2 m, en cada transversal o línea auxiliar de los vértices, a partir de la cota en el eje.

Sea 847,23 la cota de un punto del eje de abscisa K.O + 240, por ejemplo, en donde se coloca la mira inicialmente. En seguida se busca para el nivel Locke una posición A de donde se lea en la mira un complemento en centímetros que dé a la altura de la visual un valor en metros completos. Si a la cota 847,23 se suman 0,77 m, la altura visual está en la cota 848, en forma que al correr la mira hacia abajo y leer en ella 2,00 m, su pata señalala cota 844. Con la mira en este último punto se busca para el Locke una nueva estación B, de donde se lea exactamente 1,00 m, con lo cual la visual está en la cota 845; trasladando la mira abajo y leyendo en ella 3,00 m, su pata está en la cota 842, y corriendola después hasta leer 5,00 m se encontrará la cota 840. Así sucesivamente.

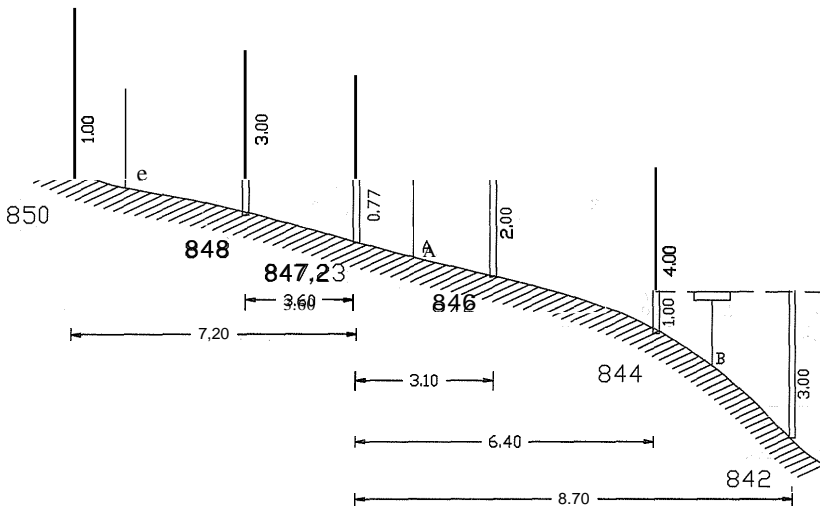


Figura 11 -

Hacia arriba de la sección, con la mira nuevamente en el eje se busca para el Locke la posición C, de donde se lea 3,77 m, con lo cual la altura de la visual estará en la cota 851; en esta forma, al desplazar la mira hacia arriba y leer en ella 3,00 m. la pata indicará la cota 848, y al leer 1,00 m la pata estará en la 850. Con la mira en este punto se busca para el Locke otra estación de donde se lean 5,00 m, a fin de leer luego, en su orden, 3,00 m y 1,00 m para encontrar las cotas 852 y 854. Y así sucesivamente.

En la medida en que se van encontrando las curvas de nivel a lo largo de la sección, se toman respectivas distancias a contar del eje, como se indica en la figura.

Esta labor, en cada sección sobre el terreno, se registra en un reglón de la cartera de Topografía, anotando cada punto con un quebrado cuyo numerador es la cota y su denominador la abscisa. Tal como se anota en seguida:

CARTERA DE TOPOGRAFIA

página izquierda	Eje	Página derecha
$\begin{array}{r} 56 \\ 10.60 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} j \\ 54 \\ 7.50 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 52 \\ 4.60 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 50 \\ 1.90 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 56 \\ 12.20 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 54 \\ 8.80 \\ \hline \end{array}$ $600/2.90$ $\begin{array}{r} 54 \\ 11.10 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 52 \\ 9.70 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 50 \\ 7.20 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 48 \\ 3.60 \\ \hline \end{array}$	<p>849.11</p> $\begin{array}{r} 260 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 848.09 \\ 250 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 48 \\ 245.50 \\ \hline \end{array}$ <p>847.23</p> <p>240</p>	$\begin{array}{r} 48 \\ 2.40 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 46 \\ 5.20 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 44 \\ 7.70 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 48 \\ 0.30 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 46 \\ 4.10 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 44 \\ 6.90 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 46 \\ 3.10 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 44 \\ 640 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 42 \\ 8.70 \\ \hline \end{array}$

Coordenadas

Como base para el dibujo de la zona topográfica levantada con destino a proyectar una línea de carretera, deben calcularse las coordenadas rectangulares de los vértices de la preliminar, con datos tomados de la

CARTERA DE COORDENADAS

Puntos k 28	Distancia	Deflexion	R. C.	Seno	Coseno	+N	-S	+E	-W	\sum N-S	\sum E-W
						(Coseno)		(Seno)			
434.09		40'15" D								15.081.61	23.038.40
	47.03		N 41'00" W	0.65606	0.75471	35.49			30.85		
481.12		13'10" I								117.10	23.007.55
	100.17		N 54'10" W	0.81072	0.58543	58.64			81.21		
581.29		67'30" I								175.74	22.926.34
	49.45		S 58'20" W	0.85112	0.52498		25.96		42.09		
630.74		35'54" D								149.78	884.25
	84.87		N 85'46" W	0.99727	0.07382	6.27			84.64		
715.61		17'37" I								156.05	799.61
	69.54		S 76'37" W	0.97284	0.23146		16.10		67.65		
785.15		15'11" D								139.95	731.96
	63.63		N 88'12" W	0.99951	0.03141	2.00			63.60		
848.78		20'51" D								141.95	668.36
	76.80		N 67'21" W	0.92287	0.38510	29.58			70.88		
925.58		71'47" I								171.53	597.48
	16.18		S 40'52" W	0.65430	0.75623		12.24		10.59		
941.76		37'31" I								159.29	586.89
k 29	82.90		S 3'21" W	0.58440	0.99829		82.76		4.84		
024.66		68'57" I								076.53	582.05
	35.11		S 65'36" E	0.91068	0.41310		14.50	31.97			
059.77		47'04" D								062.03	614.02
	37.88		S 18'32" E	0.31786	0.94814		35.92	12.04			
097.65		28'55" D								15.026.11	22.626.06
						<u>131.98</u>	<u>187.48</u>	<u>44.01</u>	<u>456.35</u>		
						55	50	41	34	55.50	412.34
									ok		

cartera de tránsito y consignados en la de Coordenadas, el proceso de cuyo cálculo aparece en la página anterior.

Para este modelo de cartera se asumen datos numéricos cualesquiera, a título de ejemplo. Observación importante es la del criterio adoptado para el escogimiento de las coordenadas del punto inicial de la poligonal levantada, que siempre será de longitud más o menos considerable. Las coordenadas de todos los vértices pueden reducirse al primer cuadrante de ejes N-S y E-W, esto es, que sean positivas tanto las abscisas como las ordenadas; en este caso, para las del punto de partida deben asumirse valores convenientes que no permitan el registro de signos negativos en ninguna de ellas.

En tal virtud, si la orientación general de un trazado se ubica en la dirección N-E las coordenadas del punto de partida pueden ser ceros. En cualquier otra orientación sería preciso adoptar, para dichas coordenadas, valores suficientemente altos a fin de que la suma de las proyecciones negativas sobre uno y otro de los ejes no alcance a igualar siquiera esos valores.

Pueden también relacionarse las coordenadas de los vértices de la poligonal a cualquiera de los otros cuadrantes de los ejes N-S y cuando la orientación general del trazado se ubique en uno de ellos. En tal caso, tanto la abscisa como la ordenada del punto de partida pueden ser ceros o asumir valores muy bajos.

Cada par de páginas de la cartera de coordenadas debe chequearse al final, en la forma indicada en el modelo.

Plano ~~reducido~~

Adelantada la Cartera de Coordenadas en un tramo de varios kilómetros de poligonal, se realiza el dibujo de ésta a escala de 1:10.000 en papel milimetrado. El objeto de este plano reducido es el de obtener de él la disposición adecuada de los sucesivos sectores del trazado preliminar en planchas rectangulares de 70 x 40 cm y a escala de 1:1000, en las cuales va a elaborarse el proyecto. Tal disposición consiste en orientar dentro de cada plancha la mayor longitud posible de la poligonal y situarla en ella dejando un margen para el legajado y empalmándola con la siguiente, de manera que no haya solución de continuidad ni repetición de dibujo, esto es, que obtenga la presentación

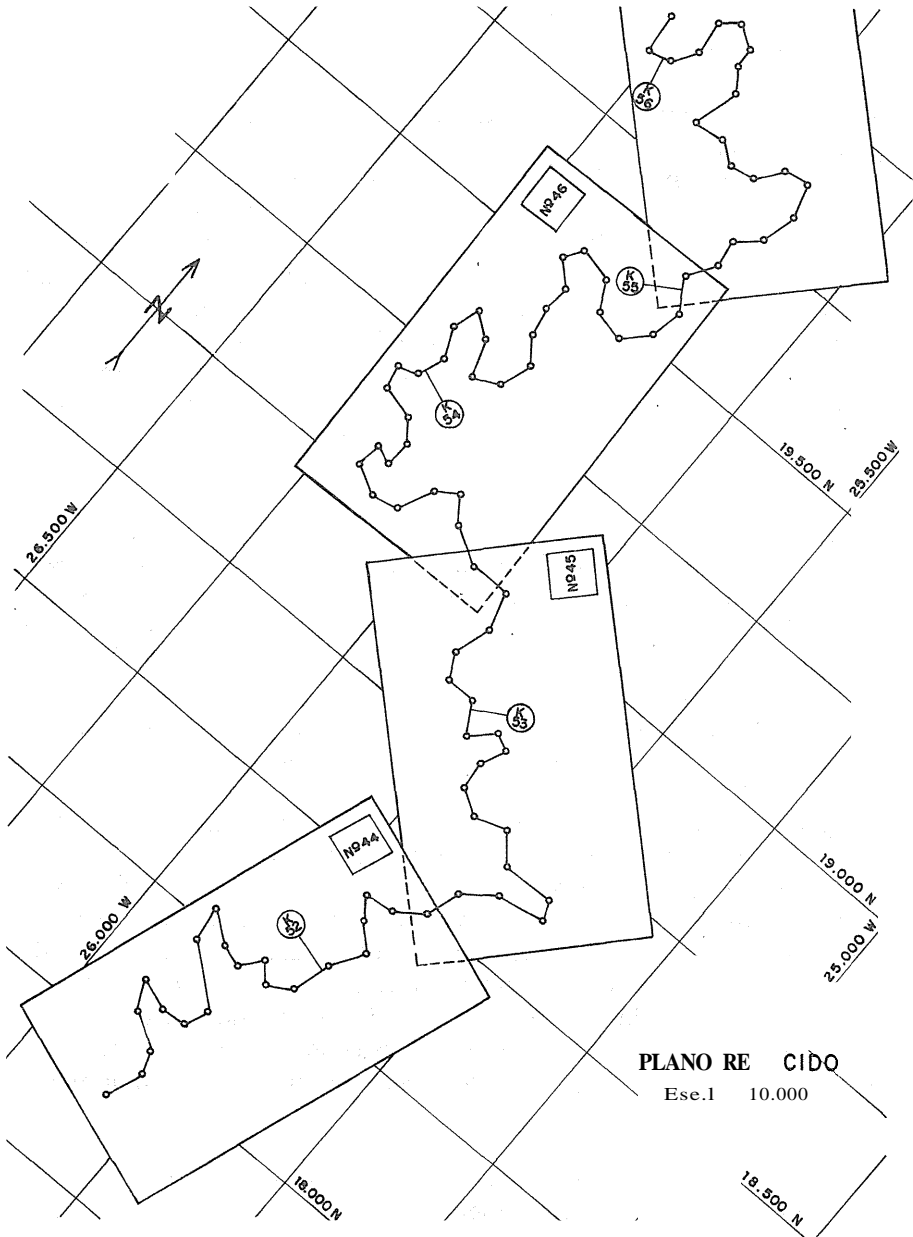
de la zona topografiada para estudiar y definir el diseño en planta de la vía en proyecto. Se procede, al efecto, como se indica en seguida.

Pronto que el tamaño habitual las planchas aludidas es de 70 x 40 cm y el reducido se elabora en escala de 1:10.000, se utiliza una plantilla de 7 x 4 cm en material transparente (mica o acetato), cuya primera posición, a partir del origen de la poligonal dibujada, se estudia cuidadosamente con el criterio indicado de inscribir en ese rectángulo la máxima longitud de poligonal y de asegurar el margen izquierdo para encuadernar. Conseguido esto, la posición inicial de la plantilla se deja consignada marcando con un lápiz su perímetro sobre el plano reducido. Se una segunda posición con el mismo criterio, se marca también sobre el plano y así sucesivamente como lo enseña la figura 12.

fin orientar después la cuadrícula en la primera plancha para que el dibujo, a escala de 1:1000 del tramo inicial de línea, corresponda a las condiciones con la plantilla en el reducido, se señalan el marcado de esa plantilla los cuatro puntos en que lo intersecten dos ejes rectangulares, con indicación de los números de coordenadas respectivos. Dichos puntos se trasladan, mediante la conversión de escalas, a los bordes de la plancha de 70 x 40 cm.

así señalada se lleva sobre una cuadrícula patrón, figura confeccionada en un pliego de papel Kodak-graph de un metro por con cuadros exactos de 10 cm. Se hacen coincidir dos puntos opuestos de los bordes con una línea vertical de la cuadrícula y uno de los otros dos con una línea horizontal. En esa posición se mantiene fija la plancha al pliego patrón y se marcan con puntos, en sus bordes, todas las intersecciones con las líneas de la cuadrícula; uniendo entre sí, dos a dos, los respectivos Puntos opuestos quedará cuadrículada la plancha con la orientación requerida y con los ejes rectangulares debidamente numerados.

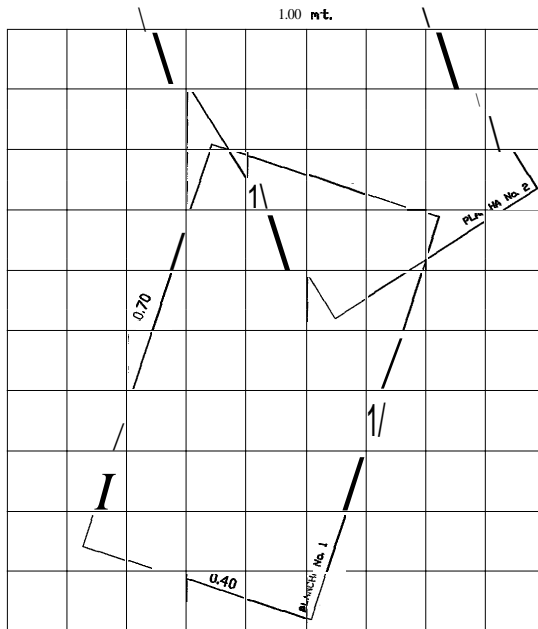
Para cuadrricular la segunda plancha en concordancia con la primera, se empalman entre sí conservando la misma posición relativa que guardan las dos marcas de las plantillas en el plano reducido. Esto se logra señalando en las líneas cruzadas de los perímetros de las plantillas



- Figura 12 -

los respectivos puntos de intersección, es decir, dos en cada rectángulo. Se miden en milímetros las distancias de tales puntos al vértice inmediato de cada rectángulo y se marcan luego puntos análogos en los bordes de las planchas, determinados por las distancias en igual número de centímetros que se miden desde los vértices homólogos de esas planchas.

Haciendo coincidir estos puntos, dos a dos, se logra el empalme del par de planchas en la posición relativa buscada. Manteniendo esta posición se lleva ese par sobre el pliego patrón, se hacen coincidir las cuadrículas de éste y de la plancha inicial y se marcan sobre los bordes de la segunda todas las intersecciones que se alcance con las líneas de la cuadrícula del pliego. Retirada la plancha inicial se centra la segunda, se hace la coincidencia de las marcas señaladas en sus bordes con la cuadrícula patrón y se concluye el cuadrículado como en el primer caso. En la misma forma se obtiene la continuidad del cuadrículado entre cada par de planchas sucesivas.



- Figura 13 -

La circunstancia de que es habitual el uso del papel calco para el dibujo de las planchas en referencia, con el objeto de producir copias heliográficas, facilita el cuadrículado por efecto de la transparencia.

El gráfico de la página anterior enseña una cuadrícula patrón y la posición de dos planchas empalmadas para obtener un cuadrículado continuo.

Debidamente cuadrículada a lápiz cada plancha en distancias de 10 cm, se procede a dibujar en ella, a escala 1:1000, el sector previsto de la poligonal, numerando los vértices y los kilómetros correspondientes. Se dibujan en seguida las curvas de nivel, con base en la cartera de Topografía, y todos los detalles allí registrados de la zona levantada como cursos de agua, caminos, casas, linderos de predios y nombres de sus propietarios, etc.

De la cuadrícula únicamente se deja constancia, cerca al borde de las planchas y con rayas en tinta, de las intersecciones de las líneas con indicación de los números de coordenadas correspondientes. En cada plancha se anotan los números de orden, la entidad que dispone el trazado, la escala usada, el nombre del profesional o firma que ejecuta el trabajo, etc., y se indica con una flecha la dirección N- S.

El Proyecto

La elaboración de un proyecto de carretera es una tarea compleja, gobernada por el criterio e iniciativa del proyectista y regulada por el tipo y especificaciones de la vía en estudio. Las explicaciones pertinentes y la técnica general por seguir en los diseños en planta y en perfil de la vía debe ofrecerlas el profesor ante cada grupo de alumnos que realice un trabajo previo de campo y de oficina, tendiente a estudiar siquiera un kilómetro de trazado.

Consignar por escrito aquellas explicaciones resultaría una tarea vasta y onerosa para ser completa. Este vacío, en el presente estudio, debe llenarlo el profesor de la materia como una contribución primordial de su parte al buen éxito del curso.

El proceso general de elaboración de un proyecto de carretera comprende, en síntesis, las labores siguientes: sobre cada plancha de la zona topográfica levantada se marea, en dibujo a lápiz, la denominada línea de ceros utilizando un compás de puntas con distancia adecuada para que, pasando de curva en curva de nivel con la pendiente requerida, se precise la faja de emplazamiento de la banca en los sucesivos trazos de estudio, con base en esa línea y haciendo uso de un juego de plantillas de curvas circulares en material transparente que cubra valores escalonados para el radio, su grado y cuerda unidad respectivos, se diseña el eje de la vía constituido por tangentes y curvas; en esta labor deben observarse las normas que se estipulen sobre curvatura máxima y tangentes mínimas entre curvas del mismo sentido o de sentido contrario.

Con un compás patronado se abscisa en seguida, de 10 en 10 m, el eje diseñado en planta y con la cota de cada punto abscisado, determinada mediante interpolación entre curvas de nivel del plano, se dibuja luego en papel milimetrado el perfil de ese eje en escalas habituales de 1:2000 para las abscisas y de 1:200 para las ordenadas. En dicho perfil, que se denomina figurado o deducido, se diseña la subrasante de la vía dentro de las pendientes límites especificadas, empalmando los alineamientos rectos con curvas verticales.

Para el control de volúmenes en movimiento de tierra deben tonlarse perfiles transversales y trazarse en ellos la sección de la banca para definir por sectores la ubicación de la subrasante.

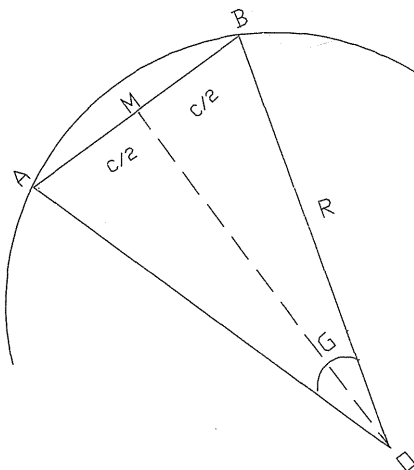
CAPITULO

ALINEAMIENTO HORIZONTAL Y LOCALIZACION

El diseño en planta de una vía lo constituye la ubicación del eje de ésta dentro de la zona de terreno estudiada. Dicho eje lo configuran rectas y curvas circulares simples, compuestas y/o espirales, sucesivamente tangentes entre sí.

CURVAS CIRCULARES SIMPLES

Se denomina simple la curva circular de un solo radio. Curvas de este tipo se designan por su radio o por su grado, y se llama grado de una curva circular el ángulo al centro subtendido por una cuerda escogida como unidad. Los valores usuales de esta cuerda (C), en nuestro sistema métrico, son 5, 10 y 20 m. Los norteamericanos usan el de 100 pies.



- Figura 14 -

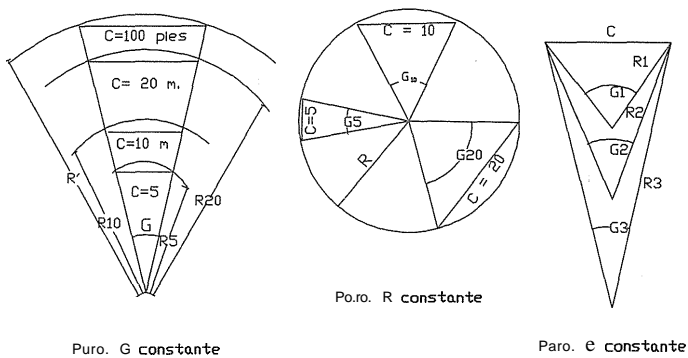
En la figura 14 puede establecerse la relación entre el radio (R) de una curva, su grado (G) y la cuerda unidad $C = AB$.

En efecto, en uno de los triángulos iguales AMO y BMü se tiene:

$$R = \frac{e}{\text{sen} \frac{G}{2}}$$

Con base en esta fórmula se elaboran las tablas de radios de curvatura para los respectivos valores de cuerda unidad (C) y la escala de valores de grado (G) que se quiera. De ahí que las tablas norteamericanas de radios para cuerda unidad de 100 pies se utilizan en el sistema decimal para cuerda de 10 m con sólo dividir por 10 los valores que indican tales tablas.

Como información objetiva sobre las relaciones existentes entre el radio, el grado y la cuerda unidad de una curva circular, según la fórmula en referencia, se presentan los gráficos de la figura 15.



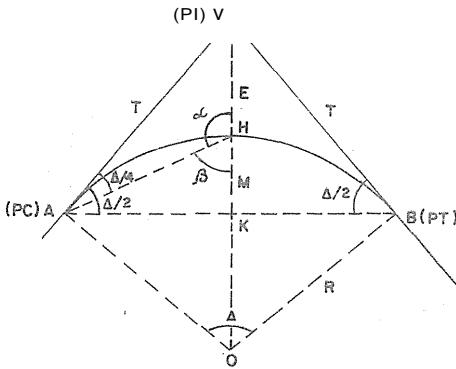
- Figura 15 -

Nomenclatura y elementos

Los puntos de tangencia de una curva circular con las rectas del alineamiento horizontal de una carretera, en el sentido de avance del abscisado, se denominan PC en donde principia la curva y PT en donde principia la tangente. El punto de intersección de las dos rectas que empalma la curva se denomina PI, y el ángulo de deflexión entre esas rectas se designa Δ , cuyo sentido, derecho o izquierdo, será el de la curva.

Los elementos de uso habitual en el cálculo y localización de una curva circular son los siguientes, cuya determinación pasa a deducirse:

... , cuerda larga, ... media. En la 16 se tiene:



- T = VA = VB : tangente
- CL = AB : cuerda larga
- E = VH : externa
- M = HK : ordenada media

En cualquiera de los triángulos iguales AVO y BVO puede escribirse:

$$T = R \operatorname{tg} (\Delta/2)$$

En el triángulo AKO:
 $AK = CL/2 = R \operatorname{sen}(\Delta/2)$ ó

$$\dots \operatorname{sen}$$

- Figura 16 -

En el triángulo

$$(T/\operatorname{sen} \alpha) = (\Delta/4) \text{ o } = T (\operatorname{sen} \Delta/4)/\operatorname{sen} \alpha$$

pero $\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen} B = \cos$ luego

$$E = T \operatorname{tg} (\Delta/4)$$

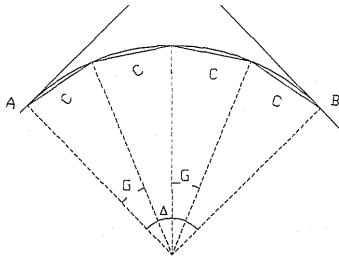
De la figura se obtiene:

$$M = HK = HO - KO = R - R \cos (\Delta/2)$$

o sea $M = R (1 - \cos \Delta/2)$.

Longitud de la curva

Para efectos de localización, la longitud de una curva en carreteras no es el desarrollo del arco circular sino la longitud de la poligonal inscrita cuyo lado es la cuerda unidad.



- Figura 17 -

entero ^o fraccionario, lo cual extiende su aplicación al caso general y corriente de que curva no contenga un número exacto de veces a la cuerda unidad.

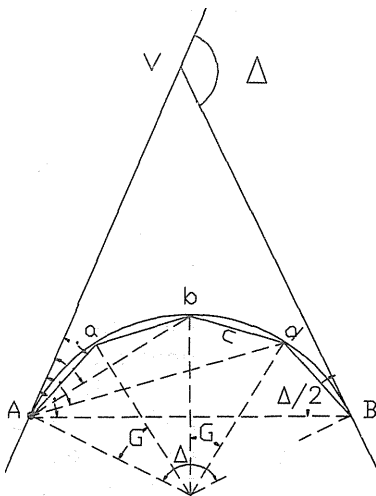
Así, en la figura 17, la longitud L de esa poligonal se determina como sigue. Llamando (n) el número de cuerdas, puede escribirse la igualdad:

$$C/G = n \sin \frac{\Delta}{2} = L/\Delta$$

De donde $L = C\Delta/G$

La igualdad que da origen a esta fórmula se cumple, sea (n) un número

Deflexiones y cuerdas



- Figura 18 -

Dadas dos rectas por empalmar con una curva circular, cuyos puntos de tangencia PC y PT están fijados en ellas, se localizará la curva por el sistema de deflexiones y cuerdas. Se denominan ángulos de deflexión de una curva los formados con la tangente por las visuales dirigidas desde uno de los puntos de tangencia a cualquier otro de la curva.

La figura 18 ofrece el ejemplo de un arco por trazar en el terreno en donde están localizadas las dos tangentes mediante su in-

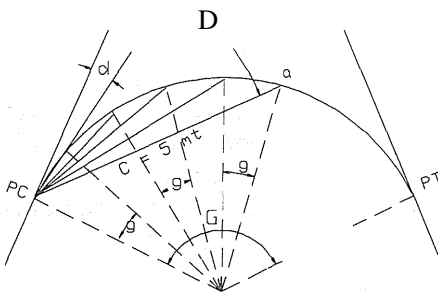
tersección V(PI) y los puntos de tangencia A(PC) y B(PT). La curva contiene cuatro cuerdas unidad completas, esto es, $L = 4C$ y va a determinarse mediante la fijación de los puntos: (a), (b), (d).

Centrando un tránsito en el punto A y con ceros en dirección a V está dispuesto para operar. La deflexión para el punto (a) es el ángulo $V A a = G/2$ que, marcado en el aparato y medida en esa dirección la primera cuerda, queda localizado dicho punto.

Marcada la deflexión para el punto (b), que es el ángulo $V A b = 2G/2$, Y medida la segunda cuerda a partir de (a) se localiza el punto (b). Con la deflexión $3G/2$ y medida la tercera cuerda a partir de (b) se localiza el punto (d). Cuando se marque en el tránsito el punto $V A B = \Delta/2$ la visual debe coincidir con el punto B y la distancia dB será igual a la cuerda unidad.

Deflexión por metro de cuerda

El caso ordinario en la longitud de una curva es el de que las cuerdas adyacentes a los puntos de tangencia son menores que la cuerda unidad, es decir, fraccionarios. Es necesario, entonces, determinar la deflexión por metro de cuerda como base para el cálculo de cualquier longitud requerida.



- Figura 19 -

En la disposición de la figura 19 se tiene:

Cuerda unidad =

$C = 5 \text{ m}$

Grado $G = 5g = Cg$

De donde $g = G/C$

Deflexión para cuerda unidad C:

$D = G/2$

Deflexión para cuerda de aproximadamente,

1 m: $d = g/2$ o sea

$d = G/2C$. Con diferen-

tes valores de la cuer-

da unidad se tiene:

Para C = 5	$d_5 = G/10$ Reduciendo G a minutos:
	$d_5 = 60 \times G/10 = 6G$ en minutos
Para C = 10	$d_{10} = 60 \times G/20 = 3G$ en minutos
Para C = 20	$d_{20} = 60 \times G/40 = 1,5G$ en minutos

Cálculo de una curva

Un ejemplo numérico indica la aplicación de las fórmulas deducidas anteriormente y la disposición de la cartera de tránsito, para deflectar o localizar una curva en el terreno. Sean la deflexión leída en el tránsito centrado en el PI y los datos de la curva siguiente:

$$\begin{aligned}\Delta &= 63^\circ 28' \\ R &= 33,73 \text{ m} \\ G &= 8^\circ 30' \\ C &= 5,00 \text{ m}\end{aligned}$$

El valor de la tangente que, medida desde el PI sobre cada una de las rectas por empalmar, fija la ubicación del PC y PT es:

$$T = R \operatorname{tg} \Delta/2 = 33,73 \operatorname{tg} 31^\circ 44' = 20,86 \text{ m.}$$

La circunstancia de que son frecuentes los cálculos con $\Delta/2$ hace aconsejable redondear siempre a minutos pares la lectura de la deflexión.

Al llegar al PC con las medidas del alineamiento se anota como abscisa K.O + 082,13
La longitud de la curva es:

$$L = C\Delta/G = (5,00 \times 63^\circ 28')/8^\circ 30' = 5,00 \times 63,47/8,5 = 37,33 \text{ m.}$$

La abscisa del PT es:

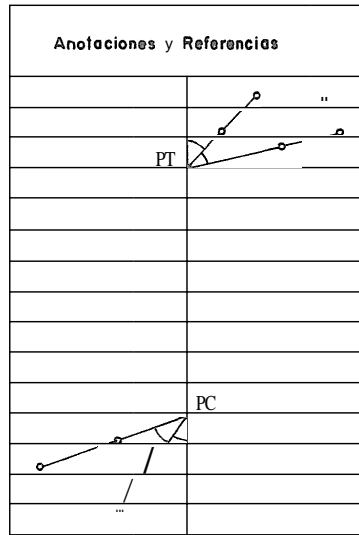
$$\text{Abscisa del PC} + L = 082,13 + 37,33 = 119,46 \text{ m.}$$

Puede así disponerse la cartera en la forma que aparece en el modelo siguiente

Conocidos por la cartera de tránsito los puntos de abscisa completa sobre la curva, se procede a calcular las deflexiones correspondientes a cada uno de ellos a partir del PC.

CARTERA DE TRANSITO - LOCALIZACION

Absc.	Deflex.	Elemen. de curvas	R.C	R.M	o e b' u R ...
130					
120					
PT 119.46	31°44'	$\Delta = 63^{\circ}26'D$			
115	27°56'	$R = 33.73$			
110	23°41'	$G = 8^{\circ}30'$			
105	19°26'	$C = 5.00$			
100	15°11'	$T = 20.86$			
095	10°56'	$L = 37.33$			
090	6°41'				
085	2°26'	$eC = 0.015 d$			
PC 082.13	0°00'	$\delta = +0.02$			
080					
070					
060					
K.7					



La primera subcuerda o cuerda fraccionaria adyacente al **pe** vale:
 $85,00 - 82,13 = 2,87 \text{ m}$.

La deflexión por metro es $d_s = 6G = 6 \times 8,5 = 51'$
 La deflexión para 2,87 es $2,87 \times 51' = 146.37' \approx 146' \approx 2^{\circ}26'$
 La deflexión para cada 5m adicionales es

$$D = G/2 = (8^{\circ}30')/2 = 4^{\circ}15'$$

La subcuerda adyacente al **PT** vale: $119,46 - 115,00 = 4.46 \text{ m}$.

La deflexión para esta subcuerda es $4,46 \times 51' = 227,46'$

$$227,46' \approx 228' = 3^{\circ}48'$$

Las fracciones decimales de minuto de las deflexiones correspondientes a las subcuerdas extremas de la curva se aproximan siempre una por exceso y otra por defecto.

La deflexión final, correspondiente al **PT**, debe ser igual a la mitad del ángulo de las dos tangentes ($\Delta/2$) Así se chequea el ángulo de la curva.

Localización de la curva

Una vez calculada la curva y dispuesta la cartera en la forma descrita, se procede a la localización mediante puntos de tránsito ubicados a ras de tierra y las respectivas estacas-testigo en donde se marcan las abscisas. Tanto el PC, PT y PI como cualquier otra estación de tránsito se precisan con punto y puntilla. En los demás puntos de alineamiento la dirección de las visuales y la medida de distancias se marcan con crayola.

Si, como en el caso propuesto, la curva se calculó para ser deflectada desde el PC, se centra allí el tránsito y se ajusta en ceros con dirección al PI; se marca en el limbo horizontal la primera deflexión ($2^{\circ}26'$) y en esa dirección se mide la subcuerda de 2,87 m; se colocan así el punto y la estaca-testigo correspondiente a la abscisa 085. Se marca luego la deflexión $6^{\circ}41'$ y se mide la cuerda unidad de 5,00 m a partir de la abscisa 085; en la intersección de la visual y la medida se localizará igualmente la abscisa 090. Por este último procedimiento continúan estacándose las abscisas hasta la 115.

En seguida se marca en el aparato la deflexión $31^{\circ}44'$ que corresponde al PT. Sobre la puntilla de este punto un cadenero suspenderá la plomada. Si el hilo vertical del retículo coincide con el de la plomada, se entiende que la curva ha cerrado sin error en el ángulo. En caso contrario, se hará desplazar la plomada en sentido normal a la visual hasta que tal coincidencia se produzca. La separación entre la puntilla y el punto en donde descansa la aguja de la plomada al ser desplazada, será el error de cierre en ángulo, medido en centímetros con indicación del sentido izquierdo o derecho de la desviación de la visual con respecto al PT.

Finalmente, se hace medir la distancia entre el último punto localizado de la curva (115) y el PT. Si esa medida coincide con el valor de la subcuerda calculada (4,46 m) se entiende que la curva ha cerrado sin error en distancia. De otra manera la diferencia que se advierta, expresada en centímetros, indicará el error precedido de los signos (+) o (-) según que esa diferencia corresponda a exceso o defecto en relación con la longitud de la subcuerda que aparece en la cartera de tránsito.

De uno y otro de los errores de cierre, cuando los hay, se deja constancia en la cartera, designándolos por (α) en ángulo y por (δ) en

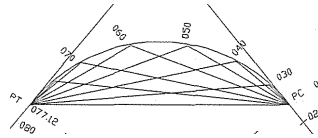
distancia, tal como se indica en la tercera columna del modelo de cartera de tránsito de localización.

Localización con dos tránsitos.

Cuando dificultades del terreno hacen en extremo difícil la medición de subcuerdas y cuerdas en la localización de una curva, como ocurre en un pantano o en un precipicio, pueden estacarse los puntos previstos de la curva mediante la intersección de visuales. El procedimiento consiste en calcular las deflexiones en ambos sentidos, es decir, desde el PC hasta el PT como a la inversa, y precisar cada punto en el cruce de las visuales correspondientes a las deflexiones que, en uno y otro sentido, se calculan para una misma abscisa.

La figura 20 enseña la determinación de los puntos de la curva por intersección de las visuales y debajo aparece la forma como se calcula las deflexiones de esos puntos, tanto desde el PC como del PT, con base en los siguientes datos sobre la curva:

$\Delta = 63^{\circ}18'1$ (izquierda)
 $R = 42,54$ m
 $G = 13^{\circ}30'$
 $C = 10$ m
 PC : K.7 + 024,23



- Figura 20 -

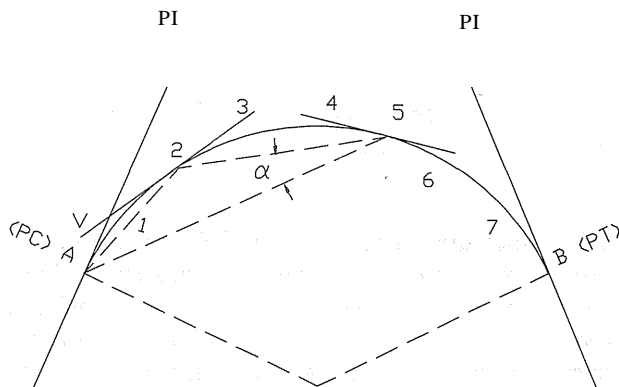
	Abscisas	Deflexiones	
		Desde PC	Desde PT
PT	080		
	071,12	31°39'	00°00'
	070	30°54'	00°45'
	060	24°09'	07°30'
	050	17°24'	14°15'
	040	10°39'	21°00'
	030	03°54'	27°45'
PC	024,23	00°00'	31°39'
	020		
	K.7		

Como se ve, la suma de las dos deflexiones calculadas para cada abscisa es constante e igual a $31^{\circ}39'$. En caso de esta índole, en que no es posible la medida de cuerdas, no hay lugar a comprobación de error de cierre de la curva en distancia; sólo puede establecerse el cierre en ángulo.

Utilización de P.O.C.

Ocurre muchas veces que por la configuración del terreno o la presencia de obstáculos difíciles de remover es imposible dirigir una visual del PC al PT, o viceversa, y no puede deflectarse la curva desde un solo punto. Es necesario entonces utilizar puntos intermedios con estaciones de tránsito, que se denominan P.O.C., iniciales de la expresión inglesa "point over curve" (punto sobre curva). La figura 21 permite la justificación geométrica del procedimiento y los datos numéricos sobre deflexiones, consignados en el modelo de cartera de tránsito que aparece en la página 46 facilitan explicar su utilidad práctica.

Si del PC sólo alcanza a colocarse el punto (2) de la curva, este punto se precisa con puntilla y allí se pasa el tránsito. Con el anteojo invertido



- Figura 21 -

y en ceros el limbo horizontal, se fija la visual en dirección al PC. Se transita luego el antejo y se deflecta a la derecha un ángulo igual a la deflexión correspondiente al punto (2), o sea el ángulo VA2, con lo cual la visual quedará tangente a la curva en ese punto, pues el triángulo es isósceles.

Con la visual tangente en el punto (2) el tránsito está listo para continuar localizando los de la curva con sólo aumentar sucesivamente la deflexión correspondiente a cada cuerda unidad, que es $G/2$. Pero como en esa dirección tangente en el aparato está marcada la deflexión que corresponde al punto (2) en donde está centrado, para la colocación de los siguientes basta con leer las deflexiones ya anotadas en la carterá.

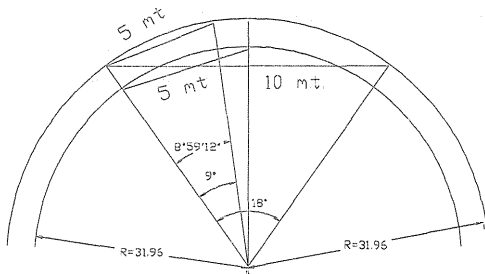
Si del punto (2) no alcanza a colocarse sino el punto (5), allí se traslada el tránsito. Por hipótesis, si desde allí se viera el PC, se apuntaría en tal dirección en ceros y se procedería como en el caso anterior. No siendo ello posible, si al apuntar a (2) se marca previamente en el limbo el ángulo (α) se estará en dicho caso. El ángulo inscrito (α) tiene por medida la mitad del arco comprendido entre sus lados, la misma del ángulo semiscrito VA2 que es justamente la deflexión correspondiente al punto (2). Quiere esto decir que cuando se utiliza un segundo basta con apuntar al primero fijando previamente el ángulo de deflexión que corresponde a este punto. Análogamente se procede con un tercero o cuarto P.O.C. en relación con el anterior inmediato.

De las comprobaciones geométricas efectuadas se deducen las siguientes reglas de orden práctico:

- a) Cuándo deben utilizarse uno o más P.O.C. en la localización de una curva circular, con sólo dirigir la visual desde cualquier de ellos a un punto anterior, marcando previamente en el tránsito el ángulo de deflexión correspondiente al punto a donde se mira, puede continuarse la localización haciendo uso de las deflexiones calculadas en la carterá.
- b) Centrado el tránsito en cualquier P.O.C. y dispuesto como lo indica la regla anterior, si se marca el ángulo correspondiente a la deflexión del punto en donde está situado, la visual estará tangente a la curva.

Cuerdas y radios

Dada una curva para ser localizada con una cuerda determinada, al utilizar cuerda distinta el radio debe variar ligeramente para evitar, como factor de *curvato*, un de curva muy fraccionado.



- Figura

La comprobación analítica de este enunciado se completa con una demostración gráfica, según la figura 22, en la forma siguiente: La entre los valores una curva está por la fórmula:

$$R = \frac{e}{2 \cdot \text{sen} \frac{G}{2}}$$

Para $e = 10$ y $G = 18^\circ$: $R = (10/2) / \text{sen}(18^\circ/2) = 31.96 \text{ m}$

Al utilizar una cuerda de 5 m sin modificar el radio, se tiene:

$$31,96 = (5/2) / \text{sen} (G'/2) \text{ de donde } G' = 8^\circ 59' 12''$$

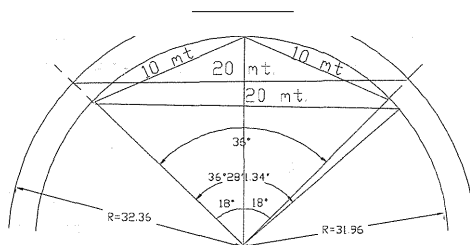
Con este valor tan fraccionado como elemento de cálculo se harían demoradas las operaciones de campo. Es, pues, conveniente aproximarlo al número completo inmediato. Así, para $G' = 9^\circ 00'$,

$$R_5 = (5/2) / \text{sen} (9^\circ/2) = 31,86 \text{ m}$$

Si en lugar de una cuerda de 5 m se utiliza una de 20 m sin modificar el radio inicial, se tiene con referencia a la figura 23:

$$R = (20/2) / \text{sen}(18^\circ/2) = 31.96 \text{ m}$$

para $C = 20$ Y $R = 31.96$



- Figura 23 -

Con la aproximación

$$G = 36^\circ \quad R_{20} = (20/2) / \text{sen}(36^\circ/2) = 32.26 \text{ m}$$

Para una mayor aproximación al radio de la curva original puede redondearse el grado a $36^\circ 30'$ en lugar de 36° y se tiene:

$$R_{20} = (20/2) / \text{sen}(36^\circ 30'/2) = 32.00 \text{ m}$$

Los cálculos y gráficos anteriores demuestran que una curva circular dada por su radio, correspondiente a cuerda unidad de 10 m, puede localizarse también con cuerdas de 5 ó 20 m; pero que, para evitar el uso de valores muy fraccionados resultantes en la conversión del grado de la curva, deben redondearse adecuadamente, con lo cual se producen variaciones en centímetros con respecto al radio inicial, inapreciables en el proyecto e insignificantes en la localización.

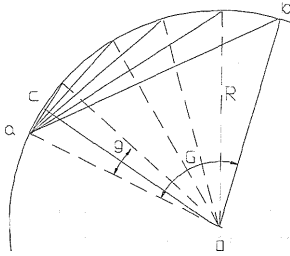
Subcuerdas y ángulos al centro

Como se comprobó geoméricamente en la figura 18, si una cuerda circular pudiera localizarse en toda su longitud con cuerdas unidad completas no habría lugar a error ninguno en la localización de cada punto de la curva. No ocurre esto de ordinario, pues casi siempre las cuerdas adyacentes al PC y al PT son fracciones de la cuerda unidad y su empleo conlleva un error sistemático que puede determinarse como se indica en seguida. En la figura 24 se advierte:

$ab = C = 5 \text{ m}$: Cuerda unidad. El arco que subtiende la cuerda unidad se divide en tantas partes iguales cuantos metros tiene esa cuerda, por cada una de las cuales se trazan radios.

c: subcuerda real.

g: ángulo al centro correspondiente a (c).



- Figura 24 -

R: Radio de la curva.

En el triángulo rectángulo cuyo cateto menor es $c/2$, se tiene:

$$c = R \text{sen} \frac{g}{2} \text{ o } c = 2R \text{sen} \frac{g}{2} \quad (I)$$

Se denomina subcuerda nominal (c') una de las partes en que está dividida la cuerda unidad. Puede escribirse entonces:

$$C = 5c' \text{ y también } G = 5g$$

Dividiendo entre sí los miembros de estas igualdades

$$\frac{G}{C} = \frac{5g}{5c'} = \frac{g}{c'} \text{ De donde } g = \frac{Gc'}{C} \quad (II)$$

Si se asigna a (c'), como subcuerda nominal, el valor de una fracción cualquiera de la cuerda unidad, la ecuación da para (g) el valor del ángulo al centro relativo a esa subcuerda, valor que permite calcular la cuerda real correspondiente a dicho ángulo, utilizando la fórmula (I).

Como para localizar con exactitud un punto de la curva de cuerda inferior a la cuerda unidad, una vez conocida su deflexión debiera medirse la subcuerda real correspondiente y no la nominal, al utilizarse esta última en la práctica se incurre en un error que es necesario establecer. Tal error es, justamente, la diferencias entre las subcuerdas real y nominal. Un ejemplo numérico permite señalarlo.

Sea una curva determinada así: $R = 30,29 \text{ m}$. $G = 19^\circ$, $C = 10 \text{ m}$.

Para una subcuerda nominal (c') de $4,00 \text{ m}$ el ángulo al centro correspondiente será:

$$g = \frac{Gc'}{C} = \frac{19 \times 4}{10} = 7,6^\circ = 7^\circ 36'$$

y el valor de la subcuerda real estará dado por

$$c = 2R \operatorname{sen}(g/2) \times 30,29 \operatorname{sen} 3^\circ 48' = 4,015 \text{ m}$$

Se incurre, pues, en un error de 0,015 m que, sumado a aquel que se registre en la otra subcuerda extrema, alcanzará una magnitud que lo hace inaceptable como sistemático.

Si la misma curva se localiza con cuerda unidad de 5 m en lugar de 10m sus datos serán:

$$R = 30,19 \text{ m} \quad G = 9^\circ 30' \quad e = 5$$

Para una subcuerda nominal de 3,00 m el ángulo correspondiente al centro será

$$g = \frac{9,5}{5} \times 3 = 5,70 = 5^\circ 42'$$

y el valor de la subcuerda real estará dado por

$$c = 2 \times 30,19 \operatorname{sen} 2^\circ 51' = 3,0020 \text{ m}$$

El error en que se incurre es de 0,002 m, perfectamente aceptable en mediciones de campo que se hacen con aproximación al centímetro.

Si la curva en referencia se localizara con cuerda unidad de 20 m sus datos serían:

$$R = 30,72 \text{ m} \quad G = 38^\circ, \quad e = 20$$

Para una subcuerda nominal de 9,00 m el ángulo al centro correspondiente sería:

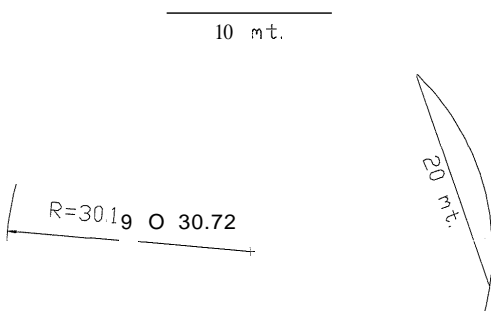
$$g = \frac{38 \times 9}{20} = 17,1^\circ = 17^\circ 06'$$

y la subcuerda real

$$e = 2 \times 30,72 \text{ sen } 8^\circ 33' = 9,093 \text{ m.}$$

Este error de 0,093 m, es absolutamente inaceptable.

Los resultados obtenidos en cada uno de los tres casos considerados indican que entre la cuerda empleada y el radio de curva existe una proporcionalidad y que, mientras menos se aparte la cuerda del arco que subtiende, el error sistemático en el uso de subcuerdas o fracciones de cuerda unidad será menor hasta reducirse a un valor aceptable.



- Figura 25 -

Esta conclusión la comprueba objetivamente la figura 25, en donde una curva como la del ejemplo, cuyo radio oscila entre 30,19 y 30,72 m, se ciñe estrechamente a una cuerda de 5 m; se aparta un poco de una de 10 m y se aleja sensiblemente de una de 20 m.

Se explica en esta forma que, cuando los puntos que hayan de localizarse en una cuerda correspondan a subcuerdas próximas a la mitad de la cuerda unidad,

acusan los valores máximos de error sistemático. Así, en el ejemplo aludido, se dio una subcuerda nominal de 4,00 m para una cuerda unidad de 10,00 m, una de 3,00 m para cuerda de 5,00 m y una de 9,00 para cuerda de 20,00 m, a fin de pronunciar las respectivas diferencias entre la subcuerda nominal dada y la real calculada, en las cuales radica, como se dijo, ese error.

Cuerdas unidad adecuadas

De las deducciones hechas en el análisis anterior resulta que, si el radio mínimo de curvatura se fija en un valor del orden de 30 m, la cuerda unidad adecuada para localizar una curva de esa especificación es la de 5 m por que el error en medida, cuando se utilicen subcuerdas, es inapreciable.

Con un proceso investigativo análogo puede determinarse el radio mínimo de una cuerda que haya de localizarse con cuerda unidad de 10 m sin que el error en medida, cuando se usen subcuerdas, tenga significación alguna. Lo mismo puede obtenerse con el radio mínimo de curvatura cuando haya de emplearse la cuerda unidad de 20 m. Se fijará, así, una escala de límites de radios entre los cuales se señala la cuerda unidad adecuada que elimina prácticamente el error sistemático de distancia en la localización de curvas.

Realizando algunos tanteos se llega a una curva cuyos datos son:

$$R=67,47\text{m}, \quad G=8^{\circ}30' \quad C=10\text{m}$$

Para una subcuerda nominal de 5,00 m, mitad de la cuerda unidad, que detennina el máximo error sistemático en distancia, el ángulo al centro correspondiente es

$$g = \frac{8.5}{10} \times \frac{5}{2} = 4,250 = 4^{\circ} 15'$$

y la subcuerda real

$$e = 2 \times 67,47 \text{ sen } 2^{\circ} 07' 30'' = 5,0036 \text{ m}$$

El error cometido es menor de 4 mm, inapreciable en mediciones sobre el terreno. Y si esta curva se localizara con cuerda unidad de 5 m, con ninguna subcuerda el error alcanzaría a 1 mm. Indica esto que curvas de radios comprendidos entre 30,19 y 67,47 m deben localizarse con cuerda unidad de 5,00 m para seguridad de que no hay lugar a tomar en cuenta el error en referencia, y que este valor de 67,47 m es el menor radio para una curva, localizable con cuerda unidad de 10 m, que garantiza como error máximo de subcuerda uno menor de 4 mm.

Un proceso análogo de tanteos establece el radio mínimo de una curva que pueda localizarse con cuerda unidad de 20 m sin que el uso de una subcuerda cualquiera implique error en distancia que requiera tomarse en cuenta. Tal radio determina el límite superior del grupo de curvas que debe localizarse con cuerda unidad de 10 m bajo garantía de no incurrir prácticamente en tal error.

Así, considerada una curva de $R = 143,35$ m, $G = 8^{\circ}00'$ Y $C = 20$ m y asumiendo 10 m como el valor más desfavorable para una subcuerda nominal, el ángulo al centro que corresponde a esta subcuerda es

$$g = \frac{8 \times 10}{20} = 4^{\circ}$$

y la subcuerda real

$$c = 2 \times 143,35 \sin 2^{\circ} = 10,0058 \text{ m}$$

Un error inferior a 6 mm puede desprejarse en una medición sobre el terreno. Y si esta curva se localizase con cuerda unidad de 10 m ninguna subcuerda alcanzaría al error de 1 mm.

Como conclusión de los análisis realizados y resultados obtenidos en las consideraciones anteriores, la indicación de cuerdas unidad adecuadas para la localización de curvas en alineamiento horizontal se consigna en la tabla de la página siguiente.

Usualmente en carreteras no se utilizan cuerdas mayores de 10m a fin de que el cálculo de volúmenes entre abscisas alcance la mayor aproximación posible, especialmente en terrenos irregulares.

OBSTACULOS EN LA LOCALIZACION

Ocurre con frecuencia que, al localizar en el terreno el alineamiento del proyecto, se encuentran obstáculos de diverso orden que deben salvarse con base en las relaciones geométricas existentes entre los diferentes elementos de las curvas. Casos típicos de aquellas dificultades se presentan en este estudio, con indicación de las correspondientes soluciones.

CURVAS Y RADIOS DE CURVAS

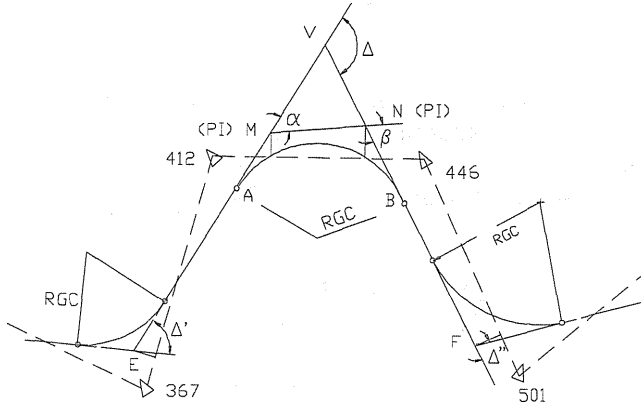
Cuerda = 5 m		Cuerda = 10 m		Cuerda= 20
G		G	R	
9°30'	30.19	8°30'	67.47	143.35
9°00'	31.86	8°00'	71.68	152.90
8°30'	33.73	7°30'	76.45	163.80
8°00'	35.84	7°00'	81.90	176.33
7°30'	38.22	6°30'	88.20	
7°00'	40.95	6°00'	96.54	
6°30'	44.10	5°30'	104.21	
6°00'	47.67	5°00'	114.63	
5°30'	52.11	4°30'	127.36	
5°00'	57.31		143.27	
4°30'	63.68			

PI inaccesible

Cuando el ángulo de deflexión entre las tangentes es mayor de 90° suele suceder que el PI se encuentre del eje del proyecto, hasta el punto que se hace inaccesible si el terreno tiene fuertes inclinaciones transversales. En este caso es preciso fijar sobre el plano dos PI auxiliares mediante una secante que determine esos puntos al intersectar las tangentes de la curva, con el criterio de que el segmento de secante comprendido entre los PI, escogidos sea fácilmente medible en el terreno. Dos casos de PI inaccesible pueden presentarse, según que la deflexión Δ sea mayor que 180° .

Primer caso: $\Delta < 180^\circ$. En la figura 26 se explica el proceso de la solución.

La línea punteada, abscisada en los vértices, es un alineamiento preliminar, y el alineamiento continuo, de tangentes y curvas, el correspondiente de la línea de proyecto. Se considera que el PI de la curva central es inaccesible para localizarlo en el terreno, lo cual hace necesario utilizar como PI auxiliares los puntos M y N. Tanto estos puntos como los PI de las curvas adyacentes se trasladan del plano al terreno, valiéndose de sus coordenadas rectangulares con relación a la línea preliminar.



- Figura 26 -

Marcados así en el terreno los PI denominados en la figura con las letras E, M, N, y F Y señalados inicialmente con un jalón o una vara de mayor longitud si es preciso, se procede en la forma siguiente: supóngase que E se materializó con punto y puntilla desde la estación anterior. Se centra allí el tránsito y en ceros, con el anteojo invertido, se apunta dicha estación. Se transita y se deflexa para buscar el punto M. Si al mirar a este punto el ángulo horizontal leído corresponde a número par en los minutos, se materializa allí el primer PI auxiliar; de lo contrario, se desplaza hasta ajustar cualquiera de los números par contiguos. Con el Δ definitivo en E y con el radio R de la curva del proyecto se calcula la tangente respectiva ($T = R \operatorname{tg} \Delta'/2$), que se mide a partir de E para materializar el pe y el PT.

Se traslada el tránsito al punto M. En ceros y con el anteojo invertido se apunta a E. Se transita y se deflexa hacia el punto N, el cual se materializa previa anotación de la deflexión u . Se mide cuidadosamente el alineamiento MN. Se pasa el tránsito a N. Se apunta, como los casos anteriores, a M y se transita y deflexa hacia el PI siguiente F, cuidándose de ajustar los minutos del ángulo β en forma que, sumados con los de u , alcancen un número par en los del ángulo de deflexión Δ de la curva central el cual no puede leerse directamente por la inaccesibilidad del PI de esa curva. Como se advierte en el triángulo MVN, $\alpha + \beta = \Delta$.

Queda así materializado F, a donde se trasladará después el tránsito para proceder a colocar el PC y el PT de la tercera curva de la figura, en la misma forma en que se operó en el punto E.

Determinado el valor de Δ en la curva central y dado el radio R del proyecto se calcula la tangente T, que no es posible medir desde el PI. Deben entonces calcularse las distancias MA y NB para materializar el PC y el PT de esa curva, cálculo que se efectúa así:

$$\begin{aligned} MA &= VA - VM = T - VM \\ NB &= VB - VN = T - VN \end{aligned}$$

En el triángulo MVN, por relación de senos, se tiene:

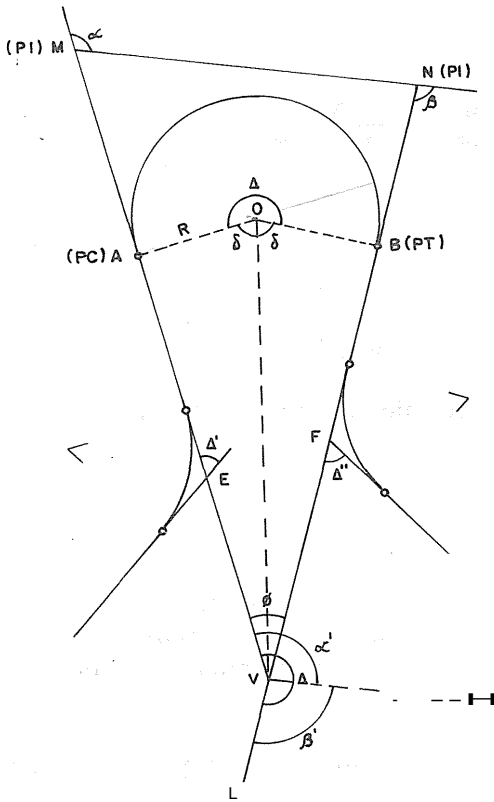
$$\frac{MV}{\text{sen}\beta} = \frac{NV}{\text{sen}\alpha} = \frac{MN}{\text{sen}\Delta} \quad \text{MN se mide en el terreno}$$

De donde

$$MV = MN \frac{\text{sen}\beta}{\text{sen}\Delta} \quad \text{y} \quad NV = MN \frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}\Delta}$$

20 Caso: $\Delta > 180^\circ$. En la figura 27 se presentan tres curvas del tramo de un proyecto, de las cuales la intermedia tiene un desarrollo mayor de 180° . El PI de esta curva estaría situado hacia atrás en el punto V, inaccesible por las dificultades de medir la gran magnitud de las tangentes en el terreno irregular que al caso implica. Por esto el PI se reemplaza por dos auxiliares M y N indicados en el proyecto y trasferidos al terreno, al igual que los PI de las curvas vecinas, por coordenadas rectangulares sobre la preliminar tal como se procedió en el caso anterior. También como en este caso el tránsito se centrará sucesivamente en los puntos E, M, N y F para leer las deflexiones, calcular las tangentes y materializar los PC y PT de cada curva.

En el caso particular de la curva intermedia es necesario comprobar dos cosas: que el ángulo de deflexión Δ es igual a la suma de las



- Figura 27 -

deflexiones α y β que se leen en el terreno, y que el valor de la tangente se calcula por la fórmula corriente $T = R \operatorname{tg} \Delta/2$.

Si por el punto V se traza VH paralela a MN, los ángulos α y α' y β y β' son iguales en su orden, por correspondientes y $\alpha' + \beta' = \Delta$, como ángulos que tiene sus lados respectivamente perpendiculares. Se deduce de esto que $\Delta = \alpha + \beta$, debiéndose ajustar uno de los dos sumandos para que el número total de minutos sea par.

La tangente AV de la curva se calcula en el triángulo:

AOV: $T = AV = R \operatorname{tg} \delta$.

Además $2\delta = 360^\circ - \Delta$ de donde $\delta = 180^\circ - \Delta/2$

$$\text{Luego } T = R \operatorname{tg} (180^\circ - \frac{\Delta}{2}) = - R \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

$$\text{Como } \frac{\Delta}{2} > 90^\circ \quad T = R \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

Para materializar el PC y el PT deben calcularse las distancias MA y NB, que valen

$$MA = MV - T \qquad NB = NV - T$$

En el triángulo MVN se tiene:

$$\frac{MV}{\text{sen}\beta} = \frac{NV}{\text{sen}\alpha} = \frac{MN}{\text{sen}\phi} = \frac{MN}{\text{sen}(\Delta - 180^\circ)}$$

De donde

$$MV \therefore MN \text{ sen } \alpha / \text{sen} (\Delta - 180^\circ)$$

$$NV \therefore MN \text{ sen } \beta / \text{sen} (\Delta - 180^\circ)$$

La distancia MN se mide con todo cuidado en el terreno, pues es un elemento de cálculo.

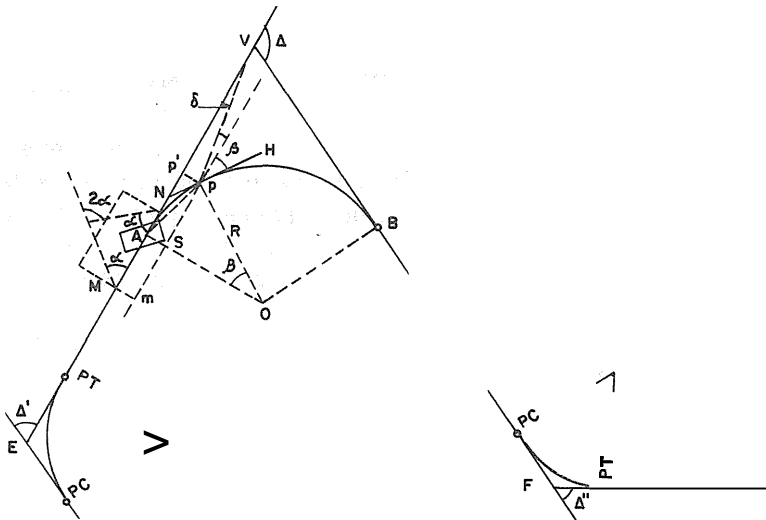
PC inaccesible

Cuando al localizar una curva se advierte en el terreno un obstáculo que haga inaccesible para la medición el punto en donde debe materializarse el PC e impida la visual, deben resolverse dos problemas antes de deflectar la curva:

- a) Sortear el obstáculo para materializar y abscisar el PI y leer el Δ que permita el cálculo de la tangente.
- b) Determinar un punto de la curva, de abscisa completa, desde el cual se pueda deflectar la curva y precisar su cierre.

Para sortear el obstáculo es necesario marcar en el plano sobre la tangente y antes del obstáculo el punto M (fig. 28) referenciado por coordenadas rectangulares a la línea preliminar, el cual se trasfiere al terreno tal como se hace con los PI. Este punto se materializa cuando se fija el Δ de la curva anterior y de él se parte para prolongar la tangente al otro lado del obstáculo y determinar la abscisa del PI, necesaria en este caso, bordeando el obstáculo con un rectángulo o triángulo circuncritos. La figura presenta un sector de proyecto con tres curvas, de las cuales la intermedia ofrece el caso del PC inaccesible; cubierto por un obstáculo rectangular, por ejemplo. Trasferidos al terreno los PI denominados E, V y F mediante sus respectivas abscisas y ordenadas sobre la preliminar, la cual se prescinde de consignar en el dibujo para

simplificarlo, debe transferirse también, por igual procedimiento el punto M, ya que el obstáculo impide la visual EV.



- Figura 28 -

En esta forma, con el tránsito en E se ajusta el ángulo Δ' en dirección a M, punto que se materializa. Se traslada allí el aparato y se procede a prolongar el alineamiento salvando el obstáculo, bien con un rectángulo o con un triángulo isósceles, en forma que se indica en el gráfico. De utilizarse el triángulo, la magnitud de los ángulos α y de los lados homogéneas se ceñirá a la del obstáculo, lo propio ocurre con la longitud de los lados si se usa el rectángulo.

Con el tránsito en N se prolonga la recta EMN y se materializa en esa dirección el PI representado en el punto V, registrándose de ordinario un ligero desplazamiento de jalón con que se marcó inicialmente el PI.

Se traslada el tránsito a V y se mide al ángulo Δ , ajustando sus minutos pares al materializar el PI siguiente en el punto F. Se calcula la tangente de la curva y se materializa el PT, pues no es posible hacer lo mismo con el PC.

Debe disponerse en seguida la cartera de localización y calcularse las deflexiones de la curva, para lo cual es indispensable conocer la abscisa del PC, punto inaccesible. Como hasta el punto M puede abscisarse en la medición, es preciso calcular la distancia adicional MA para determinar dicha abscisa.

$$MA = MV - AV = (MN + NV) \quad T = (MN + NV) - R \operatorname{tg} \Delta/2$$

La longitud MN se calcula como base del triángulo isósceles del cual se conocen los ángulos y los lados iguales, o como uno de los lados del rectángulo medidos en el terreno según que se emplee uno u otro de los procedimientos indicados para salvar el obstáculo. A o PC no es necesariamente el punto medio de MN. NV se mide en el terreno.

Supóngase que las abscisas de la curva y las deflexiones respectivas sean las siguientes:

PT	263,00	20°00'
	260	18°48'
	250	14°48'
	240	10°48'
(p)	230	06°48'
	220	02°48'
PC	213,00	00°00'

Como no puede instalarse el tránsito en el PC para defiectionar desde allí la curva, ni cerrarse en él si se defiectionara desde el PT, es necesario determinar un punto cualquiera de la curva, de abscisa prevista en la cartera, para defiectionarla y cerrarla con el aparato allí centrado. Sea (p) por ejemplo, de abscisa 230, el punto que deba determinarse para la operación.

Dicho punto se localiza mediante sus coordenadas Vp' y pp' sobre la tangente de entrada, las cuales se calculan así:

$$Vp' = VA - p'A = VA - ps = T - R \operatorname{sen} B$$

El ángulo del centro (β) es el doble del ángulo seminscrito p'Ap, que es la defiección calculada para el punto (p), o sea $2 \times 6^\circ 48' = 13^\circ 36'$.

$$pp' = As = R - R \cdot \cos \beta = R (1 - \cos B)$$

Instalado el tránsito en (p) se fija la visual en dirección paralela a la tangente de entrada AV y se defiecta el ángulo (E), con lo cual se tendrá la visual tangente a la curva. A partir de esta dirección bastará hacer deflexiones sucesivas de $G/2$ y medir cada una la cuerda de 10 m para localizar los puntos siguientes. Pero pueden utilizarse las deflexiones calculadas en la cartera con sólo marcar en el limbo horizontal del tránsito la deflexión ($6^{\circ}48'$) correspondiente al punto en donde está instalado, cuando la visual esté tangente en ese punto.

Para hacer paralela a la tangente AV la visual del tránsito instalado en (p) puede procederse de dos maneras: dando vista atrás a un punto (m) situado sobre la perpendicular en M a la tangente y a la distancia $Mm = pp'$, o dando vista al punto V y defiectando a la derecha un ángulo (δ) conocido por su tangente $pp'Np'$.

Utilizando los datos numéricos de abscisas y deflexiones indicados en la página anterior se operará así: con el tránsito en (p), abscisa 230, y una vez puesta la visual en dirección paralela a la tangente de entrada se defiecta $E = 2 \times 6^{\circ}48'$; se fija esta dirección tangente a una estaca y puntilla provisionales y se marca en el tránsito el ángulo $6^{\circ}48'$; queda así el aparato listo para localizar y cerrar la curva en el PT siguiendo las deflexiones de la cartera.

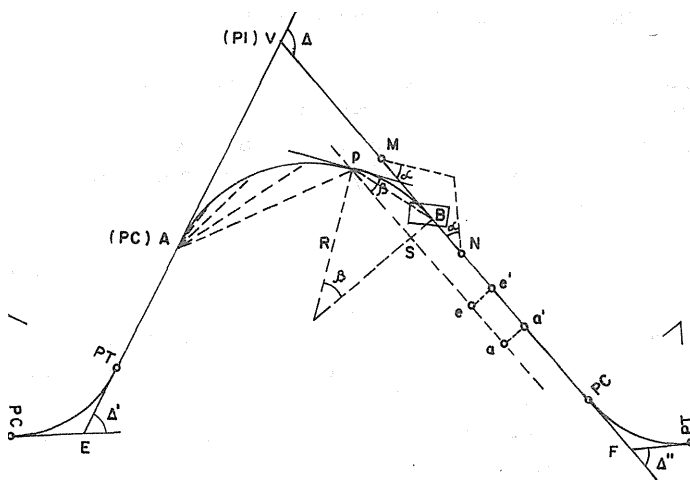
Con el tránsito en (p) puede también apuntarse al PT, marcando previamente en el limbo la deflexión $20^{\circ}00'$ que corresponde a este punto; con base en tal posición se localiza la curva utilizando las deflexiones de la cartera. El error de cierre, en ángulo, se determinará en el punto V y cuando en el limbo, puesto en ceros mirando a H, se marque $E + \delta$.

Otra manera de localizar la curva consiste en calcularla y defiectarla desde el PT para ajustar su cierre en el punto (p).

PT inaccesible

Cuando el PT no es accesible por un obstáculo deben resolverse, como en el caso del PC inaccesible, dos problemas también: a) medir el delta y sortear el obstáculo para continuar el abscisado en la tangente de salida, b) una vez calculadas las deflexiones de la curva en la cartera, localizarla desde el PC y comprobar su cierre con base en la tangente de salida.

En la figura 29 se presenta un sector de proyecto con tres curvas, la segunda de las cuales ofrece el caso del PT inaccesible. Tanto los PI denominados E, V y F como el punto M de la tangente de salida, marcado en el plano antes del obstáculo, se trasladan al terreno en la forma conocida y se procede a leer los delta y a calcular las respectivas tangentes de las curvas según su radio.



- Figura 29 -

Cuando el tránsito está en V se ajusta el delta mirando a M, se calcula la tangente, se materializa el PC y se mide el segmento VM. Se traslada el aparato a M y se prolonga el alineamiento VM al otro lado del obstáculo, valiéndose del triángulo isósceles o del rectángulo antes indicados, hasta materializar F.

Para localizar la curva se dispone la cartera de tránsito con base en la abscisa del PC y se procede a colocar los puntos previstos de la curva hasta el más cercano al PT, desde donde pueda dirigirse una visual paralela a la tangente de salida sin interferencia del obstáculo.

Sea (p) este último punto, que se precisa con puntilla. Se pasa allí el tránsito y considerándolo como un P.O.C, se apunta en ceros a A, se transita, se hace la visual tangente a la curva y se deflecta un ángulo β

igual al ángulo al centro del arco pB. Este ángulo equivale al doble del semiscrito VBp, que es la deflexión del punto (p) calculada desde el PT de la curva representado en B. En tal posición la visual seguirá la línea (ps), paralela a VB.

Para comprobar el cierre de la curva, ante la imposibilidad de hacerlo en el PT, se busca el ajuste con la tangente de salida. Al efecto, en la dirección (ps) que sigue la visual del tránsito se precisan con puntillados puntos, como (e) y (a); en estos puntos se levantan sendas perpendiculares a la dirección (ps) y en cada una de ellas se precisan de igual modo los puntos (e') y (a') en forma que

$$ee' = aa' = Bs = R(1 - \cos B)$$

Se traslada el tránsito a F y con vista en N se comprueba si (e') y (a') están en esa recta, lo cual indica que la curva ha cerrado sin error en ángulo; de lo contrario el error estará dado por el promedio de las distancias en que tales puntos se aparten de la recta. No es posible establecer el error que hubiese en distancia.

Para continuar la medición después del obstáculo que cubre el PT debe determinarse la abscisa del punto N, la cual se obtiene agregando la distancia BN a la abscisa calculada en la cartera para el PT. Tal distancia es

$$BN = VN - T = (VM + MN) - R \operatorname{tg} \Delta/2$$

En el segmento VM se mide en el terreno y el MN se calcula como base del triángulo isósceles, cuyos lados y ángulos iguales se conocen.

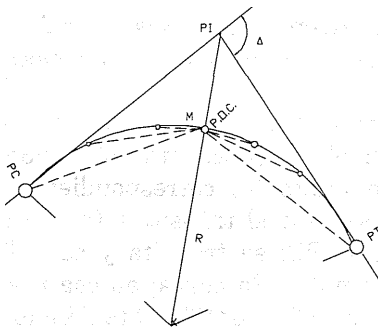
Con los datos numéricos de una curva, como los que aparecen en la página 64, para el caso del PT inaccesible se procederá así: supóngase que desde el PC pueda colocarse un punto (p) correspondiente a la abscisa 250, cuya deflexión es $14^{\circ}48'$; se pasa el tránsito a (p); en ceros y con el anteojo invertido se apunta al PC; se transita y se deflece $14^{\circ}48'$, con lo cual la visual estará tangente a la curva; en esa posición se deflece el ángulo adicional $\beta = 2(20^{\circ}00' - 14^{\circ}48')$, obteniéndose así que la visual sea paralela a la tangente de salida. En esta dirección se comprueba el cierre de la curva con respecto a dicha tangente, en la forma ya indicada.

Pe Y PT inaccesibles

Cuando tanto el PC como el PT de una curva sean inaccesibles, esto es, con obstáculos que interfieran la visibilidad a lo largo de las tangentes e impidan materializar tales puntos, se determinan dos de la curva, uno inmediato al PC relacionado por coordenadas por la tangente de entrada, y otro inmediato al PT igualmente relacionado con la tangente de salida, entre los cuales se deflecta y se cierra la curva. Tales puntos pueden determinarse, ambos, por el procedimiento de las coordenadas indicado ya para el caso del PC inaccesible, o uno por este procedimiento y otro por el indicado también en el caso del tangente PT inaccesible, punto este último desde el cual se establece el cierre de la curva en la tangente de salida, como en dicho caso.

Si se registrase la circunstancia de la inaccesibilidad simultánea del PC, PT y PI de una curva, debe apelarse a la aplicación combinada de los sistemas de solución de los problemas reseñados para cada uno de estos casos.

Suele ocurrir que en el PC y el PT sea imposible instalar el tránsito por lo abrupto del terreno y sólo puedan precisarse las puntillas sobre estacas, así se hincan éstas horizontalmente en suelos de extrema inclinación. Se localiza entonces la curva desde un punto medio o vértice, que se materializa valiéndose de la extrema. La figura 30 ilustra el procedimiento por seguir.



- Figura 30 -

Materializados en el terreno los puntos PI, **pe** y PT de una curva, no siendo posible centrar el aparato en los últimos, desde el PI y en dirección de la bisectriz del ángulo interior de las tangentes se mide cuidadosamente la longitud de la externa, cuyo valor es

$$E = T \operatorname{tg} \Delta/4$$

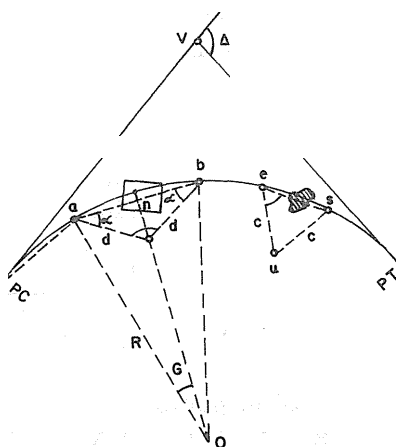
Trasladado el tránsito a M y empleando este punto como un P.O.C., se apunta al PC en ceros y queda en esta posición dis-

puesto al aparato para localizar totalmente la curva, utilizando las deflexiones y las distancias anotadas en la cartera. Los errores de cierre, si los hay, se establecen en la forma conocida.

Obstáculos en la parte interna de la curva

Sucede de ordinario que, tilla vez materializados PI, PC y PT de una curva y calculada ésta en la cartera, se encuentran obstáculos de localización en su parte interna. Dos casos pueden considerarse al respecto: a) que el obstáculo cubra el sitio que corresponde a uno de los puntos previstos de la curva, b) que se encuentre entre dos de tales puntos.

En el primer caso se inicia la deflexión de la curva desde el PC y se colocan puntos hasta uno inmediatamente anterior al impedido por el obstáculo. Sea, en la figura 31, ese punto (a), anterior al cubierto por un



- Figura 31 -

obstáculo cuadrangular. Se traslada a (a) el tránsito y en ceros se da vista al PC; se transita y se deflexa el ángulo correspondiente a (b); a partir de esa dirección se deflexa un ángulo adicional a, suficiente para salvar el obstáculo, y a la distancia (d) se precisa el punto (i). Esta distancia se calcula:

$$d = an / \cos a \quad \text{y}$$

$$an = R \sin G$$

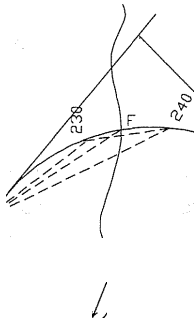
Se traslada el tránsito a (i) y en ceros se apunta a (a); se deflexa el ángulo $aib = 180^\circ - 2a$ y en esta dirección mide la distancia (d), materializando así el punto (b). Trasladado el tránsito a (b), en ceros y mirando atrás se apunta a (i); se deflexa (a) y en esta dirección que es la correspondiente a (a), y está listo el aparato para continuar la localización corriente de la curva.

En el segundo caso, si el obstáculo se encuentra entre los puntos (e) y (s) de la curva, se localiza hasta el punto (e), se centra allí el aparato y se salva el obstáculo mediante el triángulo equilátero (eus) si la amplitud del terreno lo permite, o con un triángulo isósceles ceñido al obstáculo, como en el caso anterior. De utilizarse el triángulo equilátero, su lado es igual a la cuerda unidad. El paso puede hacerse por uno u otro lado del obstáculo.

Materializando el punto (s) puede operarse desde allí en la misma forma que se indicó para el punto (b) y cerrarse la curva en el PT. O centrar el aparato en el PT y cerrarla en el punto (s).

Abscisado de un punto específico en una curva

Caso de gran frecuencia es el de precisar la abscisa de un punto específico de una curva, como el fondo de una cañada o la cúspide de una estribación, cuando ese punto no coincide con una estaca de abscisa completa prevista en la cartera. Sea una curva de $R = 71,68$ m, $G = 8^{\circ}00'$ YC = 10 m, dispuesta en cartera como se ve a continuación:



- Figura 32 -

PT	263,00	20°00'
	260,00	18°48'
	250,00	14°48'
	240,00	10°48'
Fondo cañada	233,80	8°19'
	230,00	6°48'
	220,00	2°48'
PC	213,00	0°00'

Si el punto F por abscisar en la curva es el centro de un arroyo o fondo de una cañada (fig. 32), situado entre los puntos 230 y 240, una vez estacados éstos y cuando la cinta se halla tendida

entre ellos se coloca en dicho punto una mira o vara recta y vertical, suficientemente larga que alcance a rozar la cinta, en cuya intersección se lee la distancia desde el punto 230 (Fig. 33). Sea, por ejemplo, esa distancia de 3,80 m, que es una cuerda fraccionaria, con base en la cual se calcula la deflexión para el punto F de la curva, aproximadamente el mismo de la cuerda situado en el pie de la mira o vara.

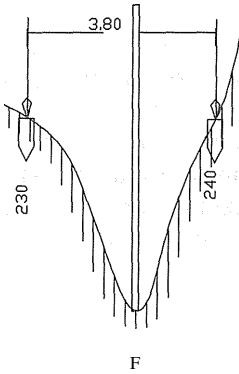
La deflexión para localizar F se calcula así:

Deflexión por metro: $3G = 3 \times 8 = 24'$

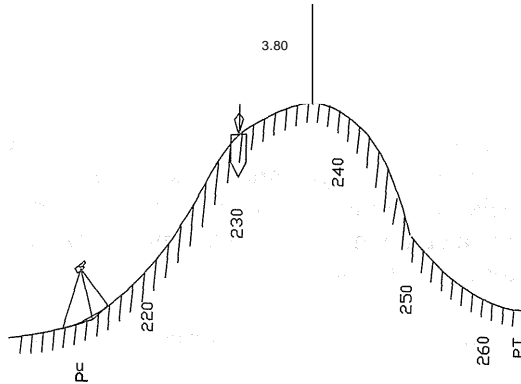
Deflexión para 3,80 m: $3,80 \times 24' = 1^{\circ}31'$

Abscisa del punto F: $230,00 + 3,80 = 233,80$

Deflexión para F: $6^{\circ}48' + 1^{\circ} 31' = 8^{\circ}19'$



- Figura 33 -



- Figura 34 -

Con la abscisa del fondo de una cañada se distinguirá luego, durante la construcción, la obra de drenaje que allí se realice.

De igual manera se procederá cuando el punto F no sea el fondo de una cañada sino la cima de una estribación (Fig. 34): Se localiza hasta el punto de la curva inmediatamente anterior a la cima, del cual mide el cadenero la distancia hasta la cúspide de un punto situado aproximadamente sobre la curva; esta distancia es la cuerda fraccionaria que permite calcular - como en el caso anterior - la deflexión correspondiente al punto buscado, el cual se materializa con punto y puhtilla, pues será un P.O.C. forzoso para continuar la localización del otro lado de la estribación.

MODIFICACIONES EN LA LOCALIZACION

Sucede, en veces, que después de localizado un tramo de la línea proyectada es indispensable desplazar un punto de una tangente por conveniencia de movimiento de tierras o por otra causa. El desplazamiento puede efectuarse sin modificar la posición de las tangentes vecinas, esto es, ocasionando solamente variaciones en las dos curvas adyacentes a la tangente movida. Una solución para el problema puede ser la de desplazar esta tangente paralelamente a sí misma y resolver las variaciones que se produzcan en las curvas adyacentes. La figura 35 presenta dos curvas de un tramo de proyecto ya localizado, cuyos respectivos PI son V y VI'

Supóngase que después de colocar estacas de chaflán se advierte en la sección transversal (ab) de la tangente intermedia, en la cual (p) es el punto del eje de la vía, que el terraplén no para, esto es, que sería indispensable construir un muro de contención (Fig. 36). Este muro puede evitarse desplazando hacia arriba el punto (p) a (pI) en una distancia tal como (d), lo cual se logra desplazando en ese sentido, paralela a sí misma, la tangente mencionada, sin modificar la posición de las tangentes vecinas.

Supóngase, además, que por cualquier conveniencia debe conservarse en un sitio el peCA) de la primera curva.

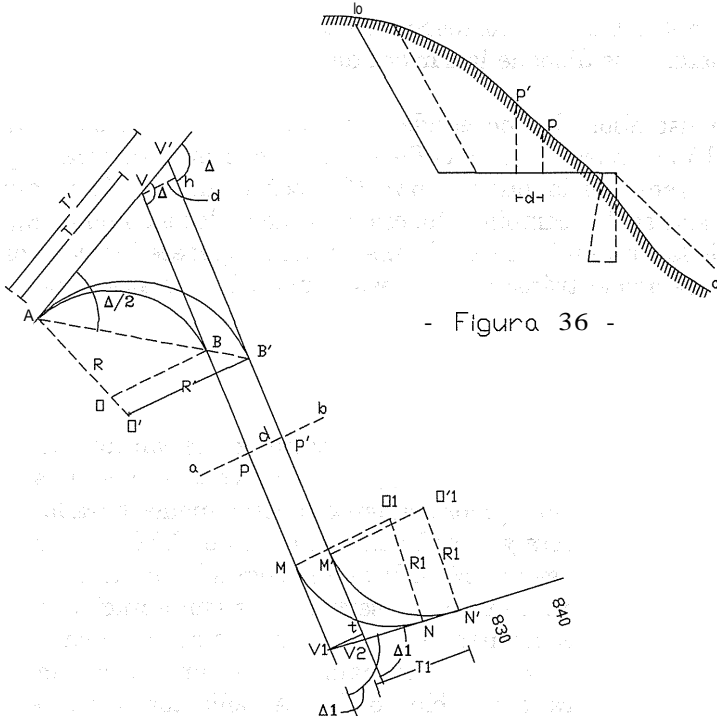
El desplazamiento de la tangente en referencia conlleva el de los PI de las dos curvas que sufren variaciones, los cuales, en su orden, pasan de V a VI y de VI a V₂.

Deben, pues, calcularse las magnitudes VV^I y V_1V_2 .

En el triángulo $VV'h$ se tiene:

$$Vh = VV' \text{sen} \Delta. \text{ De donde } VV' = \frac{Vh}{\text{sen} \Delta} = \frac{d}{\text{sen} \Delta}$$

De igual manera en el triángulo V_1V_2t :



- Figura 36 -

- Figura 35 -

$$V_1 t = V_1 V_2 \text{sen} \Delta_1 \quad \text{De donde} \quad V_1 V_2 = \frac{V_1 t}{\text{sen} \Delta_1} = \frac{d}{\text{sen} \Delta_1}$$

Como la tangente de la nueva curva es $TI = T + VV'$, una vez trasladado el tránsito de V a V' se mide esa tangente a partir de V y se materializa el nuevo $PT(B')$ que, gráficamente, estará en la prolongación de la cuerda larga AB de la curva inicial, pues Δ no ha variado. El radio R' de la nueva curva será:

$$TI = R^I \text{tg} \Delta/2 \quad \text{De donde} \quad R^I = TI \cot \Delta/2$$

Para localización de esta curva se busca en las tablas de radios el valor del grado G_1^1 correspondiente a R_1^1 , según la cuerda unidad adecuada, y se dispone la cartera de campo en la forma habitual.

Véanse ahora las novedades causadas en la segunda curva, cuyo PI inicial V_1 se pasa a V_2 . La deflexión Δ_1 se conserva invariable y así como que el radio de la nueva curva (R_1) sea el mismo de la que se va a remplazarse. No cambia entonces ninguno de los elementos Δ_1 , R_1 , G_1 , C_1 y T_1 de la curva inicial y su desplazamiento aparece indicado en la figura 35. Instalado el tránsito en V_2 basta medir T_1 y materializar los nuevos PC y PT.

Ecuación de empalme

Se procede en seguida a la localización de la variante a partir de A, o sea el PC de la primera curva, que se ha considerado invariable en su abscisa y en su sitio; con los elementos determinados para la nueva curva se dispone la cartera y se defiecta y se cierra en BI(PT). Se abscisa luego la tangente BIM1, siendo MI el PC de la segunda curva, con cuya abscisa y todos los elementos que se conservan de la curva inicial se calculan las deflexiones correspondientes; se localiza esta segunda curva y se cierra en NI que es el PT, punto de empalme de la variante con la localización inicial, que tendrá, así, doble abscisa: Aquella con la que se llega a la nueva localización y la que le corresponde en el abscisado existente de la localización ya efectuada.

Esa equivalencia de abscisas se denomina ecuación de empalme, que expresa la diferencia entre la longitud de un tramo de línea localizada y de la variante que lo sustituye, en más o en menos. Por ejemplo: al PT extremo de la variante se llega con la abscisa 825,12; si la distancia entre ese PT y la estaca inmediatamente siguiente de la línea no modificada (830 de la figura 35) es de 4,14 m, la otra abscisa del PT, referida a esta línea, será $830,00 - 4,14 = 825,86$, o sea que la variante produjo un acortamiento de 0,74 m. La ecuación de empalme, que debe marcarse en una cara labrada de la estaca testigo de ese PT y anotarse en la cartera alténmino de la variante, se expresa así:

$$PT\ 825,12 \approx 825,86$$

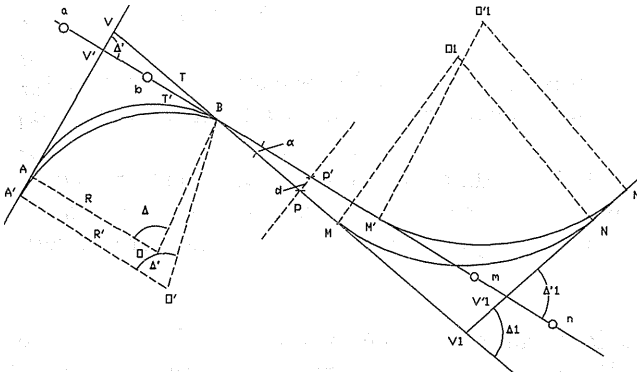
Si en el caso que se ha considerado, el desplazamiento paralelo que se hace de la tangente fuera a la derecha, en vez de la izquierda, el

desplazamiento de los PI y el cálculo de los radios de la curvas respectivas se registrarán por procedimientos análogos a los descritos.

Casos del PT indesplazable

Si el desplazamiento de una tangente, para resolver un problema cualquiera, contempla la imposibilidad de mover uno de los puntos de tangencia de las curvas adyacentes, es preciso hacer girar la dirección de esa tangente en el punto inamovible hasta que pase por el punto requerido.

La figura 37 presenta dos curvas de un tramo de proyecto localizado, cuyos PI son V y V1'. Se asume que el punto (p) de la tangente intermedia debe desplazarse a (p'), a una distancia (d).



- Figura 37 -

La tangente de entrada de la primera curva y la de salida de la segunda conservan su dirección, y la intermedia debe pasar por los puntos B y p'. Con el tránsito en B se da vista a V; se transita y se deflecta un ángulo (α) en forma que la visual pase por (p'). Se aprovecha

esta dirección para materializar los nuevos PI de las dos curvas que cambian, o sea de los puntos V' y V'I' para lo cual se colocan provisionalmente dos estacas con puntillas a medio clavar como (m) y (n), a uno y otro lado de la tangente existente VIN y distantes entre sí de uno a dos metros; conservando la misma dirección se da vista atrás y se colocan análogas estacas provisionales en puntos como (a) y (b) colateralmente a la tangente existente AV. se pasa el aparato a N y con vista a VI se intersecta con la visual un hilo tendido entre (m) y (n), materializando así V'₁. Se traslada luego a A y con vista en V, por intersección de la visual con un hilo tendido entre (a) y (b), se materializa V'.

Se procede en seguida a determinar los elementos de las nuevas curvas. Con el tránsito en V' se mide el segmento VB' que es la tangente T', distancia que se lleva de V' a A', nuevo PC de la primera curva. La nueva deflexión Δ' puede leerse directamente con el tránsito o calcularse en el triángulo VBV': $\Delta' = \Delta - \alpha$.

El nuevo radio R' de esa curva se calcula:

$$T' = R' \operatorname{tg} \Delta'/2 \quad \text{De donde } R' = T' \operatorname{cot} \Delta'/2$$

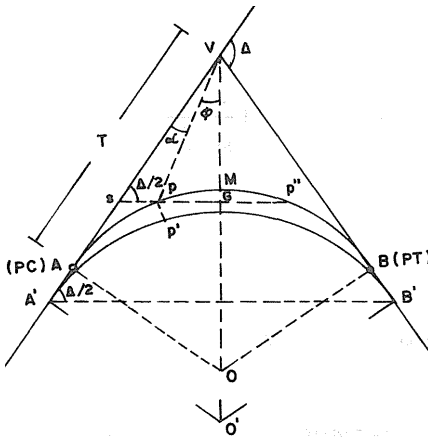
Con R' Y según la cuerda unidad adecuada se determina G'. Abscisando el nuevo PC se dispone la cartera para localizar la variante.

En cuanto a la segunda curva, con el aparato centrado en V'I se leerá la nueva deflexión Δ'₁, se calculará la tangente con base en el radio de la curva inicial o en aquel que el caso requiera y se materializarán el PC y el PT.

Localizada la variante A'BM'N' y retiradas las estacas de la línea remplazada ABMN, se establece la ecuación de empalme en la forma que se indicó en el caso de variante anterior.

LIMITACIONES EN LA LOCALIZACION

Puede ser necesario, por razones de movimiento de tierras, desplazar en sentido trasversal un punto de una curva ya localizada, lo cual implica determinar los elementos de una nueva curva que pase por el punto desplazado y sea tangente a los alin.eamientos iniciales que confluyen al PI no variado. Se debe calcular la nueva tangente y deducir el valor del radio correspondiente a la curva requerida.



La figura 38 presenta una curva localizada cuyos puntos de tangencia son A' y B'. Supóngase que un punto (p') de esa curva deba desplazarse a (p), determinado por el ángulo (α) y la distancia Vp medidos en el terreno. Para deducción de la fórmula de cálculo de la tangente T, en el gráfico se traza la secante spp'' paralela a la cuerda larga A'B' de la curva inicial. Se tiene entonces:

- Figura 38 -

$$T = VA = Vs + sA$$

Del triángulo Vsp se deduce:

$$\frac{Vp}{\text{sen}\frac{\Delta}{2}} = \frac{Vs}{\text{sen}[180^\circ - (\frac{\Delta}{2} + \alpha)]} = \frac{Vs}{\text{sen}(\frac{\Delta}{2} + \alpha)}$$

$$\text{De donde } Vs = \frac{Vp}{\text{sen}\frac{\Delta}{2}} \text{sen}(\frac{\Delta}{2} + \alpha)$$

El segmento sA se calcula con base en el principio geométrico de que, si de un punto (s) se trazan a una curva una tangente y una secante, la tangente es media proporcional entre la secante entera y su parte externa.

$$sA^2 = sp \times sp'' \quad \text{o} \quad sA = \sqrt{sp \times sp''}$$

En el triángulo sVp se tiene:

$$\frac{sp}{\text{sena}} = \frac{Vp}{\text{sen}\frac{\Delta}{2}} \quad \text{o} \quad sp = Vp \frac{\text{sena}}{\text{sen}\frac{\Delta}{2}}$$

En la figura:

$$sp'' = sp + pp'' = sp + 2pG$$

En el triángulo rectángulo VpG se tiene:

$$pG = Vp \text{sen}\phi = Vp \text{sen}\left[\frac{1}{2}(180^\circ - \Delta) - \alpha\right]$$

$$pG = Vp \text{sen}\left[90^\circ - \left(\frac{\Delta}{2} + a\right)\right] = Vp \cos\left(\frac{\Delta}{2} + a\right)$$

Luego $pp'' = 2Vp \cos\left(\frac{\Delta}{2} + a\right)$

y $sp'' = sp + 2Vp \cos\left(\frac{\Delta}{2} + a\right)$

Remplazando valores en

$$sA = \sqrt{sp \times sp''} = \sqrt{sp(sp + pp'')} \quad \text{se tiene:}$$

$$sA = \sqrt{Vp \frac{\text{sena}}{\text{sen}\frac{\Delta}{2}} \left[Vp \frac{\text{sena}}{\text{sen}\frac{\Delta}{2}} + \frac{\text{sen}\frac{\Delta}{2}}{\text{sen}\frac{\Delta}{2}} 2Vp \cos\left(\frac{\Delta}{2} + a\right) \right]}$$

$$sA = \sqrt{\frac{Vp^2}{\text{sen}^2 \frac{\Delta}{2}} [\text{sen}^2 a + 2 \text{sen} \frac{\Delta}{2} \text{sen} a \cos (\frac{\Delta}{2} + a)]}$$

Como $T = Vs + sA$

$$T = \frac{Vp}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} \text{sen}(\frac{\Delta}{2} + a) + \frac{Vp}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} \times$$

$$\text{sen}^2 a + 2 \text{sen} \frac{\Delta}{2} \text{sen} a \cos (\frac{\Delta}{2} + \alpha)$$

$$T = \frac{Vp}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} [\text{sen}(\frac{\Delta}{2} + \alpha) + \text{sen}^2 a + 2 \text{sen} \frac{\Delta}{2} \text{sen} a \cos (\frac{\Delta}{2} + \alpha)]$$

Conocido el valor de la tangente se deduce el del radio de la curva:

$$T = R \text{tg} \Delta/2 \quad \text{o} \quad R = T \text{cot} \Delta/2$$

Con R se obtiene G y se dispone la localización de la nueva curva, cuyos puntos de tangencia, en el gráfico, son A y B.

Puede comprobarse la exactitud en la fórmula de cálculo de T, en la suposición de que el punto (p) ocupe el vértice M de la curva (Fig. 38). Se tendrá entonces los siguientes valores para los ángulos:

$$\alpha = sVG = \frac{1}{2}(180^\circ - \Delta) = 90^\circ - \frac{\Delta}{2}; \quad \alpha + \frac{\Delta}{2} = 90^\circ$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula aludida,

$$T = \frac{Vp}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}} \left[\operatorname{sen}90^\circ + \sqrt{\operatorname{sen}^2(90^\circ - \frac{\Delta}{2}) + 2 \operatorname{sen}\frac{\Delta}{2} \operatorname{sen}(90^\circ - \frac{\Delta}{2}) \cos90^\circ} \right]$$

$$T = \frac{Vp}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}} \left(1 + \sqrt{\frac{\cos^2\frac{\Delta}{2}}{2} + 0} \right) = \frac{Vp}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}} \left(1 + \frac{\cos\frac{\Delta}{2}}{2} \right)$$

$$\frac{1 + \frac{\cos\frac{\Delta}{2}}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}} = \frac{2\cos^2\frac{\Delta}{4} + \cos\frac{\Delta}{2}}{2\operatorname{sen}\frac{\Delta}{4} \cos\frac{\Delta}{4}} = \frac{\cos\frac{\Delta}{4}}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{4}} = \cot\frac{\Delta}{4}$$

$$\text{Luego } T = Vp \cot\frac{\Delta}{4} \quad \text{o} \quad Vp = T \operatorname{tg}\frac{\Delta}{4} \quad \text{Externa}$$

Se llega exactamente al valor de la externa de la curva, que es el caso en que el vector Vp ocupa la posición VM .

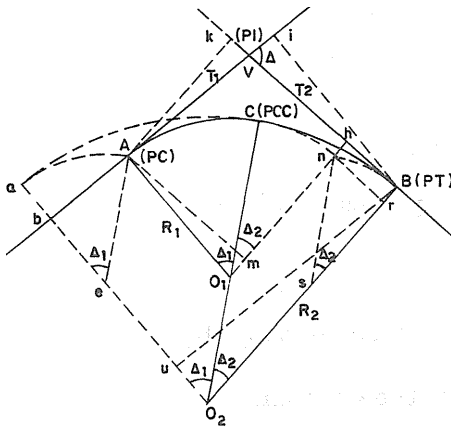
CURVAS COMPUESTAS

Curvas compuestas son las formadas por una sucesión de curvas circulares de diferente radio. En el punto de contacto o de unión de dos de estas curvas, que se denomina P.C.C. (punto común de curvas), puede trazarse una tangente a ambas, y los puntos de tangencia inicial y final de una curva compuesta con las tangentes de una línea de proyecto se denominan, como en las curvas simples, PC y PT.

En terrenos de montaña es frecuente el uso de curvas compuestas, entre cuyos elementos existen relaciones que facilitan su cálculo y localización y que es preciso establecer.

Curvas de dos radios

En la figura 39 se indica la nomenclatura de una curva compuesta de dos ramas de radio diferente, con adopción de las siguientes convenciones:



R_1 : radio de la rama de mayor curvatura. (Radio menor).

R_2 : radio de la rama de menor curvatura. (Radio mayor).

Δ_1 : ángulo de desarrollo de la curva de radio R_1 .

Δ_2 : ángulo de desarrollo de la curva de radio R_2 .

T_1 : tangente adyacente a la rama de radio R_1 .

T_2 : tangente adyacente a la rama de radio R_2 .

En la curva se tiene:

AC: rama de radio R_1

CB: Rama de radio R_2

- Figura 39 -

$T_1 = AV =$ tangente de entrada.

$T_2 = VE =$ tangente de salida.

Siempre se tendrá:

$$R_1 < R_2 \quad T_1 < T_2$$

$$\Delta_1 >> \Delta_2 \quad \Delta_1 + \Delta_2 = \Delta$$

Como líneas auxiliares se trazan en el gráfico las siguientes:

- El segmento 01h paralelo al radio 02B
- El arco Cn como prolongación de la rama AC
- El segmento ns paralelo al radio 02C
- La dirección radial 02a paralela al radio 01A
- El arco Ca como prolongación de la rama BC
- El segmento eA paralelo al radio 02C
- Las proyectantes Ak y Aro del punto A
- Las proyectantes Bi y Bu del punto B
- Las proyectantes nr del punto n

En el paralelogramo 0102sn se tiene:

$$sn = O_1O_2 = R_2 - R_1 \quad \text{y} \quad O_2s = O_1n = R_1$$

Luego: $sB = R_2 - R_1$ y $sn = sB$

nB es un arco del círculo del centro (s) y de radio $R_2 - R_1$

Análogamente en el paralelogramo 0102eA se tiene:

$$eA = O_1O_2 = R_2 - R_1 \quad \text{y} \quad eO_2 = R_1$$

Luego: $ea = R_2 - R_1$ y $ea = eA$

aA es un arco de círculo de centro (e) y de radio $R_2 - R_1$

Cálculo de las tangentes TI y T₂

En el triángulo rectángulo AkV: $Ak = T_1 \text{ sen } \Delta$

En el rectángulo Arohk: $Ak = mn + nh = mn + rB$

En el arco de círculo ACn cuyo ángulo al centro es $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$

$\text{sen ver } \Delta = mn/R_1$ o $mn = R_1 \text{ sen ver } \Delta$

Y en el arco circular Bn cuyo ángulo al centro es Δ_2 :

$$\text{sen ver } \Delta_2 = Br / (R_2 - R_1) \quad \text{o} \quad Br = \text{sen ver } \Delta_2 (R_2 - R_1)$$

Remplazando valores:

$$Ak = R_1 \text{ sen ver } \Delta + (R_2 - R_1) \text{ sen ver } \Delta_2 = T_1 \text{ sen } \Delta$$

$$T_1 = \frac{R_1 \text{vers} \Delta}{\text{sen} \Delta} \pm \frac{(R_2 - R_1) \text{vers} \Delta_2}{\text{sen} \Delta}$$

o también
$$T_1 = \frac{R_1 (1 - \cos \Delta)}{\text{sen} \Delta} \pm \frac{(R_2 - R_1) (1 - \cos \Delta_2)}{\text{sen} \Delta} \quad (1)$$

En el triángulo rectángulo BiV: $Bi = T_2 \text{sen} \Delta$

En la figura: $Bi = ub = ua - ba$

En el arco del círculo aCB cuyo ángulo al centro es

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

$\text{sen ver } \Delta = ua/R_2$ o $ua = R_2 \text{sen ver } \Delta$

y el arco circular aA cuyo ángulo al centro es Δ_1 :

$\text{sen ver } \Delta_1 = ba / (R_2 - R_1)$ o $ba = (R_2 - R_1) \text{sen ver } \Delta_1$

Remplazando valores:

$$Bi = R_2 \text{sen ver } \Delta - \text{sen ver } \Delta_1 (R_2 - R_1) = T_2 \text{sen} \Delta$$

$$T_2 = \frac{R_2 \text{vers} \Delta}{\text{sen} \Delta} - \frac{(R_2 - R_1) \text{vers} \Delta_1}{\text{sen} \Delta}$$

o también
$$T_2 = \frac{R_2 (1 - \cos \Delta)}{\text{sen} \Delta} - \frac{(R_2 - R_1) (1 - \cos \Delta_1)}{\text{sen} \Delta} \quad (11)$$

Para el cálculo de tangentes T_1 y T_2 en el plano del proyecto, tanto la deflexión como los ángulos de desarrollo Δ_1 y Δ_2 se toman con trasportador del plano, en donde figuran también los valores de los radios R_1 y R_2 de las plantillas utilizadas. Ya para ese cálculo a localizar, el valor de Δ es el leído con el tránsito en el terreno; se adopta uno de los dos ángulos de desarrollo del plano y el otro se deduce por sustracción; el valor de los radios, como en las curvas simples, y en el mismo plano.

Obstáculos en la localización

En la localización de curvas compuestas de dos radios puede presentarse el caso de que, una vez determinado el Δ en el terreno y calculadas las dos tangentes, el sitio en donde deben colocarse el PC y el PT, o ambos, sea inaccesible y haya necesidad de desplazar uno u otro de tales puntos, escogiendo su ubicación y midiendo su respectiva distancia al PI. Es pues, el caso de que a TI o T2 o a las dos tangentes se asignan valores precisos y deban calcularse otros valores de la curva compuesta para integrar el sistema. Dos casos se consideran en seguida.

1er caso. Supóngase que el PC del proyecto es inaccesible y que debe desplazarse sobre la tangente a un punto cuya distancia al PI se mide. Asígnese también que esta tangente de entrada es adyacente a la rama de radio menor y que del proyecto se adopta el radio R_1 y el ángulo Δ_1 de esta rama.

Los datos son, pues: Δ , TI' R_1 Y Δ_1

y las incógnitas: Δ_2 , R_2 Y T_2

En primer término se tiene: $\Delta_2 = \Delta - \Delta_1$

De la ecuación (1) se deduce:

$$R_2 - R_1 = \frac{T_1 \operatorname{sen} \Delta - R_1 \operatorname{vers} \Delta}{\operatorname{vers} \Delta_2}$$

$$\text{De donde } R_2 = R_1 + \frac{T_1 \operatorname{sen} \Delta - R_1 \operatorname{vers} \Delta}{\operatorname{vers} \Delta_2}$$

$$R_2 = R_1 + \frac{T_1 \operatorname{sen} \Delta - R_1 (1 - \cos \Delta)}{(1 - \cos \Delta_2)}$$

y aplicando la ecuación (H):

$$\frac{R_2 (1 - \cos\Delta) - (R_2 - R_1) (1 - \cos\Delta_1)}{\text{sen}\Delta}$$

20. Caso. Dado que el PC y el PT sean inaccesibles y que para uno u otro se escojan puntos cuyas distancias respectivas al PI se precisen, se adopta uno de los desarrollos (Δ_1 o Δ_2) del proyecto, se ajusta el otro con el Δ del terreno, como en el caso anterior, deben calcularse los radios R_1 y R_2 .

Los datos del problema son: $\Delta, \Delta_1, \Delta_2, T_1$ y T_2 .

y las incógnitas son: R_1 y R_2 .

Se resuelven en las ecuaciones simultáneas (I) y (II) por el sistema de eliminación.

$$\text{De (I) se tiene: } R_1 \frac{T_1 \text{sen}\Delta - R_2 \text{vers}\Delta_2}{\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_2} \quad (a)$$

$$\text{De (II) se tiene: } R_1 \frac{T_2 \text{sen}\Delta - R_2 (\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_1)}{\text{vers}\Delta_1} \quad (b)$$

De la igualdad

$$\frac{T_1 \text{sen}\Delta - R_2 \text{vers}\Delta_2}{\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_2} = \frac{T_2 \text{sen}\Delta - R_2 (\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_1)}{\text{vers}\Delta_1}$$

Se deduce:

$$R_2 = \frac{T_2 \text{sen}\Delta (\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_2) - T_1 \text{sen}\Delta \text{vers}\Delta_1}{(\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_1) \text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta \text{vers}\Delta_2}$$

o también

$$R_2 = \frac{T_2 \operatorname{sen} \Delta [(1 - \cos \Delta) - (1 - \cos \Delta_2)] - T_1 \operatorname{sen} \Delta (1 - \cos \Delta_1)}{(1 - \cos \Delta) [(1 - \cos \Delta) - (1 - \cos \Delta_1)] - (1 - \cos \Delta) (1 - \cos \Delta_2)}$$

Sustituyendo este valor en una de las ecuaciones (a) y (b) se obtiene el de R_1 .

Limitaciones de valores para T_1 Y T_2

Los valores que se asignen a las tangentes de una curva compuesta por dos radios, cuando quiera que haya de desplazarse el pe y/o el PT , no son arbitrarios. Obedecen a ciertas limitaciones que se determinan a continuación.

De la ecuación (1) se deduce:

$$R_2 = R_1 \frac{T_1 \operatorname{sen} \Delta - R_1 \operatorname{vers} \Delta}{\operatorname{vers} \Delta_2}$$

$$\text{como } R_2 > R_1 \quad T_1 \operatorname{sen} \Delta - R_1 \operatorname{vers} \Delta > 0 \quad \text{y} \quad T_1 > R_1 \frac{\operatorname{vers} \Delta}{\operatorname{sen} \Delta}$$

$$\text{Pero } \frac{\operatorname{vers} \Delta}{\operatorname{sen} \Delta} = \frac{1 - \cos \Delta}{\operatorname{sen} \Delta} = \frac{\operatorname{sen} \frac{\Delta}{2}}{\cos \frac{\Delta}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

$$\text{Luego } T_1 > R_1 \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

Es decir, que la tangente adyacente a la rama de la curva de radio menor debe ser mayor que la tangente correspondiente a una curva simple de igual deflexión a la de la curva compuesta (Δ) y de aquel mismo radio.

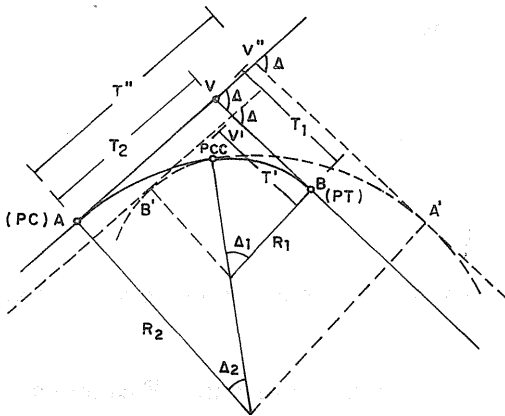
De la ecuación (II) se deduce igualmente:

$$+ \frac{R_2 \text{vers}\Delta - T_2 \text{sen}\Delta}{\text{vers}\Delta_1}$$

Como $R_2 > R_1$, $R_2 \text{vers}\Delta - T_2 \text{sen}\Delta > 0$ y $T_2 < \frac{\text{vers}\Delta}{\text{sen}\Delta}$

Pero $\frac{\text{vers}\Delta}{\text{sen}\Delta} = \text{tg} \frac{\Delta}{2}$ Luego $T_2 < R_2 \text{tg} \frac{\Delta}{2}$

Esto es, que la tangente adyacente a la rama de la curva de radio mayor debe ser menor a la tangente correspondiente a una curva simple de igual deflexión a la de la curva compuesta (Δ) y de aquel mismo radio.



- Figura 40 -

La figura 40 enseña una curva compuesta, cuya rama de radio mayor comienza en el **pe** y la de radio menor termina en el **PT**. Las tangentes correspondientes son T_2 y T_1 . Se prolongan, a uno y otro lado los arcos del círculo y se trazan sendas paralelas ($V'B'$ y $V''A'$) a las tangentes de entrada y salida que sean respectivamente tangentes a tales prolongaciones.

$AV'' = T'' = R_2 \text{tg} \frac{\Delta}{2}$ sería la tangente de una curva simple de radio R_2 y deflexión Δ . Si T_2 fuera igual a T'' no habría curva compuesta. De ahí que esta debe cumplirse siempre:

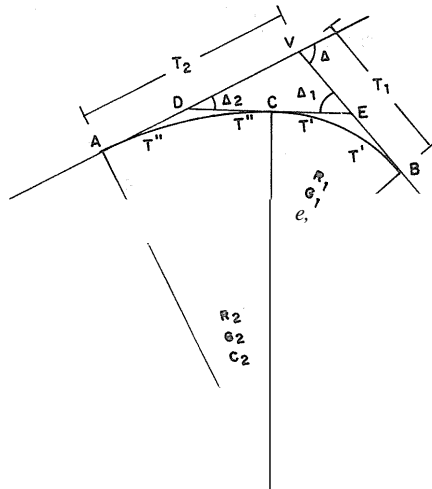
$$T_2 < R_2 \text{tg} \frac{\Delta}{2}$$

De igual manera $V'B' = T' = R_1 \operatorname{tg} \Delta/2$ sería la tangente de la curva simple de radio R_1 y deflexión Δ . Si TI fuera igual a T'' no habría curva compuesta. Por eso, para que la haya debe cumplirse siempre:

$$TI > R_1 \operatorname{tg} \Delta/2$$

Otra manera de **calcular** TI y T_2

La curva compuesta de dos ramas puede considerarse como una sucesión de curvas simples para efectos de cálculo de las tangentes.



- Figura 41 -

La figura 41 presenta una curva de ese tipo con la nomenclatura allí indicada.

Por el punto C (PCC) de la curva se traza la tangente DE común a las dos ramas y se tiene en primer lugar:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

Considerando las dos ramas como curvas simples adyacentes puede escribirse:

$$\begin{aligned} AD = DC = T'' &= R_2 \operatorname{tg} \Delta_2/2 \\ BE = CE = T' &= R_1 \operatorname{tg} \Delta_1/2 \end{aligned}$$

Las tangentes de la curva compuesta valen:

$$\begin{aligned} T_2 &= AD + DV = T'' + DV \\ T_1 &= BE + EV = T' + EV \end{aligned}$$

En el triángulo DVE se tiene:

$$\frac{DV}{\text{sen}\Delta_1} = \frac{VE}{\text{sen}\Delta_2} = \frac{DE}{\text{sen}(180^\circ - \Delta)} = \frac{T'' + T'}{\text{sen}\Delta}$$

De donde

$$DV = (T'' + T') \frac{\text{sen}\Delta_1}{\text{sen}\Delta} \quad \text{y} \quad VE = (T'' + T') \frac{\text{sen}\Delta_2}{\text{sen}\Delta}$$

Remplazando valores:

$$\begin{aligned} T_2 &= T'' + (T'' + T') \frac{\text{sen}\Delta_1}{\text{sen}\Delta} \\ T_1 &= T' + (T'' + T') \frac{\text{sen}\Delta_2}{\text{sen}\Delta} \end{aligned}$$

Un ejemplo numérico

Sea para localizar una curva compuesta de dos radios, del tipo presentado en las figuras 40 y 41. Del proyecto se toman los siguientes datos sobre las dos ramas de la curva:

$$\begin{array}{ll} R_2 = 71,68 \text{ m} & R_1 = 30,19 \\ G_2 = 8^\circ 00' & G_1 = 9^\circ 30' \\ C_2 = 10,00 \text{ m} & C_1 = 5,00 \text{ m} \end{array}$$

Si la deflexión leída en el terreno es $\Delta = 89^\circ 48'$ se toma del proyecto el valor de uno de los ángulos de desarrollo, $\Delta_2 = 41^\circ 30'$ por ejemplo, y por deducción se determina el otro:

$$\Delta_1 = \Delta - \Delta_2 = 89^\circ 48' - 41^\circ 30' = 48^\circ 18'$$

Una vez calculadas las tangentes T_2 Y T_1 valores dados por las ecuaciones conocidas (I) y (II), se materializan el PC y el PT. Supóngase que la abscisa del PC es: K17 + 116,08.

Se calculan en seguida las longitudes de las dos ramas de la curva:

$$L_2 = \frac{C_2 \Delta_2}{G_2} = 10 \times \frac{41,5}{3} = 51,87 \text{ m}$$

$$L_1 = \frac{C_1 \Delta_1}{G_1} = 5 \times \frac{48,3}{9} = 26,75 \text{ m}$$

Pueden entonces determinarse las abscisas de los tres puntos de tangente de la curva:

$$\begin{aligned} \text{PC} &: 116,08 \\ \text{PCC} &: 116,08 + 51,87 = 167,95 \\ \text{PT} &: 167,95 + 26,75 = 194,70 \end{aligned}$$

Con estos datos se dispone la cartera de tránsito como se indica en el siguiente modelo, en la cual aparecen las deflexiones calculadas como la de dos curvas simples y sumadas las unas a las otras.

En el calculo de las deflexiones de la primera rama se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Deflexión por metro: } d_2 &= 3G_2 = 3 \times 8 = 24' \\ \text{Deflexión para primera subcuerda: } &3,92 \times 24' = 1^\circ 34' \\ \text{Deflexión para última subcuerda: } &7,95 \times 24' = 3^\circ 11' \end{aligned}$$

En las deflexiones de la segunda rama:

$$\begin{aligned} \text{Deflexión por metro: } d_1 &= 6G_1 = 6 \times 9,5 = 57' \\ \text{Deflexión para primera subcuerda: } &2,05 \times 57' = 1^\circ 57' \\ \text{Deflexión para última subcuerda: } &3,37 \times 57' = 3^\circ 12' \end{aligned}$$

Las deflexiones intermedias, correspondientes a cada cuerda unida, se calculan agregando sucesivamente los valores:

$\frac{1}{2} G_2 = 4^\circ 00'$ Y $\frac{1}{2} G_1 = 4^\circ 45'$ en la primera y la segunda ramas, en su orden.

CARTERA DE TRANSITO - LOCALIZACION

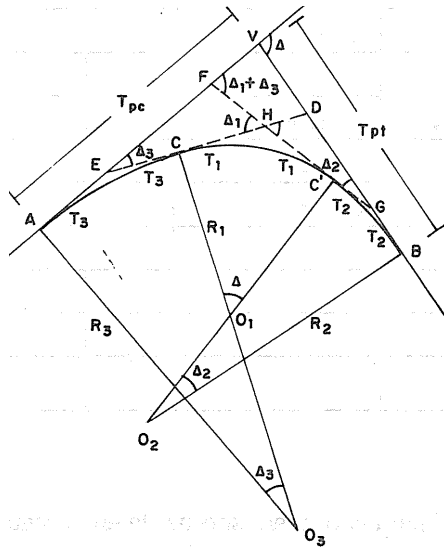
Abscisas	Deflex.	Elementos de curvas	Re	R.M.	Distancia PI a PI
210					
200		$\Delta = 89^{\circ}48' D$			
PT 193.37	44°54'	$R_2 = 71.68 \text{ mt}$			
190	41°42'	$G_2 = 8^{\circ}00'$			
185	36°57'	$C_2 = 10.00 \text{ mt}$			
180	32°12'	$\Delta_2 = 41^{\circ}30'$			
175	27°27'	$R_1 = 30,19 \text{ mt}$			
170	22°42'	$G_1 = 9^{\circ}30'$			
PCC 167.95	20°45'	$C_1 = 5,00 \text{ mt}$			
160	17°34'	$\Delta_1 = 48^{\circ}18'$			
150	13°34'	$L_2 = 51,87 \text{ mt}$			
140	9°34'	$L_1 = 25,42 \text{ mt}$			
130	5°34'	$T_2 = 57,54 \text{ mt}$			
120	1°34'	$TI = 40,50 \text{ mt}$			
PC 116.08	0°00'	$\alpha = 0,025 \text{ i}$			
110		$\delta = -0,03$			
100					
090					
080					
K.17					

La deflexión 1°57' para la primera subcuerda en la segunda rama se suma a la deflexión 20°45' correspondiente al PCC. y como un chequeo aritmético en el cálculo de las deflexiones, la correspondiente al PCC debe ser igual a $\frac{1}{2} \Delta_2$ Y la correspondiente al PT debe ser igual a $\frac{1}{2} \Delta$.

Al localizar la curva, el PCC es un POC forzoso, es decir, que no puede ella localizarse integralmente desde el PC por la diferencia existente en el grado de cada rama. Los errores de cierre si los hay, se establecen en la misma forma que en las curvas simples y se anotan en la tercera columna de la cartera bajo las denominaciones (α) y (δ), según que se adviertan en ángulo o en distancia.

Curvas de tres radios

La figura 42 presenta una curva compuesta de tres arcos circulares sucesivos de radios diferentes y centros distintos. Convencionalmente se designan por R_1 , R_2 Y R_3 tales radios, en respectivo-orden ascendente de longitudes, y por Δ_1 , Δ_2 Y Δ_3 los ángulos al centro o de desarrollo de los arcos trazados en su orden, con los radios R_1 , R_2 y R_3 ; estos ángulos tienen, entre sí, un valor cualquiera. La tangente adyacente al PC se denomina T_{pc} y la adyacente al PT se denomina T_{pt} . Y sus longitudes varían con el valor de los radios y de los desarrollos de los arcos de la curva.



- Figura 42 -

C y C' son puntos comunes a cada par de arcos circulares, o sea los dos PCC de la curva. Por estos puntos se trazan las tangentes, igualmente comunes, ED y FG. Como se deduce del gráfico se tendrá siempre:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

Los puntos E, H, Y G de intersección de las tangentes serían los PI de cada uno de los arcos circulares considerados como curvas simples sucesivas. En esta virtud se tiene:

$$AE = EC = R_3 \operatorname{tg} \frac{\Delta_3}{2} = T_3$$

$$CH = HC' = R_1 \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} = T_1$$

$$C'G = GB = R_2 \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2} = T_2$$

Pueden entonces calcularse las tangentes de la curva compuesta en la forma siguiente:

$$T_{pc} = AV = AE + EF + FV = T_3 + EF + FV$$

En el triángulo EFH:

$$\frac{EF}{\operatorname{sen}\Delta_1} = \frac{FH}{\operatorname{sen}\Delta_3} = \frac{EH}{\operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)} = \frac{T_3 + T_1}{\operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)}$$

$$\text{De donde } EF = (T_3 + T_1) \frac{\operatorname{sen}\Delta_1}{\operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)}$$

También $FH = (T_3 + T_1) \frac{\text{sen}\Delta_3}{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)}$ En el triángulo FVG:

$$\frac{FV}{\text{sen}\Delta_2} = \frac{VG}{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)} = \frac{FE}{\text{sen}\Delta} = \frac{FH + T_1 + T_2}{\text{sen}\Delta}$$

$$\text{De donde } FV = (FH + T_1 + T_2) \frac{\text{sen}\Delta_2}{\text{sen}\Delta}$$

Para el cálculo posterior se tiene también:

$$VG = (FH + T_1 + T_2) \frac{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)}{\text{sen}\Delta}$$

Remplazando valores:

$$T_{pc} = T_3 + (T_3 + T_1) \frac{\text{sen}\Delta_1}{(\text{sen}\Delta_1 + \Delta_3)} +$$

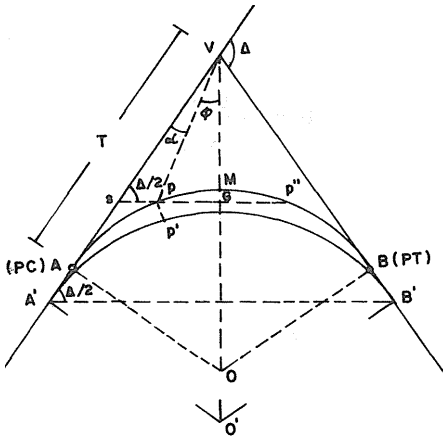
$$[(T_3 + T_1) \frac{\text{sen}\Delta_3}{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)} + T_1 + T_2] \frac{\text{sen}\Delta_2}{\text{sen}\Delta}$$

El valor de la tangente adyacente al PT se calcula así:

$$T_{pt} = VB = VG + GB$$

Remplazando valores ya deducidos:

$$T_{pt} = [(T_3 + T_1) \frac{\text{sen}\Delta_3}{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)} + T_1 + T_2] \frac{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)}{\text{sen}\Delta} + T_2$$



- Figura 38 -

La figura 38 presenta una curva localizada cuyos puntos de tangencia son A' y B'. Supóngase que un punto (p') de esa curva deba desplazarse a (p), determinado por el ángulo (α) y la distancia Vp medidos en el terreno. Para deducción de la fórmula de cálculo de la tangente T, en el gráfico se traza la secante spp'' paralela a la cuerda larga A'B' de la curva inicial. Se tiene entonces:

$$T = VA = Vs + sA$$

Del triángulo Vsp se deduce:

$$\frac{Vp}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} = \frac{Vs}{\text{sen}[180^\circ - (\frac{\Delta}{2} + \alpha)]} = \frac{Vs}{\text{sen}(\frac{\Delta}{2} + \alpha)}$$

$$\text{De donde } Vs = \frac{Vp}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} \text{sen}(\frac{\Delta}{2} + \alpha)$$

El segmento sA se calcula con base en el principio geométrico de que, si de un punto (s) se trazan a una curva una tangente y una secante, la tangente es media proporcional entre la secante entera y su parte externa.

$$sA^2 = sp \times sp'' \quad \text{o} \quad sA = \sqrt{sp \times sp''}$$

En el triángulo sVp se tiene:

$$\frac{sp}{\text{sen } a} = \frac{Vp}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} \quad \text{o} \quad sp = Vp \frac{\text{sen } a}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}}$$

En la figura:

$$sp'' = sp + pp'' = sp + 2pG$$

En el triángulo rectángulo VpG se tiene:

$$\begin{aligned} pG &= Vp \text{ sen } \phi = Vp \text{ sen} \left[\frac{1}{2} (180^\circ - \Delta) - a \right] \\ pG &= Vp \text{ sen} \left[90^\circ - \left(\frac{\Delta}{2} + a \right) \right] = Vp \cos \left(\frac{\Delta}{2} + a \right) \\ \text{Luego } pp'' &= 2Vp \cos \left(\frac{\Delta}{2} + a \right) \\ \text{y } sp'' &= sp + 2Vp \cos \left(\frac{\Delta}{2} + a \right) \end{aligned}$$

Remplazando valores en

$$sA = \sqrt{sp} \times sp'' = \sqrt{sp(sp + pp'')} \quad \text{se tiene:}$$

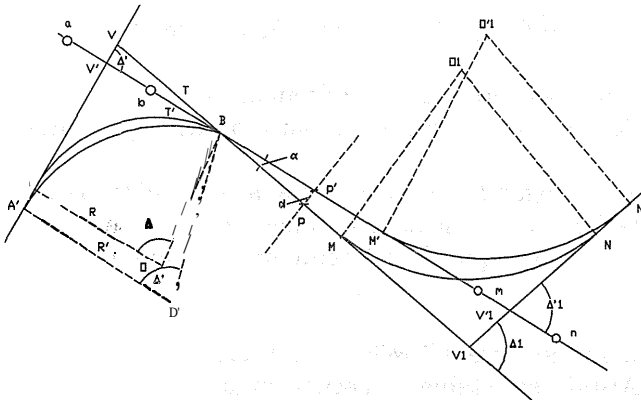
$$sA = \sqrt{\frac{Vp \cdot \text{sen } a}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} \left[Vp \frac{\text{sen } a}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} + \frac{\text{sen} \frac{\Delta}{2}}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} 2Vp \cos \left(\frac{\Delta}{2} + a \right) \right]}$$

desplazamiento de los PI y el cálculo de los radios de la curvas respectivas se regirán por procedimientos análogos a los descritos.

Casos del PT indesplazable

Si el desplazamiento de una tangente, para resolver un problema cualquiera, contempla la imposibilidad de mover uno de los puntos de tangencia de las curvas adyacentes, es preciso hacer girar la dirección de esa tangente en el punto inamovible hasta que pase por el punto requerido.

La figura 37 presenta dos curvas de un tramo de proyecto localizado, cuyos PI son V y V1'. Se asume que el punto (p) de la tangente intermedia debe desplazarse a (p'), a una distancia (d).



- Figura 37 -

La tangente de entrada de la primera curva y la de salida de la segunda conservan su dirección, y la intermedia debe pasar por los puntos B p'. Con el tránsito en B se da vista a V; se transita y se deflecta un ángulo (α) en forma que la visual pase por (p'). Se aprovecha

esta dirección, para materializar los nuevos PI de las dos curvas que cambian, o sea de los puntos V' y VI' para lo cual se colocan provisionalmente dos estacas con puntillas a medio clavar como (m) y (n), a uno y otro lado de la tangente existente V₁N y distantes entre sí de uno a dos metros; conservando la misma dirección se da vista atrás y se colocan análogas estacas provisionales en puntos como (a) y (b) colateralmente a la tangente existente AV. se pasa el aparato a N y con vista a VI se intersecta con la visual un hilo tendido entre (m) y (n), materializando así V'₁. Se traslada luego a A y con vista en V, por intersección de la visual con un hilo tendido entre (a) y (b), se materializa V'.

Se procede en seguida a determinar los elementos de las nuevas curvas. Con el tránsito en V' se mide el segmento V'B que es la tangente T', distancia que se lleva de V' a A', nuevo PC de la primera curva. La nueva deflexión Δ' puede leerse directamente con el tránsito o calcularse en el triángulo VBV': Δ' = Δ - α.

El nuevo radio R' de esa curva se calcula:

$$T' = R' \operatorname{tg} \Delta'/2 \quad \text{De donde } R' = T' \operatorname{cot} \Delta'/2$$

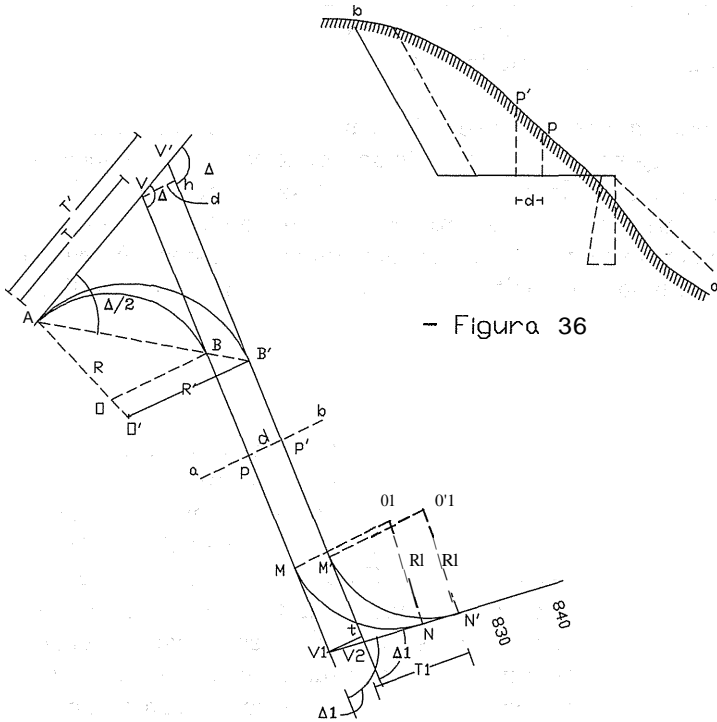
Con R' y según la cuerda unidad adecuada se determina G'. Abscisando el nuevo PC se dispone la cartera para localizar la variante.

En cuanto a la segunda curva, con el aparato centrado en VI se leerá la nueva deflexión Δ'₁, se calculará la tangente con base en el radio de la curva inicial o en aquel que el caso requiera y se materializarán el PC y el PT.

Localizada la variante A'BM'N' y retiradas las estacas de la línea remplazada ABMN, se establece la ecuación de empalme en la forma que se indicó en el caso de variante anterior.

LIMITACIONES EN LA LOCALIZACION

Puede ser necesario, por razones de movimiento de tierras, desplazar en sentido transversal un punto de una curva ya localizada, lo cual implica determinar los elementos de una nueva curva que pase por el punto desplazado y sea tangente a los alineamientos iniciales que confluyen al PI no variado. Se debe calcular la nueva tangente y deducir el valor del radio correspondiente a la curva requerida.



- Figura 36

- Figura 35 -

$$V_1 t = V_1 V_2 \text{sen} \Delta_1 \quad \text{De donde} \quad V_1 V_2 = \frac{V_1 t}{\text{sen} \Delta_1} = \frac{d}{\text{sen} \Delta_1}$$

Como la tangente de la nueva curva es $T'' = T + VV'$, una vez trasladado el tránsito de V a V' se mide esa tangente a partir de V1 y se materializa el nuevo PT(B') que, gráficamente, estará en la prolongación de la cuerda larga AB de la curva inicial, pues Δ no ha variado. El radio R' de la nueva curva será:

$$Tl = R' \text{tg} \Delta/2 \quad \text{De donde} \quad R' = Tl \cot \Delta/2$$

Para localización de esta curva se busca en las tablas de radios el valor del grado G^1 correspondiente a R' , según la cuerda unidad adecuada, y se dispone la cartera de campo en la forma habitual.

Véanse ahora las novedades causadas en la segunda curva, cuyo PI inicial V_1 se pasa a V_2 . La deflexión Δ_1 se conserva invariable y así nase que el radio de la nueva curva (R_1) sea el mismo de la que se va a remplazarse. No cambia entonces ninguno de los elementos Δ_1 , R_1 , G_1 , C_1 y T_1 de la curva inicial y su desplazamiento aparece indicado en la figura 35. Instalado el tránsito en V_2 basta medir T_1 y materializar los nuevos PC y PT.

Ecuación de —————

Se procede en seguida a la localización de la variante a partir de A, o sea el PC de la primera curva, que se ha considerado invariable en su abscisa y en su sitio; con los elementos determinados para la nueva curva se dispone la cartera y se deflecta y se cierra en B'(PT). Se abscisa luego la tangente B'M', siendo MI el PC de la segunda curva, con cuya abscisa y todos los elementos que se conservan de la curva inicial se calculan las deflexiones correspondientes; se localiza esta segunda curva y se cierra en NI que es el PT, punto de empalme de la variante con la localización inicial, que tendrá, así, doble abscisa: Aquella con la que se llega a la nueva localización y la que le corresponde en el abscisado existente de la localización ya efectuada.

Esa equivalencia de abscisas se denomina ecuación de empalme, que expresa la diferencia entre la longitud de un tramo de línea localizada y de la variante que lo sustituye, en más o en menos. Por ejemplo: al PT extremo de la variante se llega con la abscisa 825,12; si la distancia entre ese PT y la estaca inmediatamente siguiente de la línea no modificada (830 de la figura 35) es de 4,14 m, la otra abscisa del PT, referida a esta línea, será $830,00 - 4,14 = 825,86$, sea que la variante produjo un acortamiento de 0,74 m. La ecuación de empalme, que debe marcarse en una cara labrada de la estaca testigo de ese PT \bar{y} anotarse en la cartera al término de la variante, se expresa así:

$$PT \ 825,12 \approx 825,86$$

Si en el caso que se ha considerado, el desplazamiento paralelo que se hace de la tangente fuera a la derecha, en vez de la izquierda, el

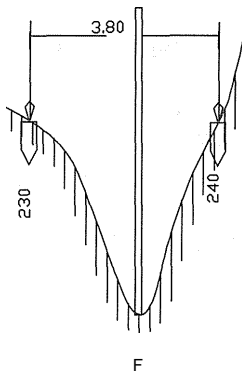
La deflexión para localizar F se calcula así:

Deflexión por metro: $3G = 3 \times 8 = 24'$

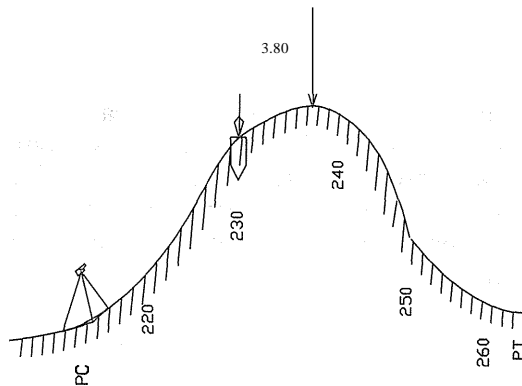
Deflexión para 3,80 m: $3,80 \times 24' = 1^{\circ}31'$

Abscisa del punto F: $230,00 + 3,80 = 233,80$

Deflexión para F: $6^{\circ}48' + 1^{\circ} 31' = 8^{\circ}19'$



- Figura 33 -



- Figura 34 -

Con la abscisa del fondo de una cañada se distinguirá luego, durante la construcción, la obra de drenaje que allí se realice.

De igual manera se procederá cuando el punto F no sea el fondo de una cañada sino la cima de una estribación (Fig. 34): Se localiza hasta el punto de la curva inmediatamente anterior a la cima, del cual mide el cadenero la distancia hasta la cúspide de un punto situado aproximadamente sobre la curva; esta distancia es la cuerda fraccionaria que permite calcular - como en el caso anterior - la deflexión correspondiente al punto buscado, el cual se materializa con punto y puntilla, pues será un P.O.C. forzoso para continuar la localización del otro lado de la estribación.

MODIFICACIONES EN LA LOCALIZACION

Sucede, en veces, que después de localizado un tramo de la línea proyectada es indispensable desplazar un punto de una tangente por conveniencia de movimiento de tierras o por otra causa. El desplazamiento puede efectuarse sin modificar la posición de las tangentes vecinas, esto es, ocasionando solamente variaciones en las dos curvas adyacentes a la tangente movida. Una solución para el problema puede ser la de desplazar esta tangente paralelamente a sí misma y resolver las variaciones que se produzcan en las curvas adyacentes. La figura 35 presenta dos curvas de un tramo de proyecto ya localizado, cuyos respectivos PI son V y VI'

Supóngase que después de colocar estacas de chaflán se advierte en la sección transversal (ab) de la tangente intermedia, en la cual (p) es el punto del eje de la vía, que el terraplén no para, esto es, que sería indispensable construir un muro de contención (Fig. 36). Este muro puede evitarse desplazando hacia arriba el punto (p) a (p') en una distancia tal como (d), lo cual se logra desplazando en ese sentido, paralela a sí misma, la tangente mencionada, sin modificar la posición de las tangentes vecinas.

Supóngase, además, que por cualquier conveniencia debe conservarse en un sitio el peCA) de la primera curva.

El desplazamiento de la tangente en referencia conlleva el de los PI de las dos curvas que sufren variaciones, los cuales, en su orden, pasan de V a V' y de VI a V₂'.

Deben, pues, calcularse las magnitudes VV' y V₁V₂'.

En el triángulo VV'h se tiene:

$$V_h = VV' \operatorname{sen} \Delta. \text{ De donde } VV' = \frac{V_h}{\operatorname{sen} \Delta} = \frac{d}{\operatorname{sen} \Delta}$$

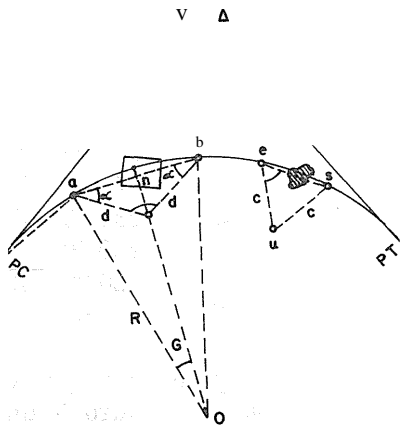
De igual manera en el triángulo V₁V₂t:

puesto al aparato para localizar totalmente la curva, utilizando las deflexiones y las distancias anotadas en la carterá. Los errores de cierre, si los hay, se establecen en la forma conocida.

Obstáculos en la parte interna de la curva

Sucede de ordinario que, una vez materializados PI, PC y PT de una curva y calculada ésta en la carterá, se encuentran obstáculos de localización en su parte interna. Dos casos pueden considerarse al respecto: a) que el obstáculo cubra el sitio que corresponde a uno de los puntos previstos de la curva, b) que se encuentre entre dos de tales puntos.

En el primer caso se inicia la deflexión de la curva desde el PC y se colocan puntos hasta uno inmediatamente anterior al impedido por el obstáculo. Sea, en la figura 31, ese punto (a), anterior al cubierto por un



obstáculo cuadrangular. Se traslada a (a) el tránsito y en ceros se da vista al PC; se transita y se deflece el ángulo correspondiente a (b); a partir de esa dirección se deflece un ángulo adicional α , suficiente para salvar el obstáculo, y a la distancia (d) se precisa el punto (i). Esta distancia se calcula:

$$d = an / \cos \alpha \quad \text{y} \\ an = R \sin G$$

- Figura 31 -

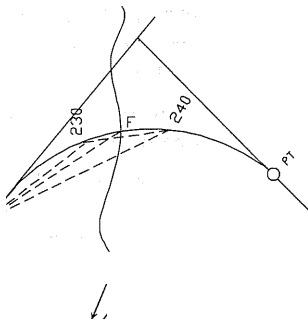
Se traslada el tránsito a (i) y en ceros se apunta a (a); se deflece el ángulo $aib = 180^\circ - 2\alpha$ y en esta dirección mide la distancia (d), materializando así el punto (b). Trasladado el tránsito a (b), en ceros y mirando atrás se apunta a (i); se deflece (α) y en esta dirección que es la correspondiente a (a), y está listo el aparato para continuar la localización corriente de la curva.

En el segundo caso, si el obstáculo se encuentra entre los puntos (e) y (s) de la curva, se localiza hasta el punto (e), se centra allí el aparato y se salva el obstáculo mediante el triángulo equilátero (eus) si la amplitud del terreno lo permite, o con un triángulo isósceles ceñido al obstáculo, como en el caso anterior. De utilizarse el triángulo equilátero, su lado es igual a la cuerda unidad. El paso puede hacerse por uno u otro lado del obstáculo.

Materializando el punto (s) puede operarse desde allí en la misma forma que se indicó para el punto (b) y cerrarse la curva en el PT. O centrar el aparato en el PT y cerrarla en el punto (s).

Abscisado de un punto específico en una curva

Caso de gran frecuencia es el de precisar la abscisa de un punto específico de una curva, como el fondo de una cañada o la cúspide de una estribación, cuando ese punto no coincide con una estaca de abscisa completa prevista en la cartera. Sea una curva de $R = 71,68$ m, $G = 8^{\circ}00'$ YC = 10 m, dispuesta en cartera como se ve a continuación:



- Figura 32 -

PT	263,00	20°00'
	260,00	18°48'
	250,00	14°48'
	240,00	10°48'
Fondo cañada	233,80	8°19'
	230,00	6°48'
	220,00	2°48'
PC	213,00	0°00'

Si el punto F por abscisar en la curva es el centro de un arroyo o fondo de una cañada (fig. 32), situado entre los puntos 230 y 240, una vez estacados éstos y cuando la cinta se halla tendida

entre ellos se coloca en dicho punto una mira o vara recta y vertical, suficientemente larga que alcance a rozar la cinta, en cuya intersección se lee la distancia desde el punto 230 (Fig. 33). Sea, por ejemplo, esa distancia de 3,80 m, que es una cuerda fraccionaria, con base en la cual se calcula la deflexión para el punto F de la curva, aproximadamente el mismo de la cuerda situado en el pie de la mira o vara.

igual al ángulo al centro del arco pB. Este ángulo equivale al doble del seminscrito VBp, que es la deflexión del punto (p) calculada desde el PT de la curva representado en B. En tal posición la visual seguirá la línea (ps), paralela a VB.

Para comprobar el cierre de la curva, ante la imposibilidad de hacerlo en el PT, se busca el ajuste con la tangente de salida. Al efecto, en la dirección (ps) que sigue la visual del tránsito se precisan con puntilla dos puntos, como (e) y (a); en estos puntos se levantan sendas perpendiculares a la dirección (ps) y en cada una de ellas se precisan de igual modo los puntos (e') y (a') en forma que

$$ee' = aa' = Bs = R(1 - \cos \beta)$$

Se traslada el tránsito a F y con vista en N se comprueba si (e') y (a') están en esa recta, lo cual indica que la curva ha cerrado sin error en ángulo; de lo contrario el error estará dado por el promedio de las distancias en que tales puntos se aparten de la recta. No es posible establecer el error que hubiese en distancia.

Para continuar la medición después del obstáculo que cubre el PT debe determinarse la abscisa del punto N, la cual se obtiene agregando la distancia BN a la abscisa calculada en la cartera para el PT; Tal distancia es

$$BN = VN - T = (VM + MN) - R \operatorname{tg} \Delta/2$$

En el segmento VM se mide en el terreno y el MN se calcula como base del triángulo isósceles, cuyos lados y ángulos iguales se conocen.

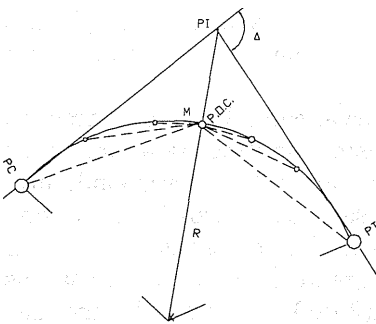
Con los datos numéricos de una curva, como los que aparecen en la página 64, para el caso del PT inaccesible se procederá así: supóngase que desde el PC pueda colocarse un punto (p) correspondiente a la abscisa 250, cuya deflexión es $14^{\circ}48'$; se pasa el tránsito a (p); en ceros y con el antejo invertido se apunta al PC; se transita y se defleca $14^{\circ}48'$, con lo cual la visual estará tangente a la curva; en esa posición se defleca el ángulo adicional $\beta = 2(20^{\circ}00' - 14^{\circ}48')$, obteniéndose así que la visual sea paralela a la tangente de salida. En esta dirección se comprueba el cierre de la curva con respecto a dicha tangente, en la forma ya indicada.

Pe Y PT inaccesibles

Cuando tanto el PC como el PT de una curva sean inaccesibles, esto es, con obstáculos que interfieran la visibilidad a lo largo de las tangentes e impidan materializar tales puntos, se determinan dos de la curva, uno inmediato al PC relacionado por coordenadas por la tangente de entrada, y otro inmediato al PT igualmente relacionado con la tangente de salida, entre los cuales se deflecta y se cierra la curva. Tales puntos pueden determinarse, ambos, por el procedimiento de las coordenadas indicado ya para el caso del PC inaccesible, o uno por este procedimiento y otro por el indicado también en el caso del tangente PT inaccesible, punto este último desde el cual se establece el cierre de la curva en la tangente de salida, como en dicho caso.

Si se registrase la circunstancia de la inaccesibilidad simultánea del PC, PT y PI de una curva, debe apelarse a la aplicación combinada de los sistemas de solución de los problemas reseñados para cada uno de estos casos.

Suele ocurrir que en el PC y el PT sea imposible instalar el tránsito por lo abrupto del terreno y sólo puedan precisarse las puntillas sobre estacas, así se hinquen éstas horizontalmente en suelos de extrema inclinación. Se localiza entonces la curva desde un punto medio o vértice, que se materializa valiéndose de la extrema. La figura 30 ilustra el procedimiento por seguir.



- Figura 30 -

Materializados en el terreno los puntos PI, PG y PT de una curva, no siendo posible centrar el aparato en los últimos, desde el PI y en dirección de la bisectriz del ángulo interior de las tangentes se mide cuidadosamente la longitud de la externa, cuyo valor es

$$E = T \operatorname{tg} \frac{\Delta}{4}$$

Trasladado el tránsito a M y empleando este punto como un P.O.C., se apunta al PC en ceros y queda en esta posición dis-

Instalado el tránsito en (p) se fija la visual en dirección paralela a la tangente de entrada AV y se deflecta el ángulo (B), con lo cual se tendrá la visual tangente a la curva. A partir de esta dirección bastará hacer deflexiones sucesivas de $G/2$ y medir cada una la cuerda de 10 m para localizar los puntos siguientes. Pero pueden utilizarse las deflexiones calculadas en la cartera con sólo marcar en el limbo horizontal del tránsito la deflexión ($6^{\circ}48'$) correspondiente al punto en donde está instalado, cuando la visual esté tangente en ese punto.

Para hacer paralela a la tangente AV la visual del tránsito instalado en (p) puede procederse de dos maneras: dando vista atrás a un punto (m) situado sobre la perpendicular en M a la tangente y a la distancia $Mm = pp'$, o dando vista al punto V y deflectando a la derecha un ángulo (δ) conocido por su tangente $pp'Np'$.

Utilizando los datos numéricos de abscisas y deflexiones indicados en la página anterior se operará así: con el tránsito en (p), abscisa 230, y una vez puesta la visual en dirección paralela a la tangente de entrada se deflecta $\beta = 2 \times 6^{\circ}48'$; se fija esta dirección tangente a una estaca y puntilla provisionales y se marca en el tránsito el ángulo $6^{\circ}48'$; queda así el aparato listo para localizar y cerrar la curva en el PT siguiendo las deflexiones de la cartera.

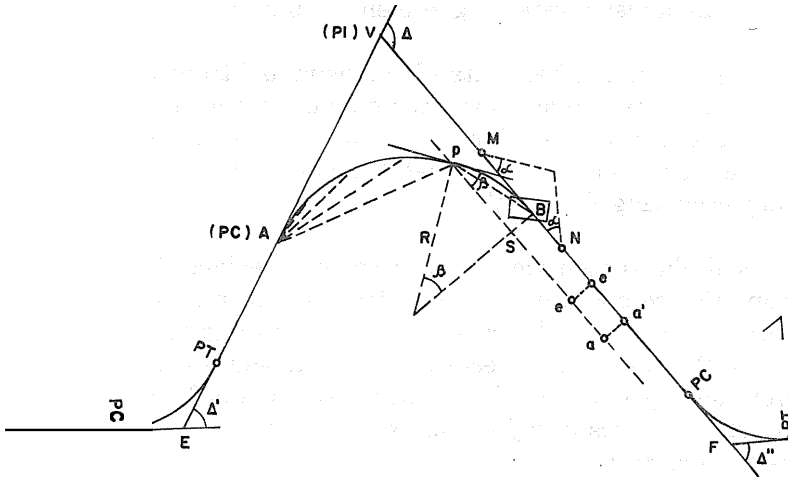
Con el tránsito en (p) puede también apuntarse al PT, marcando previamente en el limbo la deflexión $20^{\circ}00'$ que corresponde a este punto; con base en tal posición se localiza la curva utilizando las deflexiones de la cartera. El error de cierre, en ángulo, se determinará en el punto V y cuando en el limbo, puesto en ceros mirando a H, se marque $\beta + \delta$.

Otra manera de localizar la curva consiste en calcularla y deflektarla desde el PT para ajustar su cierre en el punto (p).

PT inaccesible

Cuando el PT no es accesible por un obstáculo deben resolverse, como en el caso del PC inaccesible, dos problemas también: a) medir el delta y sortear el obstáculo para continuar el abscisado en la tangente de salida, b) una vez calculadas las deflexiones de la curva en la cartera, localizarla desde el PC y comprobar su cierre con base en la tangente de salida.

En la figura. 29 se presenta un sector de proyecto con tres curvas, la segunda de las cuales ofrece el caso del PT inaccesible. Tanto los PI denominados E, V y F como el punto M de la tangente de salida, marcado en el plano antes del obstáculo, se trasladan al terreno en la forma conocida y se procede a leer los delta y a calcular las respectivas tangentes de las curvas según su radio.



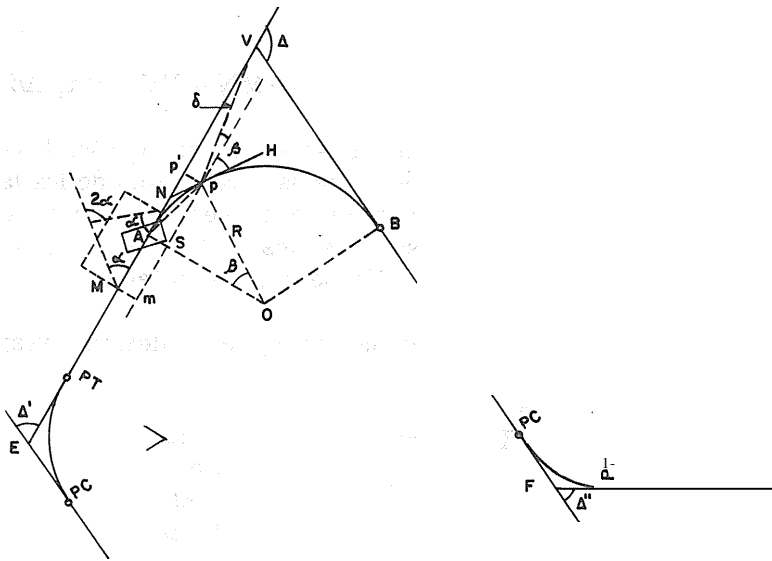
- Figura 29 -

Cuando el tránsito está en V se ajusta el delta mirando a M, se calcula la tangente, se materializa el PC y se mide el segmento VM. Se traslada el aparato a M y se prolonga el alineamiento VM al otro lado del obstáculo, valiéndose del triángulo isósceles o del rectángulo antes indicados, hasta materializar F.

Para localizar la curva se dispone la cartera de tránsito con base en la abscisa del **pe** y se procede a colocar los Puntos previstos de la curva hasta el más cercano al **PT**, desde donde pueda dirigirse una visual paralela a la tangente de salida sin interferencia del obstáculo.

Sea (p) este último punto, que se precisa con puntilla. Se pasa allí el tránsito y considerándolo como un P.O.C. se apunta en ceros a A, se transita, se hace la visual tangente a la curva y se defleciona un ángulo β

simplificarlo, debe transferirse también, por igual procedimiento el punto M, ya que el obstáculo impide la visual EV.



- Figura 28 -

En esta forma, con el tránsito en E se ajusta el ángulo Δ' en dirección a M, punto que se materializa. Se traslada allí el aparato y se procede a prolongar el alineamiento salvando el obstáculo, bien con un rectángulo o con un triángulo isósceles, en forma que se indica en el gráfico. De utilizarse el triángulo, la magnitud de los ángulos α y de los lados homóneas se ceñirá a la del obstáculo, lo propio ocurre con la longitud de los lados si se usa el rectángulo.

Con el tránsito en N se prolonga la recta EMN y se materializa en esa dirección el PI representado en el punto V, registrándose de ordinario un ligero desplazamiento de jalón con que se marcó inicialmente el PI.

Se traslada el tránsito a V y se mide al ángulo Δ , ajustando sus minutos pares al materializar el PI siguiente en el punto F. Se calcula la tangente de la curva y se materializa el PT, pues no es posible hacer lo mismo con el PC.

Debe disponerse en seguida la cartera de localización y calcularse las deflexiones de la curva, para lo cual es indispensable conocer la abscisa del PC, punto inaccesible. Como hasta el punto M puede abscisarse en la medición, es preciso calcular la distancia adicional MA para determinar dicha abscisa.

$$MA = MV - AV = (MN + NV) - T = (MN + NV) \quad R \operatorname{tg} \Delta/2$$

La longitud MN se calcula como base del triángulo isósceles del cual se conocen los ángulos y los lados iguales, o como uno de los lados del rectángulo medidos en el terreno según que se emplee uno u otro de los procedimientos indicados para salvar el obstáculo. A o PC no es necesariamente el punto medio de MN. NV se mide en el terreno.

Supóngase que las abscisas de la curva y las deflexiones respectivas sean las siguientes:

PT	263,00	20°00'
	260	18°48'
	250	14°48'
	240	10°48'
(p)	230	06°48'
	220	02°48'
PC	213,00	00°00'

Como no puede instalarse el tránsito en el PC para deflectar desde allí la curva, ni cerrarse en él si se deflectara desde el PT, es necesario determinar un punto cualquiera de la curva, de abscisa prevista en la cartera, para deflectarla y cerrarla con el aparato allí centrado. Sea (p) por ejemplo, de abscisa 230, el punto que deba determinarse para la operación.

Dicho punto se localiza mediante sus coordenadas Vp' y pp' sobre la tangente de entrada, las cuales se calculan así:

$$Vp' = VA - p'A = VA - ps = T - R \operatorname{sen} B$$

El ángulo del centro (B) es el doble del ángulo seminscrito $p'Ap$, que es la deflexión calculada para el punto (p); o sea $2 \times 6^\circ 48' = 13^\circ 36'$.

$$pp' = As = R - R \cdot \cos B = R (1 - \cos B)$$

C y C' son puntos comunes a cada par de arcos circulares, o sea los dos PCC de la curva. Por estos puntos se trazan las tangentes, igualmente comunes, ED y FG. Como se deduce del gráfico se tendrá siempre:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

Los puntos E, H, Y G de intersección de las tangentes serían los PI de cada uno de los arcos circulares considerados como curvas simples sucesivas. En esta virtud se tiene:

$$AE = EC = R_3 \operatorname{tg} \frac{\Delta_3}{2} = T_3$$

$$CH = HC' = R_1 \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} = T_1$$

$$C'G = GB = R_2 \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2} = T_2$$

Pueden entonces calcularse las tangentes de la curva compuesta en la forma siguiente:

$$T_{pc} = AV = AE + EF + FV = T_3 + EF + T_1$$

En el triángulo EFH:

$$\frac{EF}{\operatorname{sen}\Delta_1} = \frac{FH}{\operatorname{sen}\Delta_3} = \frac{EH}{\operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)} = \frac{T_3 + T_1}{\operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)}$$

$$\text{De donde } EF = (T_3 + T_1) \frac{\operatorname{sen}\Delta_1}{\operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)}$$

También $FH = (T_3 + T_1) \frac{\text{sen}\Delta_3}{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)}$ En el triángulo FVG:

$$\frac{FV}{\text{sen}\Delta_2} = \frac{VG}{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)} = \frac{FE}{\text{sen}\Delta} = \frac{FH + T_1 + T_2}{\text{sen}\Delta}$$

$$\text{De donde } FV = (FH + T_1 + T_2) \frac{\text{sen}\Delta_2}{\text{sen}\Delta}$$

Para el cálculo posterior se tiene también:

$$VG = (FH + T_1 + T_2) \frac{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)}{\text{sen}\Delta}$$

Remplazando valores:

$$T_{pc} = T_3 + (T_3 + T_1) \frac{\text{sen}\Delta_1}{(\text{sen}\Delta_1 + \Delta_3)} + [(T_3 + T_1) \frac{\text{sen}\Delta_3}{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)} + T_1 + T_2] \frac{\text{sen}\Delta_2}{\text{sen}\Delta}$$

El valor de la tangente adyacente al PT se calcula así:

$$T_{pt} = VB = VG + GB$$

Remplazando valores ya deducidos:

$$T_{pt} = [(T_3 + T_1) \frac{\text{sen}\Delta_3}{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)} + T_1 + T_2] \frac{\text{sen}(\Delta_1 + \Delta_3)}{\text{sen}\Delta} + T_2$$

CARTERA DE TRANSITO - LOCALIZACION

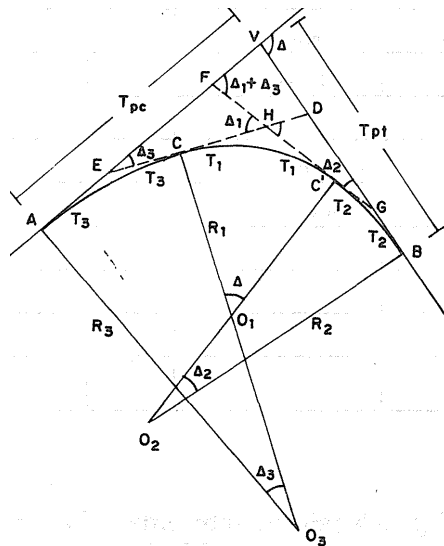
Abscisas	Deflex.	Elementos de curvas	R.C.	R.M.	Distancia PI a PI
210					
200		$\Delta = 89^{\circ}48' D$			
PT 193.37	44°54'	$R_2 = 71.68 \text{ mt}$			
190	41°42'	$G_2 = 8^{\circ}00'$			
185	36°57'	$C_2 = 10.00 \text{ mt}$			
180	32°12'	$\Delta_2 = 41^{\circ}30'$			
175	27°27'	$R_1 = 30,19 \text{ mt}$			
170	22°42'	$G_1 = 9^{\circ}30'$			
PCC 167.95	20°45'	$C_1 = 5,00 \text{ mt}$			
160	17°34'	$\Delta_1 = 48^{\circ}18'$			
150	13°34'	$L_2 = 51,87 \text{ mt}$			
140	9°34'	$L_1 = 25,42 \text{ mt}$			
130	5°34'	$T_2 = 57,54 \text{ mt}$			
120	1°34'	$T_1 = 40,50 \text{ mt}$			
PC 116.08	0°00'	$\alpha = 0,025 \text{ i}$			
110		$\delta = -0,03$			
100					
090					
080					
K.17					

La deflexión 1°57' para la primera subcuerva en la segunda rama se suma a la deflexión 20°45' correspondiente al PCC. y como un chequeo aritmético en el cálculo de las deflexiones, la correspondiente al PCC debe ser igual a $\frac{1}{2} \Delta$ Y la correspondiente al PT debe ser igual a $\frac{1}{2} \Delta$.

Al localizar la curva, el PCC es un POG forzoso, es decir, que no puede ella localizarse íntegramente desde el PC por la diferencia existente en el grado de cada rama. Los errores de cierre si los hay, se establecen en la misma forma que en las curvas simples y se anotan en la tercera columna de la cartera bajo las denominaciones (a) y (δ), según que se adviertan en ángulo o en distancia.

Curvas de tres radios

La figura 42 presenta una curva compuesta de tres arcos circulares sucesivos de radios diferentes y centros distintos. Convencionalmente se designan por R_1 , R_2 Y R_3 tales radios, en respectivo orden ascendente de longitudes, y por Δ_1 , Δ_2 Y Δ_3 los ángulos al centro o de desarrollo de los arcos trazados en su orden, con los radios R_1 , R_2 Y R_3 ; estos ángulos tienen, entre sí, un valor cualquiera. La tangente adyacente al PC se denomina T_{pc} y la adyacente al PT se denomina T_{pt} sus longitudes varían con el valor de los radios y de los desarrollos de los arcos de la curva.



- Figura 42 -

Las tangentes de la curva compuesta valen:

$$T_2 = AD + DV = T'' + DV$$

$$TI = BE + EV = T' + EV$$

En el triángulo DVE se tiene:

$$\frac{DV}{\text{sen}\Delta_1} = \frac{VE}{\text{sen}\Delta_2} = \frac{DE}{\text{sen}(180^\circ - \Delta)} = \frac{T'' + T'}{\text{sen}\Delta}$$

De donde

$$DV = (T'' + T') \frac{\text{sen}\Delta_1}{\text{sen}\Delta} \quad \text{y} \quad VE = (T'' + T') \frac{\text{sen}\Delta_2}{\text{sen}\Delta}$$

Remplazando valores:

$$T_2 = T'' + (T'' + T') \frac{\text{sen}\Delta_1}{\text{sen}\Delta}$$

$$TI = T'' + (T'' + T') \frac{\text{sen}\Delta_2}{\text{sen}\Delta}$$

Un ejemplo numérico

Sea para localizar una curva compuesta de dos radios, del tipo presentado en las figuras 40 y 41. Del proyecto se toman los siguientes datos sobre las dos ramas de la curva:

$R_2 = 71,68 \text{ m}$	$R_1 = 30,19$
$G_2 = 8^\circ 00'$	$G_1 = 9^\circ 30'$
$C_2 = 10,00 \text{ m}$	$C_1 = 5,00 \text{ m}$

Si la deflexión leída en el terreno es $\Delta = 89^\circ 48'$ se toma del proyecto el valor de uno de los ángulos de desarrollo, $\Delta_2 = 41^\circ 30'$ por ejemplo, y por deducción se determina el otro:

$$\Delta_1 = \Delta - \Delta_2 = 89^\circ 48' - 41^\circ 30' = 48^\circ 18'$$

Una vez calculadas las tangentes T_z y T_I valores dados por las ecuaciones conocidas (I) y (H), se materializan el PC y el PT. Supóngase que la abscisa del PC es: $K17 + 116,08$.

Se calculan en seguida las longitudes de las dos ramas de la curva:

$$L_2 = \frac{C_2 \Delta_2}{G_2} = 10 \times \frac{41,5}{8} = 51,87 \text{ m}$$

$$L_1 = \frac{e \Delta_1}{G_1} = 5 \times \frac{48,3}{9,5} = 25,42 \text{ m}$$

Pueden entonces determinarse las abscisas de los tres puntos de tangente de la curva:

$$\begin{aligned} \text{PC} &: 116,08 \\ \text{PCC} &: 116,08 + 51,87 = 167,95 \\ \text{PT} &: 167,95 + 25,42 = 193,37 \end{aligned}$$

Con estos datos se dispone la cartera de tránsito como se indica en el siguiente modelo, en la cual aparecen las deflexiones calculadas como la de dos curvas sirílples y sumadas las unas a las otras.

En el calculo de las deflexiones de la primera rama se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Deflexión por metro: } dz &= 3G_z = 3 \times 8 = 24' \\ \text{Deflexión para primera subcuerda: } &3,92 \times 24' = 1^\circ 34' \\ \text{Deflexión para última subcuerda: } &7,95 \times 24' = 3^\circ 11' \end{aligned}$$

En las deflexiones de la segunda rama:

$$\begin{aligned} \text{Deflexión por metro: } dI &= 6G_I = 6 \times 9,5 = 57' \\ \text{Deflexión para primera subcuerda: } &2,05 \times 57' = 1^\circ 57' \\ \text{Deflexión para última subcuerda: } &3,37 \times 57' = 3^\circ 12' \end{aligned}$$

Las deflexiones intermedias, correspondientes a cada cuerda unida, se calculan agregando sucesivamente los valores:

$\frac{1}{2} G_z = 4^\circ 00'$ Y $\frac{1}{2} G_I = 4^\circ 45'$ en la primera y la segunda ramas, en su orden.

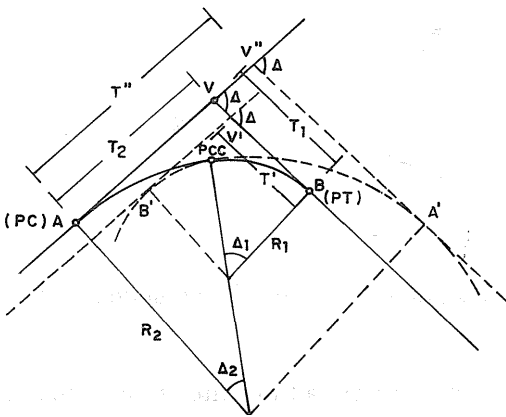
De la ecuación (II) se deduce igualmente:

$$R_2 = R_1 + \frac{R_2 \text{vers}\Delta - T_2 \text{sen}\Delta}{\text{vers}\Delta_1}$$

Como $R_2 > R_1$ $R_2 \text{vers}\Delta - T_2 \text{sen}\Delta > 0$ y $T_2 < R_2 \frac{\text{vers}\Delta}{\text{sen}\Delta}$

Pero $\frac{\text{vers}\Delta}{\text{sen}\Delta} = \text{tg} \frac{\Delta}{2}$ Luego $T_2 < R_2 \text{tg} \frac{\Delta}{2}$

Esto es, que la tangente adyacente a la rama de la curva de radio mayor debe ser menor a la tangente correspondiente a una curva simple de igual deflexión a la de la curva compuesta (Δ) y de aquel mismo radio.



- Figura 40 -

La figura 40 enseña una curva compuesta, cuya rama de radio mayor comienza en el **pe** y la de radio menor termina en el **PT**. Las tangentes correspondientes son T_2 y T_1 . Se prolongan, a uno y otro lado los arcos del círculo y se trazan sendas paralelas ($V'B'$ y $V''A'$) a las tangentes de entrada y salida que sean respectivamente tangentes, a tales prolongaciones.

$AV'' = T'' = R_2 \text{tg} \frac{\Delta}{2}$ sería la tangente de una curva simple de radio R_2 y defle-

xión Δ . Si T_2 fuera igual a T'' no habría curva compuesta. De ahí que esta debe cumplirse siempre:

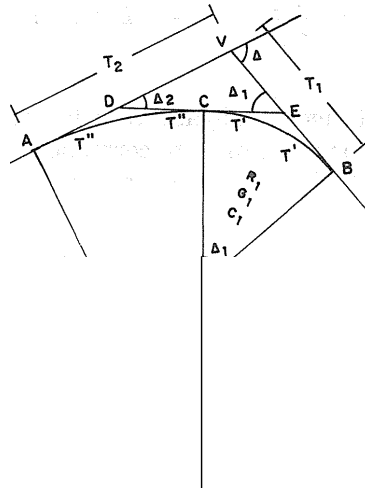
$$T_2 < R_2 \text{tg} \frac{\Delta}{2}$$

De igual manera $V'B' = T' = R_1 \operatorname{tg} \Delta/2$ sería la tangente de la curva simple de radio R_1 y deflexión Δ . Si T_1 fuera igual a T'' no habría curva compuesta. Por eso, para que la haya debe cumplirse siempre:

$$T_1 > R_1 \operatorname{tg} \Delta/2$$

Otra manera de **calcular** T_1 y T_2

La curva compuesta de dos ramas puede considerarse como una sucesión de curvas simples para efectos de cálculo de las tangentes.



- Figura 41 -

La figura 41 presenta una curva de ese tipo con la nomenclatura allí indicada.

Por el punto C (PCC) de la curva se traza la tangente DE común a las dos ramas y se tiene en primer lugar:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

Considerando las dos ramas como curvas simples adyacentes puede escribirse:

$$\begin{aligned} AD = DC = T'' &= R_2 \operatorname{tg} \Delta_2/2 \\ BE = CE = T' &= R_1 \operatorname{tg} \Delta_1/2 \end{aligned}$$

y aplicando la ecuación (II):

$$\frac{R_2 (1 - \cos\Delta)}{\text{sen}\Delta} = (R_2 - R_1) (1 - \cos\Delta_1)$$

20. Caso. Dado que el PC y el PT sean inaccesibles y que para uno u otro se escojan puntos cuyas distancias respectivas al PI se precisen, se adopta uno de los desarrollos (Δ_1 o Δ_2) del proyecto, se ajusta el otro con el Δ del terreno, como en el caso anterior, deben calcularse los radios R_1 y R_2 .

Los datos del problema son: $\Delta, \Delta_1, \Delta_2, T_1$ y T_2 .

y las incógnitas son: R_1 y R_2 .

Se resuelven en las ecuaciones simultáneas (I) y (II) por el sistema de eliminación.

$$\text{De (I) se tiene: } R_1 = \frac{T_1 \text{sen}\Delta - R_2 \text{vers}\Delta_2}{\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_2} \quad (a)$$

$$\text{De (II) se tiene: } R_1 = \frac{T_2 \text{sen}\Delta - R_2 (\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_1)}{\text{vers}\Delta_1} \quad (b)$$

De la igualdad

$$\frac{T_1 \text{sen}\Delta - R_2 \text{vers}\Delta_2}{\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_2} = \frac{T_2 \text{sen}\Delta - R_2 (\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_1)}{\text{vers}\Delta_1}$$

Se deduce:

$$R_2 = \frac{T_2 \text{sen}\Delta (\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_2) - T_1 \text{sen}\Delta \text{vers}\Delta_1}{(\text{vers}\Delta - \text{vers}\Delta_1) \text{vers}\Delta_1 - \text{vers}\Delta \text{vers}\Delta_2}$$

o también

$$R_2 = \frac{T_2 \operatorname{sen} \Delta [(1 - \cos \Delta) - (1 - \cos \Delta_2)] - T_1 \operatorname{sen} \Delta (1 - \cos \Delta_1)}{(1 - \cos \Delta) [(1 - \cos \Delta) - (1 - \cos \Delta_1)] - (1 - \cos \Delta) (1 - \cos \Delta_2)}$$

Sustituyendo este valor en una de las ecuaciones (a) y (b) se obtiene el de R_1 .

Limitaciones de valores para T_1 y T_2

Los valores que se asignen a las tangentes de una curva compuesta por dos radios, cuando quiera que haya de desplazarse el pe y/o el PT , no son arbitrarios. Obedecen a ciertas limitaciones que se determinan a continuación.

De la ecuación (1) se deduce:

$$R_2 = R_1 \frac{T_1 \operatorname{sen} \Delta - R_1 \operatorname{vers} \Delta}{\operatorname{vers} \Delta_2}$$

$$\text{como } R_2 > R_1 \quad T_1 \operatorname{sen} \Delta - R_1 \operatorname{vers} \Delta > 0 \quad \text{y} \quad T_1 > R_1 \frac{\operatorname{vers} \Delta}{\operatorname{sen} \Delta}$$

$$\text{Pero } \frac{\operatorname{vers} \Delta}{\operatorname{sen} \Delta} = \frac{1 - \cos \Delta}{\operatorname{sen} \Delta} = \frac{\operatorname{sen} \frac{\Delta}{2}}{\cos \frac{\Delta}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

$$\text{Luego } T_1 > R_1 \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

Es decir, que la tangente adyacente a la rama de la curva de radio menor debe ser mayor que la tangente correspondiente a una curva simple de igual deflexión Δ y de aquel mismo radio.

$$T_1 = \frac{R_1 \text{vers} \Delta + (R_2 - R_1) \text{vers} \Delta_2}{\text{sen} \Delta}$$

$$\text{o también } T_1 = \frac{R_1 (1 - \cos \Delta) + (R_2 - R_1)(1 - \cos \Delta_2)}{\text{sen} \Delta} \quad (1)$$

En el triángulo rectángulo BiV: $Bi = T_2 \text{sen} \Delta$

En la figura: $Bi = ub = ua - ba$

En el arco del círculo aCB cuyo ángulo al centro es

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

$$\text{sen ver } \Delta = ua/R_2 \quad \text{o} \quad ua = R_2 \text{sen ver } \Delta$$

y el arco circular aA cuyo ángulo al centro es Δ_1 :

$$\text{sen ver } \Delta_1 = ba / (R_2 - R_1) \quad \text{o} \quad ba = (R_2 - R_1) \text{sen ver } \Delta_1$$

Remplazando valores:

$$Bi = R_2 \text{sen ver } \Delta - \text{sen ver } \Delta_1 (R_2 - R_1) = T_2 \text{sen} \Delta$$

$$T_2 = \frac{R_2 \text{vers} \Delta - (R_2 - R_1) \text{vers} \Delta_1}{\text{sen} \Delta}$$

$$\text{o también } T_2 = \frac{R_2 (1 - \cos \Delta) - (R_2 - R_1) (1 - \cos \Delta_1)}{\text{sen} \Delta} \quad (11)$$

Para el cálculo de tangentes T_1 y T_2 en el plano del proyecto, tanto la deflexión como los ángulos de desarrollo Δ_1 y Δ_2 se toman con transportador del plano, en donde figuran también los valores de los radios R_1 y R_2 de las plantillas utilizadas. Ya para ese cálculo a localizar, el valor de Δ es el leído con el tránsito en el terreno; se adopta uno de los dos ángulos de desarrollo del plano y el otro se deduce por sustracción; el valor de los radios, como en las curvas simples, y en el mismo plano.

Obstáculos en la localización

En la localización de curvas compuestas de dos radios puede presentarse el caso de que, una vez determinado el Δ en el terreno y calculadas las dos tangentes, el sitio en donde deben colocarse el PC y el PT, o ambos, sea inaccesible y haya necesidad de desplazar uno u otro de tales puntos, escogiendo su ubicación y midiendo su respectiva distancia al PI. Es pues, el caso de que a T_1 o T_2 o a las dos tangentes se asignan valores precisos y deban calcularse otros valores de la curva compuesta para integrar el sistema. Dos casos se consideran en seguida.

1er caso. Supóngase que el PC del proyecto es inaccesible y que debe desplazarse sobre la tangente a un punto cuya distancia al PI se mide. Asíumase también que esta tangente de entrada es adyacente a la rama de radio menor y que del proyecto se adopta el radio R_1 y el ángulo Δ_1 de esta rama.

Los datos son, pues: Δ , T_1 , R_1 y Δ_1

y las incógnitas: Δ_2 , R_2 y T_2

En primer término se tiene: $\Delta_2 = \Delta - \Delta_1$

De la ecuación (I) se deduce:

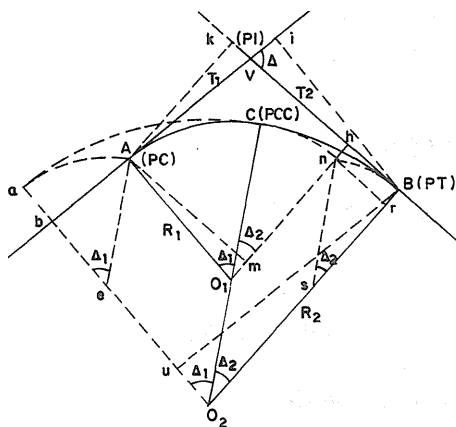
$$R_2 - R_1 = \frac{T_1 \operatorname{sen} \Delta - R_1 \operatorname{vers} \Delta}{\operatorname{vers} \Delta_2}$$

$$\text{De donde } R_2 = R_1 + \frac{T_1 \operatorname{sen} \Delta - R_1 \operatorname{vers} \Delta}{\operatorname{vers} \Delta_2}$$

$$R_2 = R_1 + \frac{T_1 \operatorname{sen} \Delta - R_1 (1 - \cos \Delta)}{(1 - \cos \Delta_2)}$$

Curvas de dos radios

En la figura 39 se indica la nomenclatura de una curva compuesta de dos ramas de radio diferente, con adopción de las siguientes convenciones:



R_1 : radio de la rama de mayor curvatura. (Radio menor).

R_2 : radio de la rama de menor curvatura. (Radio mayor).

Δ_1 : ángulo de desarrollo de la curva de radio R_1 .

Δ_2 : ángulo de desarrollo de la curva de radio R_2 .

T_1 : tangente adyacente a la rama de radio R_1 .

T_2 : tangente adyacente a la rama de radio R_2 .

En la curva se tiene:

AC: rama de radio R_1

CB: Rama de radio R_2

- Figura 39 -

$T_1 = AV =$ tangente de entrada.

$T_2 = VE =$ tangente de salida.

Siempre se tendrá:

$$R_1 < R_2 \quad T_1 < T_2$$

$$\Delta_1 \gg \Delta_2 \quad \Delta_1 + \Delta_2 = \Delta$$

Como líneas auxiliares se trazan en el gráfico las siguientes:

- El segmento Olh paralelo al radio 02B
- El arco Cn como prolongación de la rama AC
- El segmento ns paralelo al radio 02C
- La dirección radial 02a paralela al radio O1A
- El arco Ca como prolongación de la rama BC
- El segmento eA paralelo al radio 02C
- Las proyectantes Aky Aro del punto A
- Las proyectantes Bi y Bu del punto B
- Las proyectantes nr del punto n

En el paralelogramo O102sn se tiene:

$$sn = O_1O_2 = R_2 - R_1 \quad \text{y} \quad O_2s = O_1n = R_1$$

Luego: $sB = R_2 - R_1$ Y $sn = sB$

nB es un arco del círculo del centro (s) y de radio $R_2 - R_1$

Análogamente en el paralelogramo O102eA se tiene:

$$eA = O_1O_2 = R_2 - R_1 \quad \text{y} \quad eO_2 = R_1$$

Luego: $ea = R_2 - R_1$ Y $ea = eA$

aA es un arco de círculo de centro (e) y de radio $R_2 - R_1$

Cálculo de las tangentes T1 y T2

En el triángulo rectángulo AkV: $Ak = T1 \text{ sen } \Delta$

En el rectángulo Arohk: $Ak = mn + nh = mn + rB$

En el arco de círculo ACn cuyo ángulo al centro es $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$

$\text{sen ver } \Delta = mn/R_1$ o $mn = R_1 \text{ sen ver } \Delta$

y en el arco circular Bn cuyo ángulo al centro es Δ_2 :

$$\text{sen ver } \Delta_2 = Br / (R_2 - R_1) \quad \text{o} \quad Br = \text{sen ver } \Delta_2 (R_2 - R_1)$$

Remplazando valores:

$$Ak = R_1 \text{ sen ver } \Delta + (R_2 - R_1) \text{ sen ver } \Delta_2 = T1 \text{ sen } \Delta$$

$$sA = \frac{Vp^2}{\text{sen}^2 \frac{\Delta}{2}} [\text{sen}^2 a + 2 \text{sen} \frac{\Delta}{2} \text{sen} a \cos (\frac{\Delta}{2} + a)]$$

Como $T = Vs + sA$

$$T = \frac{Vp}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} \text{sen} (\frac{\Delta}{2} + a) + \frac{Vp}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} \times$$

$$\text{sen}^2 a + 2 \text{sen} \frac{\Delta}{2} \text{sen} a \cos (\frac{\Delta}{2} + a)$$

$$T = \frac{Vp}{\text{sen} \frac{\Delta}{2}} [\text{sen} (\frac{\Delta}{2} + a) + \sqrt{\text{sen}^2 a + 2 \text{sen} \frac{\Delta}{2} \text{sen} a \cos (\frac{\Delta}{2} + a)}]$$

Conocido el valor de la tangente se deduce el del radio de la curva:

$$T = R \text{tg} \Delta/2 \quad \text{o} \quad R = T \text{cot} \Delta/2$$

Con R se obtiene G y se dispone la localización de la nueva curva, cuyos puntos de tangencia, en el gráfico, son A y B.

Puede comprobarse la exactitud en la fórmula de cálculo de T, en la suposición de que el punto (p) ocupe el vértice M de la curva (Fig. 38). Se tendrá entonces los siguientes valores para los ángulos:

$$\alpha = sVG = \frac{1}{2}(180^\circ - \Delta) = 90^\circ - \frac{\Delta}{2}; \quad \alpha + \frac{\Delta}{2} = 90^\circ$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula aludida,

$$T = \frac{VP}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}} \left[\operatorname{sen}90^\circ + \operatorname{sen}^2\left(90^\circ - \frac{\Delta}{2}\right) + 2 \operatorname{sen}\frac{\Delta}{2} \operatorname{sen}\left(90^\circ - \frac{\Delta}{2}\right) \cos90^\circ \right]$$

$$T = \frac{Vp}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}} \left(1 + \cos^2\frac{\Delta}{2} + 0 \right) = \frac{Vp}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}} \left(1 + \cos\frac{\Delta}{2} \right)$$

$$\frac{1 + \cos\frac{\Delta}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{2}} = \frac{2\cos^2\frac{\Delta}{4}}{2\operatorname{sen}\frac{\Delta}{4}\cos\frac{\Delta}{4}} = \frac{\cos\frac{\Delta}{4}}{\operatorname{sen}\frac{\Delta}{4}} = \cot\frac{\Delta}{4}$$

$$\text{Luego } T = Vp \cot\frac{\Delta}{4} \quad \text{o} \quad Vp = T \operatorname{tg}\frac{\Delta}{4} \quad \text{Externa}$$

Se llega exactamente al valor de la externa de la curva, que es el caso en que el vector Vp ocupa la posición VM .

CURVAS COMPUESTAS

Curvas compuestas son las formadas por una sucesión de curvas circulares de diferente radio. En el punto de contacto o de unión de dos de estas curvas, que se denomina P.C;C. (punto común de curvas), puede trazarse una tangente a ambas, y los puntos de tangencia inicial y final de una curva compuesta, con las tangentes de una línea de proyecto se denominan, como en las curvas simples, PC y PT.

En terrenos de montaña es frecuente el uso de curvas compuestas, entre cuyos elementos existen relaciones que facilitan su cálculo y localización y que es preciso establecer.

el trigésimo al año. Por tal motivo, y también por que los conteos de tráfico son relativamente baratos en comparación con el costo de construcción, en un proyecto importante de mejoramiento o ampliación de una vía se debe disponer de los resultados de conteos directos de tráfico horario continuo en esa vía.

Métodos de cont

La determinación de los volúmenes de tráfico se hace por medio de contadores instalados en sitios o estaciones convenientemente dispuestos. Los hay de tipo automático para conteos continuos que permitan obtener los volúmenes en un año, o en meses o semanas determinados para calcular un promedio diario, y de tipo manual para conteos cortos destinados a efectuar medidas rápidas de tráfico.

Entre los primeros, los más corrientes son los contadores constituidos por un tubo de goma que se instala transversalmente a la carretera, fijo en el firme por medio de unas abrazaderas. Este tubo debe ser flexible y va cerrado por un extremo; el otro va unido al contador. Al pisar un vehículo, el exceso de la presión producida en el aire encerrado en el tubo se trasmite a una membrana que actúa sobre el contador por medio de un contacto eléctrico. El contador puede estar dispuesto en forma que cuente una vez cada dos impulsos, con 10 cual registra vehículos de dos ejes aislados. Estos aparatos pueden ser totalizadores o bien registradores horarios.

En los contadores de radar, los vehículos al moverse dentro de un haz de ondas de radio se registran por un cambio de frecuencia de la energía reflejada por el vehículo.

Hay contadores en los cuales los vehículos cortan un haz de rayos infrarrojos, emitidos por una lámpara colocada encima de la carretera, y otros tipos de aparatos que se accionan por una célula fotoeléctrica: un rayo de luz, que se corta al paso del vehículo, se registra en el contador.

Existen aparatos más complicados con dispositivos electrónicos, en los cuales el conteo puede hacerse para los vehículos en las dos direcciones, llegándose a discriminar, incluso, entre tipos livianos y pesados. Hay otros que pueden registrar los pesos. Estos tipos complicados son muy costosos y solamente se emplean en puntos determinados en los cuales

la obtención de datos, con gran exactitud, tenga una importancia especial.

Los contadores normales no discriminan los tipos de vehículos; la obtención de este dato, que tiene una excepcional utilidad práctica, se hace normalmente por una serie de conteos manuales que permiten obtener la descomposición en las diferentes clases de vehículos, en un número de días determinados y en ambas direcciones.

Los métodos de conteos rápidos, que utilizan aparatos manuales, se fundan primordialmente en la aplicación de estadística matemática. Se establece una serie de estaciones, con mayor o menor frecuencia en la toma de datos a lo largo de una red de carreteras por estudiar, datos que sirvan, extrapolando los resultados, para obtener una idea aproximada del volumen por día. Pueden contarse los vehículos que pasan por un punto durante 5 ó 10 minutos, dato que se multiplica por 12 o por 6, respectivamente, para determinar el tráfico por hora y repetir la operación en horas y días determinados. O, para una aproximación mayor, pueden efectuarse conteos en una semana completa de un mes y repetirse en otro u otros meses en que la importancia del tráfico lo indique para obtener un promedio diario anual.

Distribución direccional del tráfico

En las carreteras de dos carriles el volumen horario es el tráfico total en ambas direcciones. Para el diseño es importante el conocimiento del tráfico en cada una de ellas, lo cual puede lograrse especificando el sentido de los conteos. En los estudios del tráfico de las carreteras se ha verificado que en la hora - pico la distribución media en una dirección es de 2/3 del total, con límites entre el 50% y el 80%.

Por ejemplo, con 1200 vehículos por hora en las dos direcciones, si el tráfico de una de éstas fuere el 70% se tendría en una dirección 840 vehículos y en la otra 360. Esto es, que habría base para proyectar tres carriles: dos en un sentido y uno en el contrario.

Composición del tráfico

La diferencia de tamaño y peso de los vehículos hace que éstos tengan distintas características de operación. Los camiones, además de ser pesa-

dos, siempre más lentos y ocupan más espacio en la vía; por consiguiente representan para ésta una carga mayor que la de los automóviles.

Dos clases de vehículos se distinguen por su influencia en la operación del tráfico, de acuerdo con sus pesos y tamaños:

- a) Vehículos livianos o de pasajeros, que son los automóviles, jeeps y demás vehículos para cargas pequeñas como pick-up, panel, etc., que tengan características similares.
- b) Vehículos pesados o comerciales como buses, camiones y remolques, provistos de doble llanta en el par trasero y cuyas condiciones de operación son diferentes entre sí.

Para fines de diseño debe conocerse el número de vehículos pesados que pasan por una estación de conteo, expresando en porcentaje del volumen horario que se adopte al proyectar una vía. Este porcentaje, que en las estadísticas levantadas en los Estados Unidos es menor del 20%, en Colombia, según los conteos efectuados hasta el presente, oscila entre el 50% y el 60% en la generalidad de las carreteras principales.

Los factores de peso y frecuencia en la circulación de vehículos pesados sirven de base para diseñar el espesor del pavimento requerido en una vía en función de las cargas que debe soportar.

Dado que la velocidad de los vehículos pesados es notablemente inferior a la de los livianos, cuando unos y otros recorren una pendiente en sentido desfavorable, si esta pendiente es de consideración y el volumen de tráfico es de 2000 o más vehículos diarios, por ejemplo, surge la necesidad de una "vía lenta", o sea un tercer carril de igual longitud a la del tramo pendiente, destinado a máquinas pesadas para evitar que éstas interfieran la marcha regular de otros vehículos.

Proyección del tráfico

El proyecto de nuevas carreteras o el mejoramiento de las existentes no deben basarse en los volúmenes actuales de tráfico sino en la previsión del tráfico del futuro. Como período de diseño se usa generalmente el de 20 años, lapso adecuado a la vida útil de una carretera y que no se justifica extender más, pues para entonces se habrán operado

cambios en la economía de la región, en su población y en los índices de desarrollo que no pueden predecirse con grado alguno de seguridad.

Para el pronóstico del tráfico en el año meta suelen utilizarse diversos métodos, todos teóricos, pues en una cuestión tan compleja no es posible señalar índices de crecimiento con fórmulas matemáticas. Si se trata de ampliación y mejora de carreteras existentes se parte del tráfico actual y se estudian los factores de aumentos posteriores. Si se proyecta una vía nueva debe adelantarse el análisis de su zona de influencia, la consideración de planes de desarrollo o inversión que tenga programados el Estado en favor de la región respectiva y, particularmente, un examen comparativo con ratas de crecimiento de tráfico de otras carreteras de características análogas.

La AASHTU establece como componentes del tráfico futuro las siguientes:

- Tráfico actual: a) Tráfico existente
 b) Tráfico atraído
- Aumentos del tráfico: a) Crecimiento normal de tráfico
 b) Tráfico inducido
 c) Tráfico de desarrollo

Bajo el concepto de tráfico actual en una carretera que va a mejorarse se contempla el **existente**, que puede determinarse por conteos o por encuestas de origen y destino entre los usuarios corrientes, y el atraído o sea el que recibe de otras vías vecinas por las ventajas que ofrece su rectificación y ampliación y por el mejoramiento proporcionado a la región atravesada. Así, si el tráfico existente de una carretera es de 1200 vehículos diarios y de 500 vehículos que circulen por vías cercanas se calcula que pueden atraerse a ella 200 cuando esté mejorada. El tráfico actual de la carretera en estudio será de 1400 vehículos como promedio diario.

En los aumentos del tráfico se considera, en primer término, el **crecimiento normal** causado por el incremento en el número de vehículos automotores, el cual puede obtenerse delineando curvas por separado, así: una relativa a ascenso de población por año con base en los censos oficiales efectuados; otra referente a número de vehículos por unidad de

población, basada en estadísticas anuales sobre automotores que lleven las dependencias de circulación y tránsito, y una tercera sobre el recorrido medio en kilómetros por vehículo con base en el consumo anual de gasolina registrado en una región determinada o en el territorio general del país.

Con los resultados obtenidos y comparados de tales curvas puede determinarse una tasa aproximada del aumento del tráfico y aplicarla al año deseado o escogido para el diseño.

El tráfico inducido o producido es el que se origina exclusivamente por las mejoras de una carretera en servicio o por la construcción de una nueva y es atribuido más a la atracción de la novedad que a la de la necesidad. Las informaciones relativas a ese tipo de tráfico son todavía escasas y algunas investigaciones realizadas le asignan tasas de incremento que oscilan entre límites muy amplios, como el 5% y el 25% del tráfico actual, y un período de desarrollo de uno a dos años.

El tráfico de desarrollo es debido al progreso económico e integración de las tierras adyacentes a la vía. A diferencia del inducido, estas componentes del tráfico futuro continúan actuando por muchos años de haberse construido o mejorado una carretera, y su estimación escapa a límites concretos de pronóstico como quiera que ellos tienen relación directa con el uso futuro probable de la tierra. Sin embargo, como proporcional a la mejora de las zonas beneficiadas, el tráfico de desarrollo se computa en número de viajes por día para diferentes sectores de la vía.

Factor de proyecto

Factor de proyecto es la relación entre el tráfico futuro y el tráfico actual:

$$F = \frac{\text{tráfico futuro}}{\text{tráfico actual}} = \frac{\text{tráfico actual} + \text{aumentos}}{\text{tráfico actual}} = 1 + \frac{\text{aumentos}}{\text{tráfico actual}}$$

El tráfico futuro se representa en tanto por uno en relación con el tráfico actual y el crecimiento normal, inducido o desarrollado de la carretera en estudio.

Por ejemplo. Un sector de carretera que se proyecta mejorar registra un tráfico actual de 16.000 vehículos de promedio diario (TPD). El diseño se indica para 20 años a contar de 1984, esto es, para el año 2004.

De las curvas de población número de vehículos y kilómetros-vehículo elaboradas en el país o en la región considerada, se obtiene que el crecimiento normal del tráfico es del 68% del actual para el año de diseño.

El tráfico inducido o producido se estima en 18% del actual, con base en datos obtenidos en el área estudiada o en experiencias similares.

El tráfico desarrollado se estima en 5440 vehículos diarios al término de los 20 años o sea el 34% del tráfico actual. El factor de proyecto será:

$$F = 1 + \frac{0,68}{1} + \frac{0,18}{1} + \frac{0,34}{1} = 2,20$$

El tráfico promedio futuro o volumen diario de diseño para el 2004, será:

$$16.000 \times 2,2 = 35.200 \text{ vehículos}$$

El factor de proyecto es muy variable entre las diferentes carreteras. Los factores que son aplicados en la mayoría de las autopistas rurales de los Estados Unidos para 20 años, varían entre 1,5 y 2,5 y se advierte que la experiencia con los tráficos futuros puede cambiar ampliamente.

Construcción por etapas

En las normas de diseño geométrico de carreteras para Colombia, el Ministerio de Obras Públicas adopta como criterio de diseño el tráfico promedioc diario futuro y, al efecto, clasifica el tráfico en tres tipos: ligero, medio y pesado, dividido respectivamente en dos grupos cada uno para un total de 6, según los vehículos-día, así: menos de 250, de 250 a 500, de 500 a 1000, de 1000 a 2000, de 2000 a 5000 y más de 5000.

Las mismas normas señalan tentativamente como factor de proyecto, para determinar el tráfico promedio diario futuro en cada caso, una rata de crecimiento del 4% al 6% anual sobre el tráfico actual. Estos porcentajes equivalen para 20 años, en su orden, a 2,2 y 3,2 como factores de proyecto.

Como en el país no existen todavía experiencias suficientes para obtener índices propios de crecimiento de tráfico y las fuentes de financiación no permiten siempre acometer la ejecución integral de carreteras, el Ministerio de Obras Públicas se propone recomendar el sistema de construcción por etapas, con base en proyecto completo y período adecuado de diseño para cada caso, pero con movimiento de tierras y obras de superestructura realizables por etapas, esto es, cuya ejecución definitiva se cumpla cuando el volumen previsto de tráfico lo requiera y los recursos estatales lo permitan.

Esa ejecución parcial de la obra puede adelantarse bien explanando parte de la corona a lado y lado del eje proyectado de la vía, bien adelantando esa explanación incompleta en forma excéntrica o desplazada del eje hacia el lado de menor movimiento de tierras. Este último procedimiento permite la ulterior ampliación sin interrumpir el tránsito de vehículos por la vía.

Estudios de origen y destino

Un procedimiento efectivo para establecer los volúmenes de tráfico que circulan por una red vial, su distribución direccional y su composición es el de realizar encuestas de origen y destino entre los conductores de vehículos. Se conocen así los propósitos de movimiento de los usuarios, la demanda de traslado y la especificación de máquinas pesadas y livianas. De esta manera se precisan las "líneas de deseo", muy útiles para el mejoramiento de carreteras en servicio y planeación adecuada de otras.

Hay dos sistemas prácticos para efectuar estudios de origen y destino, previa la conveniente ubicación de estaciones de aforo en las vías de comunicación radial a partir de un centro importante de población: entrevistas directas con los conductores o entrega a éstos de cuestionarios por escrito en una estación para que los llenen en la ruta y los devuelvan en otra estación terminal.

Con la aplicación de cualquiera de los dos sistemas se registran en tarjetas debidamente clasificadas los datos siguientes: tipo de vehículo, punto de partida u origen, sitio final de llegada, especificación y peso de carga o número de pasajeros, objeto del viaje y frecuencia diaria, semanal o mensual de los viajes de cada usuario. Los aforos deben efectuarse durante 12 horas diurnas consecutivas en una semana completa, anotando las sucesivas horas del día para estimar las variaciones de tráfico.

Existen diferentes volúmenes de tráfico, según la carretera o tramo estudiados y las actividades que prevalezcan allí. Hay rutas de tipo turístico, agrícola, comercial, etc. En zonas agrícolas las variaciones horarias en las épocas de cosechas son extraordinarias. En carreteras de turismo habrá tráfico normal entre semana, pero los sábados y domingos alcanzará altos niveles. Dentro de la variación anual hay meses que registran mayores volúmenes que otros y coinciden con vacaciones o épocas de verano. En Semana Santa se advierte en Colombia los índices máximos.

Vehículos de diseño

Conjuntamente con los datos sobre tráfico, los relacionados con el tamaño y limitaciones de operación de los vehículos constituyen la base para determinar las características geométricas de la carretera.

El vehículo tipo usado para el proyecto de operaciones normales en una carretera debe ser el mayor que represente un porcentaje significativo del tráfico que ella debe acomodar. Para el proyecto de vías que tenga una considerable proporción de camiones el vehículo tipo estará representado por una combinación de camión y remolque o semi-remolque.

Para obtener las dimensiones teóricas del vehículo de diseño es necesario conocer si aquel para el cual se van a establecer las condiciones de seguridad y comodidad de la vía será el vehículo más probable del año meta. Al efecto, los tratados sobre ingeniería de vías presentan cuadros con promedio de dimensiones de vehículos americanos y europeos, señalando con gráficos las modificaciones ocurridas en los últimos quinquenios o decenios. Las dimensiones requeridas como características de tamaño de los vehículos son:

Longitud
 Anchura
 Altura
 Distancia entre ejes
 Radio mínimo de giro

El radio mínimo de giro de un vehículo es el radio de la trayectoria mínima externa de giro descrita por su llanta externa delantera. Esta trayectoria depende de la distancia entre los ejes o base rígida y del ancho entre las caras externas de las llantas. Para el diseño, la velocidad de giro se considera inferior a 16 kmlhora.

En los vehículos livianos de pasajeros el radio mínimo de giro es 8,5 m, seleccionado para el mayor modelo excepto uno.

Para los camiones y buses americanos de gran tamaño el radio mínimo de giro es variable de acuerdo con el tamaño de las llantas y éstas pueden aumentarlo de 13,70 a 15,20 m.

Para la combinación de camión y semi-remolque, que es la más común en las autopistas, con longitud total comprendida entre 13,10 y 15,25 m, el radio mínimo de giro varía, respectivamente, entre 12,20 y 13,40m. La combinación camión-remolque puede girar con radios menores.

En Colombia, las dimensiones medias de los buses de mayor tamaño que circulan en las carreteras principales, como un Mercury - 600 de 34 pasajeros, son las siguientes:

Distancia entre ejes	5,70 m
Saliente delantera	0,90
Saliente trasera	2,70
Longitud total	9,30
Ancho de carrocería	2,40
Altura ojo del conductor	1,90
Altura de capota	2,60

El Ministerio de Obras Públicas recomienda, como gálibo mínimo o altura libre para tránsito de camiones cargados por pasos inferiores, 4.90 m.

Capacidad de una vía

La posibilidad de una carretera para alojar un volumen dado de vehículos de tiempo determinado se llama capacidad.

La capacidad teórica o posible de una vía ha sido determinada en 2000 vehículos por hora en una dirección, tomando en cuenta una velocidad media entre 70 y 80 KmJhora, separaciones entre vehículos de 30 m aproximadamente uno del otro, con 3,65 m. como ancho de carril y en circunstancias óptimas prevalecientes, así: buen alineamiento de la vía, distancia de visibilidad suficiente para dos carriles y dos direcciones, tránsito interrumpido de vehículos livianos que marchen a igual velocidad y espacios laterales libres de toda obstrucción y a una distancia mínima de 1,8 m.

Esas condiciones ideales no podrían asumirse de ninguna forma como criterio de diseño. Se ha buscado entonces la "capacidad práctica de trabajo" determinada por observaciones directas a través de recuentos o conteos de volúmenes de tráfico hasta registrar volúmenes críticos que producen la congestión, obteniéndose así la capacidad máxima práctica de trabajo representada en el mayor volumen que haya alcanzado el tráfico antes de congestionarse o antes de perder la velocidad estipulada.

De todas las fuentes técnicas que han estudiado este asunto, como el Instituto de Ingenieros de Tránsito y la Oficina de Caminos Públicos de los Estados Unidos, se han deducido como capacidades máximas de trabajo en carreteras de carriles de 3,60 m. de ancho, condiciones excelentes de alineamiento y visibilidad y velocidades promedio de 70 a 80 KmJhora, las siguientes:

- | | |
|------------------------------|---|
| Carreteras de dos carriles: | 900 automóviles por hora en total. |
| Carreteras de tres carriles: | 1500 automóviles por hora en total. |
| De 4 o más carriles: | 1000 automóviles por hora por carril, en los carriles de la dirección del mayor movimiento. |

Como volumen horario de diseño no es prudente adoptar la capacidad máxima de trabajo de una carretera, medida en las condiciones favorables en que se han obtenido esos índices, pues entre los factores que limitan la capacidad de una vía pueden enumerarse:

- a) El ancho del carril.
- b) Las obstrucciones laterales: postes, muros y otras.
- c) El ancho y la condición de las bermas.
- d) El porcentaje de vehículos pesados.
- e) Los alineamientos horizontal y vertical, especialmente en lo relativo a visibilidad.

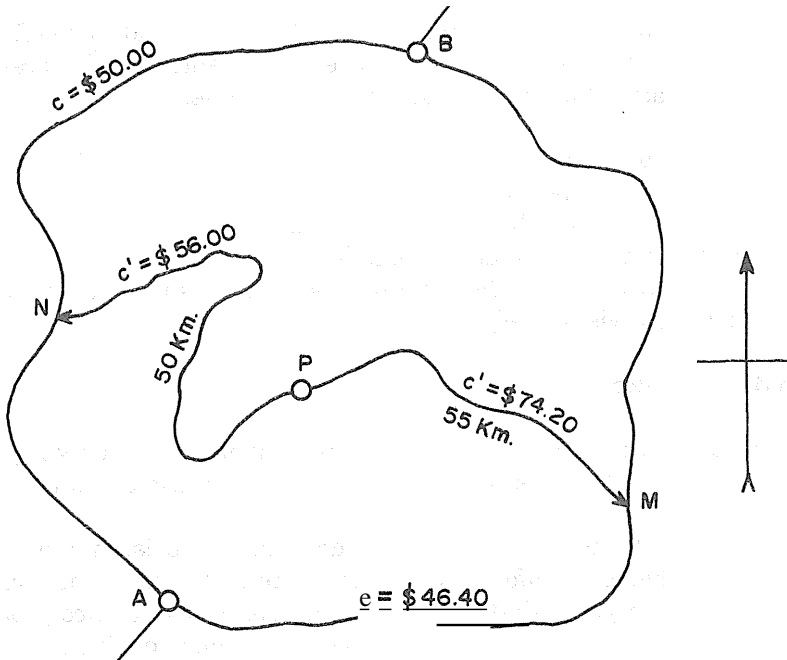
Zona de influencia

Se denomina zona de influencia de una carretera el área geográfica que comprende todos los sitios cuyo tráfico es tributario de ella.

Determinar la zona de influencia de una vía existente es tarea sencilla, pues basta con aforar sus afluentes de tráfico mediante conteos o encuestas de origen y destino. En cambio, predecir el tráfico probable de una carretera en proyecto, con base en su zona de influencia, es cuestión compleja que debe resolverse en función de las conveniencias de los usuarios en lo referente al transporte. Para la delimitación de esa zona influyen, también, las condiciones topográficas de la región y las facilidades de tránsito.

Sean, por ejemplo (fig. 55), dos centros importantes de una red vial (A y B), comunicados entre sí por dos carreteras orientadas de sur a norte, la una por el occidente (N) y la otra por el oriente (M). Si no existen más que esas dos vías entre los puntos dados, sus respectivas zonas de influencia estarán constituidas así: la de la línea ANB por toda la región situada al occidente de ella y por parte de la comprendida entre las dos líneas, y la AMB por toda la región ubicada hacia el oriente de ésta y por la parte restante del área limitada por tales líneas.

La divisoria entre las zonas de influencia será determinada por el grado de atracción al tráfico que dispongan una y otra de las vías referidas, atracción medida en las ventajas de orden económico que ofrezcan las respectivas tarifas de transporte. Influye en esa determinación el factor "demanda", que es la cuantía de los servicios provenientes

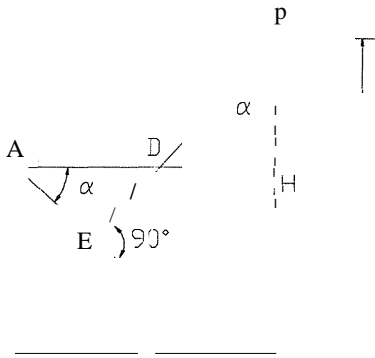


- Figura 55 -

del área de influencia del proyecto hacia la carretera, traducida en número de vehículos por unidad de tiempo".

Si en el área comprendida, entre las carreteras del ejemplo hay un sitio de producción P que necesita salida hacia una de las dos arterias de tránsito, pertenecerá ese sitio a la zona de influencia de la carretera que le convenga económicamente utilizar. Con este criterio se delimitarán las dos zonas y puede plantearse esquemáticamente la cuestión del límite requerido para deducir un procedimiento gráfico que permita conocer de que vía es tributario un sitio dado.

Se representa por la recta AB (Fig. 56) una de las carreteras consideradas y por P un punto situado a distancia y comunicado con ella por una vía secundaria en busca de conexión con los centros A y B. Se proyecta el punto P en H; (x,y). son las coordenadas de P en el sistema rectangular.



- Figura 56 -

El tráfico de P hacia A debe hacerse según la línea PDA, para la cual el costo de transporte sea mínimo.

B Sean (c) y (c') los costos unitarios de transporte por la carretera principal y por la vía tributaria, en su orden. El costo total de transporte será:

$$C = c'PD + cDA$$

O sea, según la figura

$$PD = \frac{y}{\cos \alpha} \text{ y } DA = AH - DH = x - y \tan \alpha$$

Remplazando:

$$C = \frac{c'y}{\cos \alpha} + c(x - y \tan \alpha)$$

C es una función de (a) y para obtener su valor mínimo debe derivarse la expresión e igualarse a cero.

$$\text{Con } \frac{dC}{da} = 0 \text{ se tiene: } \frac{1}{\cos^2 a} (c \sin a - c') = 0$$

Como el valor del quebrado no puede ser 0, debe escribirse:

$$\sin a \cdot c' - c = 0 \text{ ó } \sin a = (c/c')$$

Quiere esto decir que el costo mínimo del transporte depende del ángulo (a) y no de la posición de P y que su valor en función trigonomé-

trica es la relación entre los costos unitarios de transporte en la carretera principal y en la secundaria, respectivamente, relación en la cual siempre se tendrá $c < c'$.

En la hipótesis $c = c'$ el ángulo $\alpha = 90^\circ$. Esto es, que la ruta PDA sería paralela a HA, vale decir que se confundiría con HA. Evidentemente para que el transporte unitario de la vía secundaria fuera igual al de la principal se requiere que el punto P pertenezca a ésta.

Puede deducirse una conclusión de utilidad gráfica. La igualdad inicial $C = c'PD - cDA$ pueda transformarse:

$$C = c'PD + DAe \frac{c'}{e} = e(PD + \frac{c'}{e}DA) = e'(PD + DAsena)$$

En el triángulo ADE se tiene:

$$DE = DA \operatorname{sen} \alpha \quad \text{Luego} \quad C = c'(PD + DE) = c'PE$$

Significa este último punto miembro de la igualdad que el costo de transporte de P a A es proporcional a la distancia PE, siendo tal distancia la que existe de P a una recta AE que forma un ángulo (α) con AB y está situada en relación con ésta del lado opuesto al punto P.

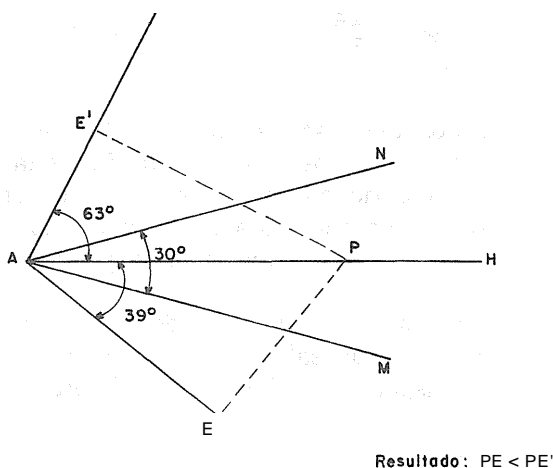
La recta AE se llama "frente de llegada" y no podrá confundirse con AB porque, como ya se dijo, $c < c'$.

El sistema indica un procedimiento gráfico para determinar a qué zona de influencia pertenece un punto situado en el área comprendida entre dos arterias principales de tránsito, con cada una de las cuales está comunicada por vías de segundo orden.

Aplicación numérica.

Supóngase que, en la figura 55 el punto A sea la ciudad de Popayán (Cauca) y el B la población de Espinal (Tolima), punto este de convergencia de las dos rutas que, partiendo de dicha ciudad, conducen a Bogotá: La del occidente (ANB) que pasa por Palmira, Armenia e Ibagué y la de oriente (AMB) que pasa por la Plata, Garzón y Neiva, con longitudes aproximadamente iguales, del orden de 490 y 480 Km., respectivamente.

Como precios unitarios de transporte, según tarifas actuales, se asumen: por la vía occidental, pavimentada pero con elevado tramonte por la cordillera central, a \$ 50,00 Ton-Km. y por la oriental, con largos tramos sin pavimento pero con tramonte inferior y regiones planas, a \$ 46,40 Ton-Km.



- Figura 57 -

Supóngase un punto P, ubicado en el área intermedia y comunicado con ambas vías así: por el carretable PN a la occidental, de 50 Km. de longitud y fletes unitarios de \$ 56,00, vigentes en el Cauca y por el carretable PM a la oriental, de 55 Km. y fletes de \$ 74,20 vigentes en el Huila.

Para determinar a cuál de las dos zonas de influencia pertenece el punto P se procede de la manera siguiente: en la figura 57 las rectas convergentes AN y AM representan, en su orden, las rutas occidental y oriental de la figura 55, que parten del punto A. El ángulo MAN, no mayor de 30° para ofrecer claridad a la figura, se bisecta por la recta AH. En un punto cualquiera de esta bisectriz se sitúa P, lo más alejadamente posible de A con el objeto de ampliar la magnitud lineal de la solución gráfica que se busca.

Para trazar el frente de llegada de cada ruta se calcula el correspondiente valor del ángulo (a). Así, de acuerdo con los fletes unitarios dados, el valor de ese ángulo en la línea occidental AN es:

$$\text{sena} = \frac{50,00}{56,00} = 0,893 \text{ o sea } \alpha = 63^\circ$$

En la línea oriental AM es

$$\text{sena} = \frac{46,40}{74,20} = 0,625 \text{ o sea } \alpha = 39^\circ$$

Dibujados estos dos ángulos en el punto A, el primero hacia arriba de AN y el segundo hacia abajo de AM o sea hacia los lados opuestos con relación al punto P, se obtienen los correspondientes frentes de llegada. Se bajan a éstos sendas perpendiculares PE' y se comparan sus longitudes; la menor indicará la zona de influencia a que pertenece el punto P.

En este caso, dicho punto es tributario de la ruta oriental no obstante que el carretable que le da salida a ella es más largo y de mayores costos unitarios de transporte que el de salida a la occidental. Se advierte, así, cómo el costo unitario de transporte en la ruta oriental, que es inferior al de la otra por las mejores condiciones de vía, determina en su valor una zona de influencia más vasta.

Índice de accidentes

Una de las condiciones más importante de pasajeros es la seguridad que los sistemas ofrezcan al usuario de las vías. La aplicación del criterio de seguridad como norma de control en el diseño de las carreteras es cuestión muy compleja para cuyo estudio y utilización práctica se requiere en el concurso técnico de los ingenieros de tránsito y el levantamiento cuidadoso de estadísticas sobre accidentes por parte de las oficinas de Circulación y Tránsito.

Tales estadísticas deben indicar el tipo y frecuencia de los accidentes, horas diurnas o nocturnas en que se registran, condiciones de rodamiento del sector de vía en que ocurran, longitud de tangente o grado de curva y pendiente del sector afectado, velocidades empleadas, distancias de visibilidad, clase de señalamiento existente y, en fin, todos los datos que permitan establecer las causas de los accidentes para tomar las medidas que los eviten.

Desde luego los resultados obtenidos en el registro y análisis de los accidentes de tránsito, como base para adoptar sistemas de rectificación y mejoramiento, tienen efectiva aplicación en carreteras existentes. Ya como norma de control para diseño de vías por construir, las conclusiones de la investigación sobre la materia revisten un significado teórico, útil como tal en los proyectos. Así, con auxilio de estadísticas serias al proyecto, pueden obtenerse índices de relación entre número de accidentes y de habitantes; de accidentes y de vehículos, y de accidentes y de kilómetros-vehículo para deducir coeficientes generales de estimación.

VELOCIDAD

En una relación apreciable, velocidad y seguridad son sinónimos de la categoría de una carretera. La velocidad es el factor primordial de todos los sistemas de transporte y aquella con que circulan los vehículos por una vía es un índice importante que debe tenerse en cuenta al establecer las características de proyecto de la misma.

La velocidad en vías de comunicación terrestre se mide en kilómetros por hora.

Por observaciones realizadas se ha llegado a comprobar que la tendencia de los conductores es la de llevar una velocidad más o menos uniforme y, aunque algunos tienden a ir más rápido que otros, rara vez escogen la velocidad máxima como habitual. Se distinguen tres clases de velocidad: de operación, de diseño y de marcha.

La **velocidad de operación** es la máxima velocidad de circulación en condiciones imperantes en la vía, como el tránsito, el estado de superficie de rodadura y las condiciones ambientales existentes.

La **velocidad de marcha** es la determinada en un trayecto de carretera al dividir la distancia total recorrida por el tiempo efectivo de marcha. Es la velocidad de libre elección de los conductores de vehículos automotores.

La **velocidad de diseño** o directriz es la escogida para proyectar una carretera y relacionar las características físicas de la vía, tales como los radios de curvatura, el peralte, las distancias de visibilidad, etc., de las cuales depende la operación segura de los vehículos.

La elección de la velocidad de diseño es una cuestión esencial, primordialmente de índole económica. Esta velocidad, para lograr el mínimo consumo de combustible y el menor desgaste de vehículo, debe conservarse lo más uniforme que se pueda, pues toda aceleración implica un esfuerzo motor con incremento de gastos en combustible y lubricantes y la reducción de velocidad se obtiene a expensa de los frenos con el natural desgaste mecánico. Y debe ser lo más alta posible para atender a los requerimientos del volumen de tráfico. Estas dos condiciones sólo se obtienen en terrenos planos; en terrenos ondulados y, más aún, en montañosos o escarpados la curvatura y la pendiente imponen variaciones en la velocidad con el sobre costo consiguiente en el transporte.

Así, pues, mientras la uniformidad y el alto índice de la velocidad conllevan economía en la explotación de una carretera, para lograrlos en terrenos quebrados es forzoso proyectar curvas amplias y pendientes moderadas que implican altos costos en la construcción, los cuales deben corresponder al tráfico que va a servirse. En consecuencia, la velocidad de diseño debe consultar y coordinar las conveniencias económicas de la vía y, no siendo posible mantenerla constante a todo lo largo de ésta por lo cambiante de la topografía, debe establecerse una velocidad de diseño para las carreteras de cada sector y procurar la mayor longitud para cada velocidad, la cual se indicará por medio de señales de tránsito instaladas en el borde de la vía.

Velocidades de **diseño**

Con base en la geografía física colombiana, en nuestro medio se emplean los siguientes tipos de velocidad de diseño, según la clase de terrenos y el volumen de tráfico:

Clase de terreno	Tráfico ligero hasta 500 vehículos-día	Tráfico medio 500-2000 vehículos-día	Tráf. pesado más de 2000 Vehículos-día
Escarpado	40 KmJh	40 KmJh	
Montañoso	50	60	60 80 KmJh
Ondulado	60	80	80 100
Plano	70	100	100 120

Se asume una velocidad mínima de 40 Kmlh para terrenos escarpados, pues para velocidades menores y tráficos iniciales bajos no se justificaría proyectar carreteras con especificaciones inferiores a las recomendadas por normas de diseño que convienen a exigencias mínimas.

Velocidades de operación

Estudios experimentales han establecido que más de un 50% de vehículos se mueven sobre carreteras de velocidad dediseño conocida con velocidades de operación menores que aquella, entre proporciones. que varían en 95% y 85%, para volumen de tráfico bajo, y 82.5% Y 75% para volumen alto, en sentido inverso de los valores crecientes de tal velocidad. El cuadro siguiente recoge las velocidades registradas según el tráfico:

**VELOCIDADES DE OPERACION PARA
DIFERENTES CONDICIONES DE TRAFICO**

Velocidad de diseño Km/hora	Velocidades de operación promedio Km/h.		
	Condiciones de tráfico		
	Volúmenes bajos	Volúmenes medios	Volúmenes altos
50	47	42	40
		65	60
100	88	75	
	105	85	

CAPITULO

DISEÑO GEOMETRICO DE CARRETERAS

El diseño geométrico de una carretera es la ordenación de sus elementos físicos: alineamientos horizontales y verticales, distancias de visibilidad, peralte, ancho del carril, etc. Geométricamente una carretera queda definida por el trazado de su eje en planta y por la subrasante en perfil.

El diseño en planta

Durante mucho tiempo el trazado rectilíneo fue considerado como el mejor por ser el más corto. En la actualidad un trazado curvilíneo o semi-curvilíneo es preferido porque ofrece mayor libertad para sortear los obstáculos naturales; permite reducir los perjuicios a las propiedades privadas; descarta las rectas de gran magnitud, peligrosas por el sueño o el encandilamiento con luces nocturnas que provocan en los conductores, y facilita acomodar la vía al paisaje desde el punto de vista estético.

El criterio de los diseñadores de hoyes es el de remplazar las grandes alineaciones rectas por rectas cortas y curvas amplias. Más aún, hay tendencia a procurar que la trayectoria que sigan los vehículos sea de curvatura continua. El ideal de las modernas carreteras busca eliminar los tramos rectos y diseñar en planta una sucesión de curvas espiralizadas.

De lo anterior se deduce que las relaciones que se obtengan entre velocidad y curvatura serán fundamentales para el diseño geométrico de las carreteras.

Curvatura y peralte

Cuando el vehículo transita por una curva circular, es desviado radialmente hacia afuera por la fuerza centrífuga, cuyo valor es:

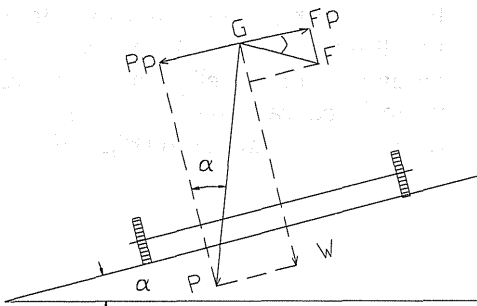
$$F = (Pv^2)/gR$$

- F = fuerza centrífuga desarrollada
- P = peso del vehículo
- v = velocidad del vehículo en metros por segundo
- R = radio de la curva circular, en metros.
- g = aceleración de la gravedad, 9,81 m/seg²

Si se consideran las fuerzas que actúan sobre un vehículo que circula por una curva cuya calzada tiene una cierta inclinación trasversal, la resultante puede seguir la dirección indicada en cada uno de los tres casos siguientes:

Caso 1. Cuando $P_p = F_p$ (Fig. 58), la resultante (W) es perpendicular al pavimento y la fuerza centrífuga no es sentida por los ocupantes del vehículo. La velocidad que produce ese efecto se llama **velocidad de equilibrio**.

En este caso la fricción entre llantas y pavimento es nula, pues el par de .ruedas no se desliza debido al equilibrio existente entre (P_p) y (F_p), componentes una y otra del peso (P) y de la fuerza (F), paralelas a la calzada.



La inclinación de la calzada sobre la horizontal se expresa por la tangente del ángulo (α) y se denomina **peralte** (e), cuyo valor pasa a determinarse.

A la velocidad de equilibrio v:

$$P_p = F_p$$

- Figura 58 -

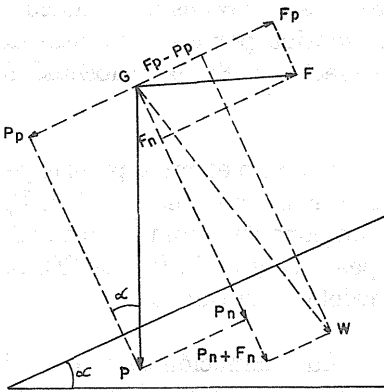
o.también:

$$P \text{ sen } \alpha = \frac{pv^2}{gR} \text{ cos } \alpha; \text{ tg } \alpha = e = \frac{v^2}{gR}$$

Sustituyendo (g) por su valor y expresando la velocidad en kmlh y R en m:

$$e = \frac{V^2}{3.6^2 \times 9.81 R} \quad \text{o} \quad e = \frac{V^2}{127.14 R}$$

Caso II. Cuando $P_p < F_p$, es decir, para velocidad mayor que la de equilibrio, la resultante (W) se des-
plaza en la dirección de la fuerza centrífuga. Para oponerse al desliza-
miento hacia afuera de la curva debe



Para oponerse al deslizamiento hacia afuera de la curva debe actuar, además del peralte, la fuerza de fricción, cuya magnitud es iguala la suma de las componentes normales de (P) y (F) por un coeficiente de fricción entre llantas y pavimento. Este coeficiente de fricción (f) es la relación entre la componente paralela y la componente normal de la resultante (W) de las fuerzas que actúan sobre el vehículo en su trayectoria curva, antes de que se produzca el deslizamiento (Fig. 59):

-Figura 59 -

$$f = \frac{F_p - P_p}{F_n + P_n} = \frac{F \cos \alpha - P \sin \alpha}{F \sin \alpha + P \cos \alpha}$$

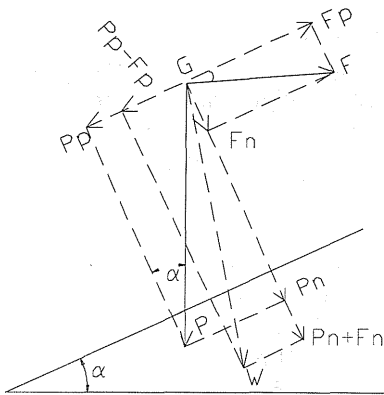
Para valores usuales del peralte no mayores de 10% ($\alpha = 5^\circ 43'$), en que $\sin \alpha = 0,0996$, el valor (F $\sin \alpha$) puede despreciarse ante la magnitud de (P).

$$f = \frac{F \cos \alpha - P \sin \alpha}{P \cos \alpha} = \frac{F}{P} \operatorname{tg} \alpha - e = \frac{v^2}{gR} - e$$

Expresando la velocidad (V) en Km/h, asignando a (g) su valor y representando R, radio de la curva, en metros:

$$f = \frac{V^2}{127 R} - e \quad \text{o} \quad e + f = \frac{V^2}{127 R}$$

Esto significa que cuando la velocidad es mayor que la de equilibrio, la fricción trasversal y el peralte se complementan para compensar la fuerza centrífuga.



- Figura 60 -

Caso III. Cuando $P_p > F_p$ esto es, para velocidad menor que la de equilibrio' la resultante (W) se desplaza según el sentido negativo de la inclinación del peralte. En este caso, para evitar el deslizamiento por exceso de peralte deben complementarse, para contrarrestarlo, la fricción trasversal y la fuerza centrífuga.

A esta conclusión se llega efectuando, con los datos de la figura 60, desarrollos análogos a los del caso II. y se obtiene:

$$e = \frac{V^2}{127 R} + f$$

Coefficiente de fricción trasversal

En el proyecto de curvas circulares el valor máximo del coeficiente de fricción (f), que se utiliza, está basado en la comodidad del conductor y en la estabilidad del vehículo contra el deslizamiento.

Como ya se anotó, cuando un vehículo circula por una curva peraltada a la velocidad de equilibrio el valor de (f) es cero, porque la fuerza centrífuga está totalmente balanceada por la componente del peso del

vehículo paralela a la calzada. Pero cuando circula a una velocidad mayor o menor de aquella, necesita de la fricción en las llantas para no deslizarse.

Viajar a distintas velocidades en las curvas es posible, dentro de ciertos límites, y se ha comprobado experimentalmente que para cada valor de la fuerza centrífuga, esto es, de la velocidad de operación, se desarrolla un valor distinto de fricción transversal. Además, todos los autoreseoinciden en que el coeficiente de fricción disminuye cuando aumenta la velocidad. Y la AASHTÜ recomienda una relación lineal de variación.

Con base en una tabulación efectuada por el Departamento de Carreteras de California y en otras investigaciones adelantadas en los Estados Unidos, se ha conformado el cuadro siguiente de coeficientes para los respectivos valores de velocidad experimentados, aplicables ellos por igual a pavimentos de concreto de cemento portland y a pavimentos asfálticos:

Velocidad Kmlh	Coef. de fricción transversal
40	0.185
50	0,165
60	0.157
70	0.152
80	0.144
100	0.133
120	0.122

Valor **máximo** del **peralte**

Por razones de orden práctico el valor **máximo** del **peralte** debe limitarse, ya que un **peralte** exagerado puede provocar el deslizamineto del vehículo hacia el interior. de la curva cuando circula a baja velocidad o se ve obligado a detenerse. De otra parte, un **peralte** reducido resulta inadecuado porque limita la velocidad en las curvas.

El **máximo** **peralte** por utilizar depende de varios factores: condiciones climáticas, configuración topográfica, frecuencia de vehículos de baja velocidad, etc. Con base en estas consideraciones la AASHTÜ recomienda

utilizar varios valores de peraltes como máximos y no uno solo al fijar los controles de diseño de las curvas, y no exceder en ningún caso al peralte de 12%. Señala al efecto, para distintas condiciones, los valores siguientes:

Cuando no se forma hielo sobre la vía	0,12
Valor más aconsejable en cualquier caso	0,10
En regiones de frecuentes nevadas	0,08
Para volúmenes elevados de tráfico y en áreas urbanas	0,06

Para carreteras, en Colombia, rige como peralte máximo el 10%

Radios mínimos de curvatura

El radio mínimo de curvatura es el valor límite de éste para una determinada velocidad de diseño, calculado según el máximo coeficiente de fricción y el mayor peralte adoptado para cada velocidad.

El radio de las curvas está, así, íntimamente ligado a la velocidad de diseño de una carretera, y la relación entre una y otra se establece a través del elemento peralte según la fórmula antes deducida:

$$R = \frac{127}{(e + f)}$$

Esta fórmula, que garantiza la seguridad contra el deslizamiento cuando se marcha en curva a velocidad superior a la de equilibrio y en la cual se asumen valores máximos del peralte y del coeficiente de fricción transversal para cada una de las velocidades de diseño, permite calcular los valores respectivos de los radios mínimos y grados máximos de curvatura como aparece en el cuadro siguiente, en el cual el Ministerio de Obras Públicas de Colombia recomienda una escala de peraltes de magnitud inversamente proporcional a la de los radios resultantes. La presentación general de este cuadro ofrece relación de velocidad-peralte y de curvatura-peralte que ilustran el criterio para la adopción de unos y otros de tales factores en el diseño de carreteras.

RADIOS MINIMOS y GRADOS MAXIMOS DE CURVATURA
Cuerda unidad : 10 metros

Velocidad Kmlhora	Peralte recomendado	Fricción máxima	Valores del radio		Grado
			Calculado	Redondeado	
40	0.100	0.185	44.21	50	11°27'
50	0.090	0.165	77.20	80	7°09'
60	0.080	0.157	119.61	120	4°46'
70	0.070	0.152	173.82	180	3°10'
80	0.060	0.144	247.03	250	2°17'
100	0.045	0.133	442.36	450	1°16'
120	0.030	0.122	745.96	750	0°45'

Estabilidad en las curvas

Cuando un vehículo marcha en recta, las fuerzas que actúan sobre él son su peso P y la reacción que el firme de la carretera produce debido al rozamiento por rotación entre aquél y las ruedas del vehículo. Ambas fuerzas están situadas sobre el plano de marcha y se anulan como acción y reacción. Al entrar en una curva se presenta una nueva fuerza, la centrífuga, que actúa en el sentido del radio de curvatura y cuyo valor es:

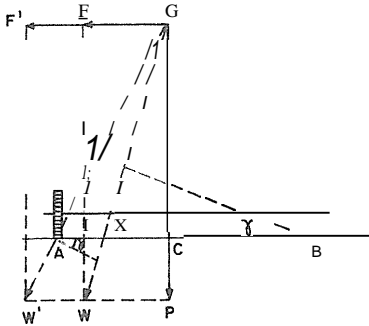
$$F = mv^2 / R = P v^2 / gR$$

Esta fuerza origina dos peligros para la estabilidad del vehículo en movimiento: el de deslizamiento y el de vuelco.

Para que un vehículo experimente deslizamiento trasversal es preciso que la acción de las fuerzas que tienden a desplazarlo sea mayor que la de las fuerzas que mantienen al vehículo en su sitio. Para prevenir este peligro se ha determinado ya la manera de calcular los radios mínimos de curvatura en función de la velocidad de diseño, del peralte y del coeficiente de fricción trasversal según el tipo de pavimento.

Peligro de vuelco

En cierto caso la intensidad de la fuerza trasversal puede producir el vuelco del vehículo, si la resultante de las fuerzas que actúan sobre él sale fuera del polígono de sustentación formado por los puntos de contacto de las ruedas con el pavimento.



Cuando el vehículo entra en una curva horizontal se desarrolla la fuerza centrífuga que actúa aplicada al centro de gravedad del vehículo; también actúa su peso aplicado a dicho centro. La resultante de estas dos fuerzas cortará el plano de la vía en un punto X (fig. 61) Y para que no haya peligro de vuelco el momento de la fuerza solicitante debe ser inferior al momento de la fuerza resistente: $FGC < PCA$.

- Figura 61 -

La acción de la resultante W se distribuirá en las ruedas en la proporción XB/AB , que actúa sobre la rueda A, y XA/AB que actúa sobre la rueda B, pues igualando los momentos de cada una de las reacciones en A y en B (w_a Y w_b) con los de la resultante W, los dos primero con relación a B y los otros dos con relación a A,

$$w_a AB = WXB \cos y \quad w_b AB = WXA \cos y$$

De donde: $w_a = (XB/AB) W \cos y \quad w_b = (XA/AB) W \cos y$

Además, en los triángulos semejantes GWP y GXC, tenemos:

$$F/P = XC / GC$$

La componente F tiende a hacer deslizar el vehículo en el sentido normal al de la marcha y debe ser absorbida por el rozamiento transversal por rotación en la vía. La componente P, a su turno, será absorbida por la resistencia del firme en dos partes que actúan en A y en B en la proporción establecida.

Si F aumenta, bien por la disminución del radio de curvatura o por el aumento de la velocidad, puede llegar un momento en que X coincida con A y entonces el vehículo tiende a girar alrededor de A, al tiempo que toda la acción de W gravita sobre el punto A.

Cuando la fuerza centrífuga F' es tal que el punto X coincide con A, los triángulos semejantes GAC y GWP indican:

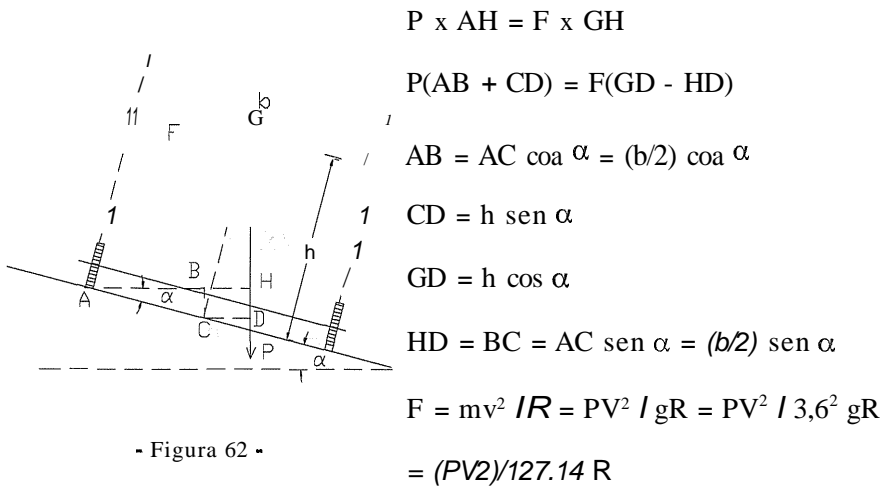
$$F'/P = AC/GC$$

Si $XC < AC$ no habrá vuelco. Por tanto, para evitar este peligro, debe cumplirse:

$$XC/GC < AC/GC \text{ de donde } F/P < AC/GC$$

Royal-Dawson denomina a (F/P) relación centrífuga

Si existe peralte la condición de equilibrio estará dada por la igualdad de los momentos de P y F con relación al punto A.



Sustituyendo valores en la primera igualdad:

$$P \left(\frac{b}{2} \operatorname{cos} \alpha + h \operatorname{sen} \alpha \right) = \frac{PV^2}{127,14 R} \left(h \operatorname{cos} \alpha - \frac{b}{2} \operatorname{sen} \alpha \right)$$

Dividiendo por $P \cos \alpha$ y despejando a V^2 :

$$127.14R \frac{\frac{b}{2} + h \operatorname{tga}}{h - \frac{b}{2} \operatorname{tga}} = 127.14R \frac{2(\frac{b}{2} + he)}{2(h - \frac{b}{2}e)} = 127.14R \frac{b + 2he}{2h - be}$$

De donde:

$$R = \frac{V^2}{127.14} \times \frac{2h - be}{b + 2he} \quad (I)$$

$$V = 11.27 \sqrt{\frac{RCh + 2he}{2h - be}} \quad (II)$$

- R radio mínimo de la curva, en metros
 V velocidad de diseño en Km/h
 e peralte máximo de la calzada., en decimal
 b distancia entre ruedas, de centro a centro
 h altura del centro de gravedad del vehículo sobre el piso

Como dimensiones de un automóvil corriente se asumen las siguientes: $b = 1,40$ m y $h = 0,80$ m. El peralte máximo $e = 0,10$.

Un vehículo que marche en una curva en condiciones de inestabilidad, primero se desliza que se vuelca. Se comprueba esto con las aplicaciones de las fórmulas establecidas para prevenir uno y otro de tales peligros.

Así, según la tabla de radios mínimos, para las velocidades de diseño (Pág. 146), a una velocidad de 40 Km/h, por ejemplo, corresponde un radio límite calculado de 44,21 m para evitar el deslizamiento. Con esa misma velocidad, según la ecuación de equilibrio contra el vuelco (I), puede transitarse una curva hasta de 11,78 m de radio sin afrontar este peligro; de igual manera, una curva de 44,21 m de radio puede transitarse, sin riesgo de vuelco, con una velocidad de 77,42 Km/h, según la ecuación (II).

Se concluye de lo anterior que, como criterio de diseño, debe adoptarse el de la seguridad contra el deslizamiento, con lo cual queda ampliamente garantizada la estabilidad contra el vuelco.

CURVAS DE TRANSICION

Cuando un vehículo pasa de un alineamiento recto a uno curvo, aparece repentinamente la fuerza centrífuga que no sólo reduce la seguridad en la marcha sino que ocasiona molestias a los pasajeros debido al empuje lateral repentino que se origina y se hace sentir. Por esta razón debe usarse una transición de la curvatura, de longitud adecuada a fin de que permita a un conductor de habilidad media, que circule a la velocidad de proyecto, disponer del tiempo suficiente para pasar de la alineación recta a la curva sin ninguna dificultad, es decir, para que la aplicación de la fuerza centrífuga aparezca de una manera gradual.

Entre las curvas de transición frecuentemente empleadas pueden citarse la clotoide o espiral de Euler, la espiral cúbica, la lemniscata de Bernouilli y la parábola cúbica. Es muy usada en carreteras la clotoide, cuya forma se ajusta a la trayectoria recorrida por un vehículo que viaja a velocidad constante y cuyo volante es accionado de manera uniforme. El radio de curvatura de la clotoide varía proporcionalmente con la longitud de su desarrollo, disminuyendo del valor (∞) al iniciarse hasta el radio (R) de la curva circular. Posee, en razón de esta característica, la propiedad de que un móvil que la recorra a velocidad constante experimenta una variación uniforme de la aceleración centrífuga.

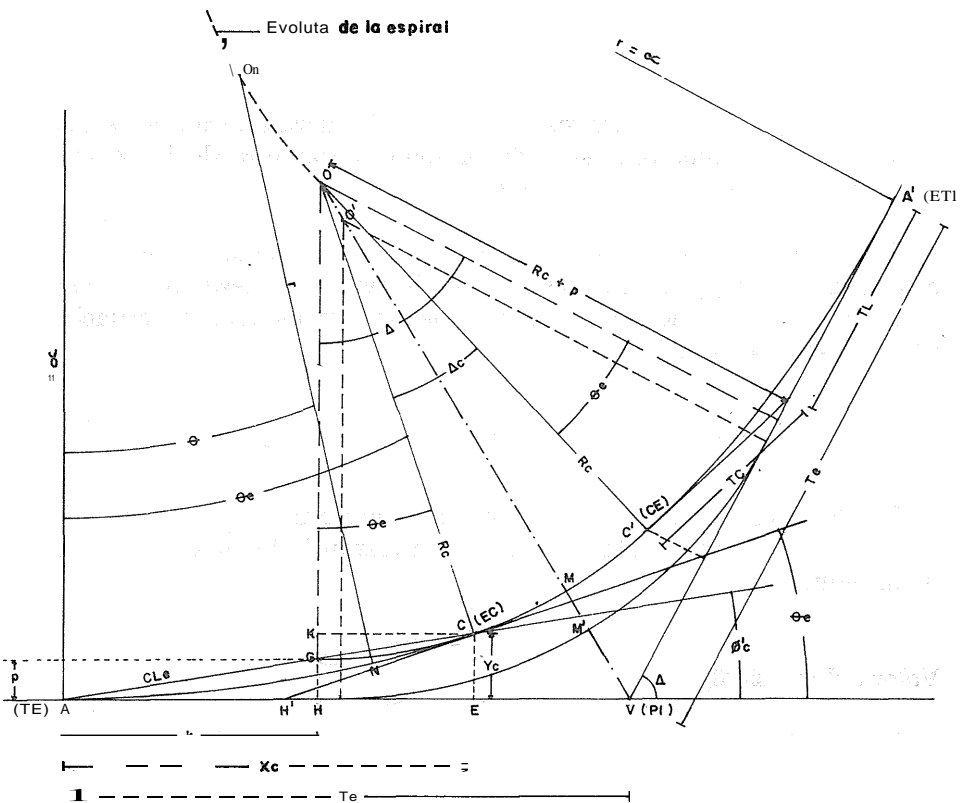
Si un vehículo se mueve a velocidad uniforme V, su aceleración centrífuga en la curva circular vale V^2/R ; por consiguiente la aceleración varía de manera continua desde cero en la tangente hasta V^2/R_c para la curva circular, de radio R_c . La curva de transición debe proyectarse de manera que la variación de la curvatura y la variación de la aceleración centrífuga sean constantes a lo largo de la curva.

La variación de la aceleración centrífuga por unidad de longitud es $V^2/(R_c L_e)$, siendo (L_e) la longitud de la curva de transición. En un punto cualquiera de la curva, situado a una distancia (l) del origen de la transición, la aceleración centrífuga será:

$$a_c = \frac{V^2 \times l}{R_c \times l_e}$$

LA CLOTOIDE COMO **ESPIRAL DE TRANSICION**

La curva que más se ajusta a los criterios anteriores es la clotoide como curva de transición. En este tratado se analizará una curva con espirales de transición simétrica, es decir, una de entrada y otra de salida de igual longitud (Figura 63).



- Figura 63 -

Ecuación de la Clotoide

Como el grado de curvatura (g) en la espiral varía en proporción directa con la distancia (l) desde su origen TE, el radio (r) debe variar en proporción inversa a esa distancia. Así, en un punto cualquiera de la espiral la curvatura será igual a l/r y la aceleración centrífuga en ese mismo punto sería V^2/r ; por lo tanto:

$$\frac{V^2 \times l}{R_c \times l_e} = \frac{V^2}{r}$$

$$\text{simplificando } rl = R_c L_e$$

Como R_c y L_e son constantes a lo largo de la curva espiral, $rl = A^2$, en donde A es un valor constante denominado parámetro de la espiral, elemento que identifica a la clotoide.

En conclusión, la clotoide es una curva tal que los radios de curvatura de cada uno de sus puntos están en razón inversa a los desarrollos de los respectivos arcos, siendo A^2 la constante de proporcionalidad. La ecuación de la clotoide se define por:

$$A^2 = rI; \quad \text{también} \quad A^2 = R_c L_e$$

Donde (r) es el radio en un punto cualquiera a una distancia (l) y R_c el radio de la curva circular central a una distancia igual a la longitud de la espiral L_e

Valor del ángulo θ_e

Si θ es el ángulo al centro correspondiente a un arco (l) de la espiral y (r) el radio de la curva en el punto (N) (Fig. 63), en un sector diferencial en este punto se tiene:

$$rd\theta = dl \quad d\theta = dl/r$$

reemplazando en esta última igualdad el valor de (r) igual a $l/A2$:

$$d\theta = (l/A2) dI$$

$$\text{Integrando } \int_0^{\theta} de = \int_0^1 = 1 dI$$

$$\text{de donde } e \quad (I)$$

Si $l = l_e$ por lo tanto

$$\theta_e = \frac{L_e^2}{2A^2} \quad \text{y} \quad 2A^2 = \frac{L_e^2}{\theta_e}$$

Entonces:

$$\theta = \left(\frac{l}{L_e}\right)^2 \theta_e$$

Expresión muy común en los cálculos de los elementos de la curva.

Además, siendo: $RcL_e = A2$ Y reemplazando en (I):

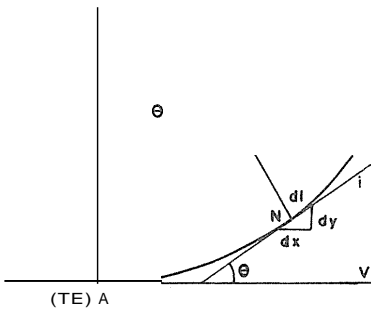
$$\delta = \frac{l^2}{2R_c L_e}; \delta \text{ en radianes, y}$$

$$\delta = \frac{l^2}{2R_c L_e} \times \frac{180}{\pi} = \frac{90}{\pi R_c L_e} \times l^2; \delta \text{ en grados (H)}$$

$$\text{Si } l = L_e \text{ y } \delta = \delta_e \text{ entonces } \delta_e = \frac{L_e \times 90}{R_c \times \pi}$$

Se, ángulo total al centro de la espiral, en grados.

Coordenadas de un punto de la espiral



En el triángulo elemental de la figura 64 se tienen, para cualquier punto de la espiral' las ecuaciones diferenciales siguientes:

$$dx = dl \cos \theta$$

$$dy = dl \sin \theta$$

desarrollando la serie del $\cos \theta$ y $\sin \theta$ y sustituyendo, se tiene:

- Figura 64 -

$$dx = dl \left(1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots \right)$$

$$dy = dl \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots \right)$$

En la ecuación (1), por facilidad de cálculo, se hace:

$e = 2A2$, siendo e constante.

$$\text{Luego } \theta = \frac{l^2}{2A2} - \frac{l^2}{C}$$

Sustituyendo en (dx) y (dy) e integrando

$$x = \int_0^1 \left(1 - \frac{l^4}{C^2 2!} + \frac{l^8}{C^4 4!} - \frac{l^{12}}{C^6 6!} + \dots \right) dl$$

$$x = l \left(1 - \frac{l^4}{5C^2 2!} + \frac{l^8}{9C^4 4!} - \frac{l^{12}}{13C^6 6!} + \dots \right) \quad (\text{III})$$

$$y = \int_0^1 \left(\frac{l^2}{C} - \frac{l^6}{C^3 3!} + \frac{l^{10}}{C^5 5!} - \frac{l^{14}}{C^7 7!} + \dots \right) dl$$

$$Y = l \left(\frac{l^2}{3C} - \frac{l^6}{7C^3 3!} + \frac{l^{10}}{11C^5 5!} - \frac{l^{14}}{15C^7 7!} + \dots \right) \quad (\text{IV})$$

Expresando los resultados anteriores en función de θ o sea haciendo $e = l^2 / \theta$ y resolviendo los factoriales:

$$x = l \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} + \dots \right); \theta \text{ en radianes}$$

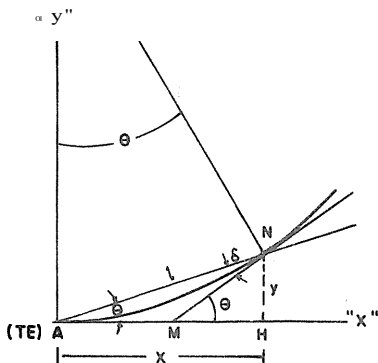
$$y = l \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} + \dots \right); \theta \text{ en radianes}$$

Expresando en grado el ángulo θ :

$$x = l \left(1 - 3.05 \times 10^{-5} \theta^2 + 4.2959 \times 10^{-10} \theta^4 - \dots \right) \quad (\text{V})$$

$$y = l \left(5.8177 \times 10^{-3} \theta - 1.2658 \times 10^{-7} \theta^3 + 1.2269 \times 10^{-12} \theta^5 + \dots \right) \quad (\text{VI})$$

Las fórmulas (HI), (M), (V) y (VI) permiten localizar en un plano cartesiano cualquier punto de la espiral, conociendo la longitud del arco (l) en las dos primeras y el ángulo (θ) y la longitud (l) en las dos últimas. El sistema de coordenadas tiene su origen 0,0 en el TE o en el ET de acuerdo con el sentido de localización de la curva.



- Figura 65 -

Considerando el eje "X" como la línea tangente a la espiral, desde el TE o ET hasta el PI, y el eje "Y" como normal a ésta en su origen, tal como se puede apreciar en la figura 65. Por lo tanto, con los valores calculados para X y para Y es posible colocar un punto cualquiera (N) a partir de A.

$$\text{Si } l = L_e \text{ y } \theta = \theta_e$$

$$x = X_c \quad y = Y_c$$

Siendo X_c y Y_c coordenadas del EC o el

$$X_c = L_e (1 - 3.05 \times 10^{-5} \theta_e^2 + 4.2959 \times 10^{-10} \theta_e^4 - \dots)$$

$$Y_c = L_e (5.8177 \times 10^{-3} \theta_e - 1.2658 \times 10^{-7} \theta_e^3 + 1.2269 \times 10^{-12} \theta_e^5 + \dots)$$

Deflexión para puntos de la espiral

El ángulo de deflexión desde A (TE) para cualquier punto de la espiral N se denomina ϕ y es el indicado en la figura 65, donde al considerar el triángulo ANH, para un arco (l) se tiene:

$$\phi' = \text{arc Tg} (y/x)$$

En la práctica se ha llegado a que :

$$\phi' = (8/3) - Z$$

En donde ϕ' y δ están expresados en grados y Z es una corrección dada por la expresión:

$$Z = 3.1 \times 10^{-3} \theta^3 + 2.3 \times 10^{-8} \theta^5$$

El ángulo δ está en grados y Z en segundos, con la observación que para valores de δ menores de 16° el valor de Z es despreciable. Si $\delta = \delta_e$ entonces:

$$\frac{\phi_e}{3} - Z$$

ϕ'_e es la deflexión total desde el TE o ET hasta el EC o CE.

Además, en el triángulo AMN (Fig. 65) puede expresarse:

$$\delta = \delta + \phi' \quad \text{o} \quad \delta = \delta - \phi'$$

Donde δ y ϕ' son conocidos y $\delta = ANM$, en cualquier punto de la espiral, ángulo que se utiliza en la localización para situar la visual del tránsito, (centrado en el punto N), en dirección tangente a la curva cuando se ha dado vista previa al TE.

El Disloque

Se denomina disloque (p) a la distancia entre la extremidad del arco circular prolongado y la tangente a la curva espiralizada, que con el valor (k) forman las coordenadas del PC o PT del círculo desplazado (Fig. 63). La expresión que define el valor del disloque se determina en la siguiente forma:

$$p = Y_c - (R_c - R_c \cos \theta_e) = Y_c - R_c (1 - \cos \theta_e)$$

donde y_c ordenada de la espiral en el EC o CE y $\theta_e =$ ángulo total al centro de la espiral, mientras el valor (k), coordenada en el eje "X" del PC desplazado, será:

$$k = X_c - R_c \text{ Sen } \theta_e$$

La Tangente

En la Fig. 63 la tangente $T_e = VA = VH + HA$

$$VH = OH \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} \quad (R_c + p) \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

$$HA = k$$

$$\text{luego } T_e = (R_c + p) \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} + k$$

Para facilitar los cálculos de las variables que están incluidas en la fórmula de la tangente puede utilizarse la Tabla de Hickerson, que aparece en la pág. 194, en donde en función del valor de Δ en grados se puede determinar los valores de X_c , Y_c' k Y_p . En la Tabla de Hickerson pueden obtenerse los elementos de una espiral de 1 metro de longitud; por lo tanto, para una curva de longitud L_e' los valores tabulados deben multiplicarse por la longitud (L_e). La aplicación de la Tabla se indica en el ejemplo propuesto para la localización de una curva espiral.

La Externa

La externa (E_e) de la curva espiralizada se determina en la Fig. 63 como se indica a continuación:

$$E_e = VM = OV - OM = OV - R_c$$

$$OV = \frac{OH}{\cos \frac{\Delta}{2}} = OH \sec \frac{\Delta}{2} \quad (R_c + p) \sec \frac{\Delta}{2}$$

$$E_e = (R_c + p) \sec \frac{\Delta}{2} - R_c$$

Tangente Larga

Es el tramo de la tangente comprendido entre el TE o ET y la intersección con la tangente en EC o CE y se denomina TL

$$TL = HA = X_c - Y_c / \operatorname{tg} \theta_e = X_c - Y_c \operatorname{Cot} \theta_e$$

Tangente Corta

Es el tramo de la tangente en CE o EC comprendida entre uno de estos puntos y la intersección con la tangente, se representa como TC:

$$Te \quad HC = \frac{Y_c}{\operatorname{Sen} \theta_e} = Y_c \operatorname{csc} \theta_e$$

Cuerda Larga

Es la distancia en línea recta que une el TE o ET con el EC o CE y se denomina con CL_e

$$AC = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2}$$

Elementos del tramo circular central

De la Fig. 63 se deduce:

$$\Delta_c = \Delta - 2\theta_e \quad \text{y} \quad L_c = c \frac{\Delta_c}{G}$$

Donde (c) es la cuerda unidad correspondiente al radio R_e con grado (G) y (Δ_c) es el ángulo total al centro de la curva circular en grados.

Además la longitud total (L) de la curva será: $L = 2L_e + L_c$

Longitud mínima de la espiral

Todo vehículo motor, al pasar de tangente a curva o viceversa, describe una trayectoria de transición que es variable y depende de diversos factores: velocidad, peralte, radio de curvatura y conducta del motorista. La curva de tipo espiral, aplicada en las carreteras, proporciona esta transición, pues a lo largo de ella se efectúa proporcional y paulatinamente el cambio de radio desde el valor infinito hasta el de la curva circular.

Las curvas de transición son indispensables para comodidad de los pasajeros y seguridad en la marcha, principalmente en altas velocidades con que se diseñan las nuevas carreteras, pues un vehículo que las recorre a velocidad constante advierte que, en la medida en que la disminución del radio incrementa la fuerza centrífuga, resulta ésta compensada con el aumento proporcional del peralte.

Además de las ventajas indicadas, el uso de las curvas espirales permite la transición también del peraltado al pasar de la sección con bombeo en tangente a la sección inclinada dentro de la curva circular y facilita la realización del sobreancho en las curvas que lo requieran.

Debe establecerse, en consecuencia, la longitud mínima de la espiral de transición para los efectos del diseño en la curvatura de las carreteras. Todos los tratadistas que han buscado determinar esta longitud, con base en los principios de la mecánica para garantizar la estabilidad del vehículo, han recurrido forzosamente al auxilio de coeficientes empíricos que tomen en cuenta la comodidad del conductor y de los pasajeros y han obtenido resultados diferentes, explicados unos y otros con fundamento en consideraciones diversas.

Sobre determinación de la longitud mínima del tramo espiral se han realizado numerosos estudios, tres de los cuales se mencionan a continuación para recomendar el último como más práctico.

- a) La fórmula desarrollada en 1909 por W.H. Shortt para curvas de ferrocarriles, basándose en que la variación de la aceleración centrífuga debe ser constante cuando se recorra la curva a velocidad uniforme, es la expresión que algunos usan para el cálculo de la longitud de una espiral en carreteras. Esta fórmula es:

$$L = \frac{V^3}{14 R e}$$

- L** = longitud mínima del arco espiral, en metros
V = velocidad de diseño en km/hora
R = radio de la curva circular, en metros
e = tasa de crecimiento de la aceleración centrífuga

El factor **E** es un valor empírico relacionado con la comodidad y la seguridad requerida por los vehículos que recorren la espiral.

Su valor oscila entre 1 para ferrocarriles y 2 para carreteras.

Se ha efectuado una modificación en la fórmula inicial de Shortt introduciendo en ella el valor (e) del peralte, así:

$$L = V \left(\frac{V^2}{R} - 125e \right)$$

○

Esta ecuación para $e = 0$ se reduce a la fórmula básica.

- b) Otros tratadistas aconsejan el uso de la fórmula de J. Barnett para determinar la longitud mínima del tramo espiral. Esta es

$$L = \frac{V^3}{28 R}$$

en la cual las literales L, V Y R tienen la misma significación que en las fórmulas de Shortt.

La aplicación de las fórmulas anteriores para $V = 50$ km/h, $R = 75,70$ m y $e = 0,10$, por ejemplo, ofrece los resultados siguientes en cálculos para carreteras:

Fórmula Shortt	$C=2$	$L = 59\text{m}$
Shortt modificada	$C = 1,35$	$L = 53\text{m}$
Fórmula Barnett		$L = 59\text{m}$

- c) La AASHTO, con apoyo en la amplitud de sus investigaciones, recomienda adoptar como longitud de la espiral la indispensable para hacer la transición del peraltado desde la sección transversal de la banca en el TE o el ET hasta la sección transversal con el peralte que corresponda a la curva circular en el EC o el CE, respectivamente. E indica como norma para efectuar esa transición la de que la inclinación en los bordes de la faja de pavimento de la vía para unir la sección horizontal con la peraltada no exceda, en relación con la pendiente longitudinal del eje de esa faja, del 0,5% cuando la velocidad de diseño sea de 80 Km/h. La recomendación señala que, para velocidades menores que ésta, aquella inclinación sea ligeramente mayor y para velocidades mayores un tanto menor.

Tales porcentajes de inclinación, deducidos de condiciones de equilibrio mecánico en ese recorrido en curva y de operaciones experimentales con vehículos en marcha, toman en cuenta, además de factores de comodidad y seguridad de viaje, el de presentación o apariencia en la estructura de la carretera para lograr uniformidad en el perfil de los bordes del pavimento. Al efecto, se ha elaborado la tabla siguiente para velocidades de 15 en 15 kilómetros por hora, equivalentes, en cifras redondeadas, a las de la tabla americana escalonada de 10 en 10 millas por hora.

Velocidad de diseño en Km/h	Inclinación máxima relativa entre perfiles de borde de pavimento de dos carriles y la línea central
50	0,67 %
65	0,57
80	0,50
95	0,45
110	0,40

Con base en esta tabla, la AASHTO consigna sus recomendaciones sobre longitudes del tramo espiral de transición en el cuadro de la página siguiente, en el cual se consideran calzadas de doble vía con anchos

usuales de 7,30 y de 6,10 m, o sea de 3,65 y 3,05 m por carril, en su orden, para diversos valores de velocidad de diseño y diferentes ratas de peralte. Para otros anchos de calzada, comprendidos entre estos límites, los ajustes serán proporcionales.

Sobre el procedimiento para elaborar este cuadro se ofrece un ejemplo numérico en la página 177, que permite determinar la longitud del tramo de transición del peralte con base en datos de la figura 69 y de acuerdo con la recomendación de la AASHTO para longitudes de la espiral.

CUADRO DE LONGITUDES MINIMAS DE **ESPIRAL**

Rata de peralte	L = longitud de espiral de transición				
	50 km/h	65 km/h	80 km/h	95 km/h	110 km/h
	Carril de 3.65 metros				
0.02	11	13	15	16	18
0.04	22	26	29	33	37
0.06	33	38	44	49	55
0.08	44	51	58	66	73
0.10	55	64	73	80	92
	Carril de 3.05 metros				
0.02	9	11	12	14	15
0.04	18	21	24	27	30
0.06	27	32	37	41	46
0.08	37	43	49	55	61
0.10	46	53	61	69	76
Mínima long. de espiral	30	40	45	55	60

La revisión de la práctica corriente de diseño - dice la AASHTO - revela el uso de longitudes mínimas de espiral, comprendidas entre 30 y 60 m para velocidades de diseño de 50 a 110 Km/h, respectivamente, sin tomar en cuenta el ancho de la calzada y el peralte de la curva pero observando condiciones de uniformidad en el perfil del borde del pavimento. El uso de valores más pequeños, como los que aparecen en el cuadro anterior, ocasiona perfiles inaceptables en dicho borde. Por eso

recomienda la AASHTÜ asumir para el diseño las longitudes mínimas que para cada velocidad aparecen en la parte inferior del cuadro; estas longitudes son aproximadamente iguales a la distancia en metros recorrida en 2 segundos a las diferentes velocidades de diseño y pueden usarse habitualmente en carreteras, a menos de que el tipo de alineamiento por proyectar demande adecuadas longitudes de control.

Localización de curvas con espirales

Como ejemplo numérico de cálculo de todos los elementos necesarios para localizar en el terreno una curva circular, con espirales de transición, se presenta el siguiente con los datos correspondientes:

Deflexión entre las tangentes	$\Delta = 90^\circ 30'$
Radio de curva circular	$R_c = 35.84 \text{ m}$
Grado de la curva circular	$G = 8^\circ 00'$
Cuerda unidad	$C = 5,00 \text{ m}$
Rata de peralte	$e = 0,08$
Velocidad de diseño	$V = 35 \text{ Kph}$
Longitud de la espiral	$L_e = 35,00 \text{ m}$
Abscisa del TE	$K 3 + 204,07$

Cálculos de los elementos de la espiral

Parámetro de la curva:

$$A = \sqrt{R_c L_e} = \sqrt{35.84 \times 35} = 35.42$$

$$\text{Angulo } \theta_e = \frac{35 \times 90}{35.84n} = 27^\circ 58' 35''$$

Coordenadas X_c :

Con $Se = 27^\circ 58' 35''$ en la Tabla de Hickerson, página 194 se tiene:

Para $Se = 27^\circ 00'$ se obtiene $X = 0.978020$ por metro

Con Dif. 1', para 58.58' se obtiene $X = 0.000027 \times 58.58'$
 $= 0.001582$

Luego para $Se = 27^\circ 58' 35''$ se obtiene:

$$X = 0.978020 - 0.001582 = 0.976438 \text{ por metro}$$

Por lo tanto para $Le = 35 \text{ m}$

$$X_c = 0.976438 \times 35 = 34.175 \text{ m}$$

Coordenada

Para $Se = 27^\circ 00'$ se obtiene en la Tabla, $y = 0.154606$ por metro

Con Dif. 1', para 58.58' se obtiene $y = 0.000092 \times 58.58'$
 $= 0.005389$

Luego para $Se = 27^\circ 58' 35''$ se obtiene:

$$y = 0.154606 + 0.005389 = 0.159995 \text{ por metro}$$

Para $Le = 35 \text{ m}$

$$= 0.159995 \times 35 = 5.60 \text{ m}$$

De la misma manera se determinan los valores del disloque (p) y el valor (k) en la Tabla de Hickerson.

Luego para $Se = 27^\circ 58' 35''$ se tiene:

$$p = (0.038960 + 0.000024 \times 58.58') \times 35 = 1.41 \text{ m}$$

$$y \quad k = (0.496332 - 0.000005 \times 58.58') \times 35 = 17.36 \text{ m}$$

Tangente:

$$Te = (Re + p) \times \text{tg} (\Delta/2) + k$$

$$= (35.84 + 1.41) \times \text{tg} (90^\circ 30'/2) + 17.36 = 54.94 \text{ m}$$

Externa:

$$E_e = (R_e + p) \times \frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} - R_e$$

$$E_e = (35.84 + 1.41) \frac{1}{\cos \frac{90^\circ 30'}{2}} - 35.84 \quad 10.26 \text{ m.}$$

$$E_e = 10.26 \text{ m.}$$

Angulo ϕ'_c :

$$\phi'_c = \text{arc tg} (Y_c/X_c) = \text{arc tg} (5.600/34.175) = 9^\circ 18' 24''$$

Angulo Δ_c :

$$\Delta_c = \Delta - 2\theta_e = 90^\circ 30' - 2 \times 27^\circ 58' 35'' = 34^\circ 32' 50''$$

Longitud de la curva circular:

$$L_c = (c\Delta_c)/G = (5 \times 34^\circ 32' 50'') / 8^\circ 00' = 21.59 \text{ m.}$$

Abscisa del TE	=	204.07
+ Le	=	<u>35.00</u>
Abscisa del EC		239.07
+ Le		<u>21.59</u>
Abscisa del CE		260.66
+ Le		<u>35.00</u>
Abscisa del ET		295.66

Con los resultados aquí obtenidos puede disponerse la cartera de Tránsito de conformidad con el modelo de la página 169

Cálculo de las deflexiones para la primera espiral desde el TE:

$\phi' = \text{arc tg} (y/x)$, donde "y" y "x" varían según el valor (l)

El proceso de cálculo se presenta en el siguiente cuadro explicativo, teniendo en cuenta que la curva se localiza por el método de cuerdas (cl y deflexiones (ϕ'))

TE 204.07	205	210	215	220	225	230	235	EC 239.07
<i>Longl</i>	0.93	5.93	10.93	15.93	20.93	25.93	30.93	35.00
X	0.93	5.930	10.928	15.914	20.866	25.744	30.483	34.175
Y	0.00	0.028	0.173	0.537	1.216	2.305	3.891	5.600
ϕ'	0°00'24"	0°16'04"	0°54'34"	1°55'54"	3°20'0"	5°06'55"	7°16'25"	9°18'24"
C	0.93	5	5	5	5	5	5	4.07

Ejemplo para el cálculo de una de las deflexiones del cuadro anterior:

En la columna de la abscisa 225, aplicando las fórmulas para calcular (x) e (y) mencionadas anteriormente, se tiene:

$c = 2 A2 = 2 (35.42)^2 = 2.509.15$, constante de cálculo incluida en las fórmulas indicadas para el cálculo de (x) e (y).

$l = 225 - 204.07 = 25.93$ m, distancia de la abscisa 225 al TE

$$x = 1 \left(1 - \frac{l^4}{10c^2} + \frac{l^8}{216c^4} \right) = 25.93 \left(1 - \frac{25.93^4}{10c^2} + \frac{25.93^8}{216c^4} \right) = 20.866 \text{ m}$$

$$y = 1 \left(\frac{l^2}{3c} - \frac{l^6}{42c^3} + \frac{l^{10}}{1320c^5} \right) = 25.93 \left(\frac{25.93^2}{3c} - \frac{25.93^6}{42c^3} + \frac{25.93^{10}}{1320c^5} \right) = 1.216 \text{ m}$$

$$\phi' = \text{arc tg} (1.216/20.866) = 3^\circ 20'$$

Si se quiere agilizar los cálculos es recomendable el uso de calculadora programable o un microcomputador. Con un sencillo programa se puede obtener los valores de (x), (y), y (ϕ') haciendo variar los valores de la longitud (l).

También es posible calcular las deflexiones utilizando la fórmula:

$$\phi' = (8/3) \cdot z, \text{ en la que } \theta = (11L_e)^2 \cdot 8e \quad \text{y,}$$

$z = 3.1 \times 10^{-3} \cdot 8^3 + 2.3 \times 10^{-8} \cdot 8^5$, donde z está expresada en segundos y θ en grados.

Deflexiones para el tramo de la curva circular a partir del CE:

Con el grado de la curva $G = 8^{\circ}00'$ y la cuerda = 5.00 m la deflexión por metro de la curva es:

$$d = 6 G = 6 \times 8^{\circ} 00' = 48'$$

Deflexión para las abscisas:

240	(240 - 239.07) 48'/60	=	0°44'
245	0° 44' + 4°	=	4°44'
250	4° 44' + 4°	=	8°44'
255	8° 44' + 4°	=	12°44'
260.66	(260.66 - 255) 48'/60 + 12° 44'	=	17° 16'

Deflexiones para la segunda espiral desde el ET:

El proceso de cálculo se indica en el siguiente cuadro explicativo, donde se utiliza la fórmula $\phi' = (8/3) \cdot z$

ET 295.66	290	285	280	275	270	265	CE 260.66
Longl	5.66	10.66	15.66	20.66	25.66	30.66	35.00
δ	0°43'54"	2°35'43"	5°36'02"	9°44'53"	15°02'14"	21°28'06"	27°58'35"
Z (Seg)	0.00	0.00	0.00	2.9	10.6	30.8	68.3
ϕ'	0°14'38"	0°51'54"	1°52'00"	3°14'54"	5°00'34"	7°08'51"	9°18'24"
C	5.66	5	5	5	5	5	4.34

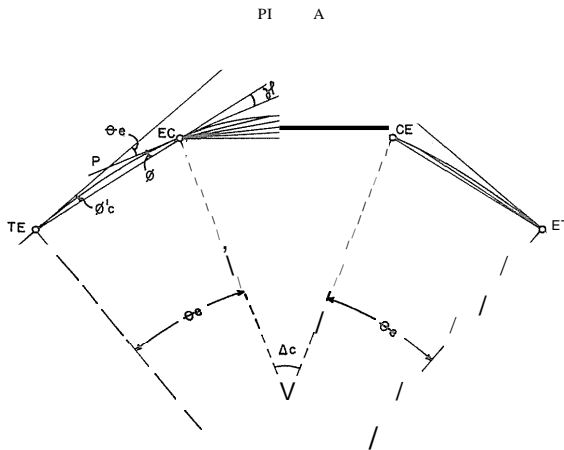
CARTERA DE TRANSITO PARA LOCALIZAR CURVAS ESPIRALIZADAS

ABSCISAS	DISTANCIA	DEFLEXION	ELEMENTOS DE LA CURVA	R.C.	R.M.	DISTANCIA PI A PI
K3+310.00						↔
300						
ET 295.66	0.00	0°00'00"	PI = 20	N35°40'E	N 36°E	— —
290	5.66	0°14'38"	$\Delta = 90°30' D$			
285	0.66	0°51'54"	Re = 35.84			
280	15.66	1°52'00"	G = 8°00'			
275	20.66	3°14'54"	e = 5.00			
270	25.66	5°00'34"	Le=35.00 m			
265	30.66	7°08'51"	A = 35.42			
CE 260.66	35.00	9°18'24"	8e=27°58'35"			
CE 260.66		17°16'19"	Xe = 34.175			
255		12°44'38"	Ye = 5.600			
250		8°44'38"	p = 1.41			
245		4°44'38"	k = 17.36			126.38
240		0°44'38"	Te = 54.94			
EC 239.07		0°00'00"	Ee = 10.26			
EC 239.07	35.00	9°18'24"	$\phi_c = 9°18'24"$			
235	30.93	7°16'25"	$\Delta_c=34°32'50"$			
230	25.93	5°06'55"	Le = 21.59			
225	20.93	3°20'00"				
220	15.93	1°55'54"	Error de cierre			
215	10.93	0°54'34"	a =			
210	5.93	0°16'04"	$\delta =$			
205	0.93	0°00'24"				
TE 204.07	0.00	0°00'00"				
K3 + 200						↔

Operaciones de campo

En el terreno se han colocado los puntos TE y ET (Fig. 66), una vez que desde el PI se leyó el ángulo Δ y se calcularon las tangentes T_e . Dispuesta la cartera de tránsito en la forma prescrita se procede a localizar la curva espiralizada como se indica en seguida:

Con el Tránsito en el TE, fijado en ceros con vista en el PI, se colocan uno a uno los puntos de la primera espiral abscisados como 205, 210, 215, 220, 225, 230, 235, 239.07 mediante deflexiones y distancias respectivas que figuran en la cartera. Las distancias pueden medirse parcialmente entre cada abscisa, tal como se procede en localización de curvas circulares.



- Figura 66 -

Al llegar al EC se traslada allí el Tránsito. A partir del cero del limbo horizontal y en sentido contrario al de avance de la curva que se localiza, se marca un ángulo $\phi_c = \phi_e - \phi_c' = 27^\circ 58' 35'' - 9^\circ 18' 24'' = 18^\circ 40' 11''$,

En estas condiciones, con el anteojo invertido se apunta al TE y se ajusta la visual. Se endereza luego el anteojo y se vuelve al cero del limbo, esto es, se anula el ángulo ϕ_c con lo cual queda la visual tangente en el EC, vale decir, el aparato listo para colocar la curva circular con las

deflexiones y distancias correspondientes consignadas en la cartera, llegándose así al CE.

El valor del ángulo φ^l se deduce del triángulo formado por las tangentes trazadas en los extremos del primer arco espiral, que se cortan en P, y la cuerda de éste, en el cual se tiene:

$$\theta_e = \phi'_c + \varphi^l \quad \text{luego} \quad \varphi^l = \delta_e - \phi'_c$$

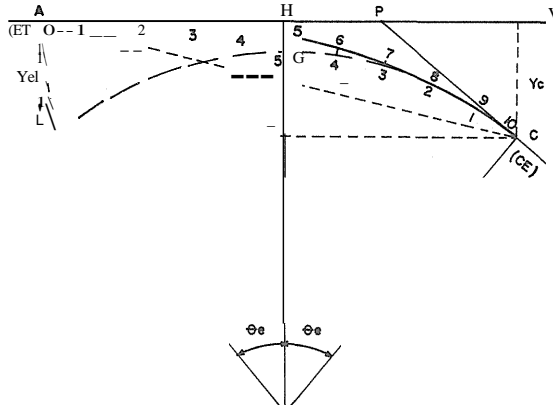
Para cerrar la curva se pasa el tránsito al ET y en ceros se fija la visual en el PI, efectuando en seguida la misma operación realizada para localizar la primera espiral. Al llegar al CE se establecen los errores de cierre, si los hubiere, en ángulo (α) y en distancia (δ), por el procedimiento conocido en el cierre de las curvas circulares, y se deja de ellos constancia en la cartera y en la columna de los elementos de la curva.

Localización el CE

Ya que tanto una recta como un círculo tienen curvatura constante y la espiral de transición posee una curvatura uniformemente variable, por una propiedad de la espiral ésta diverge en ángulo y ordenada de la curva circular, para una distancia dada, en la misma relación que de la tangente inicial.

La Fig. 67 muestra una espiral AC que diverge de la tangente inicial AV con las mismas ordenadas que del círculo CG. Si se divide la espiral en 10 partes iguales, las ordenadas de los puntos 1,2,3, etc. del círculo a los correspondientes puntos 9,8,7, etc. de la espiral, son las mismas prácticamente que las ordenadas perpendiculares desde la tangente inicial a los puntos de la espiral 1,2,3, etc., respectivamente.

Centrado un Tránsito en el ET, con ceros en el limbo apuntando a V, las deflexiones para los puntos 1,2,3, etc. son i_1, i_2, i_3 , etc. Y si se coloca el Tránsito en el CE, con ceros en el limbo y visual en dirección de la tangente auxiliar CP, las deflexiones para los puntos 9,8,7, etc. son $\delta_1 - i_1, \delta_2 - i_2, \delta_3 - i_3$, etc., en las cuales $\delta_1, \delta_2, \delta_3$, etc. son las deflexiones correspondientes a puntos de la curva circular con las respectivas distancias dadas.



- Figura 67 -

La aplicación del procedimiento se explica con la colaboración del cuadro siguiente como modelo de anotación auxiliar en la cartera de localización de curvas espiralizadas, cuadro que se refiere a los datos para deflectar la segunda espiral del ejemplo anterior desde el CE en lugar de hacerlo desde el ET y que se ha calculado con base en los elementos de la curva.

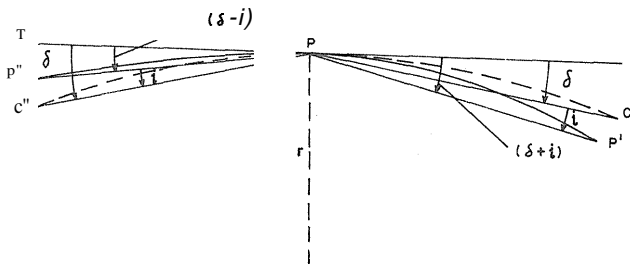
DATOS PARA LOCALIZAR LA SEGUNDA ESPIRAL DESDE EL CE

ABSCISAS	DEFLEXIONES			
	Distan- cias	Para curva circular con $G=8^{\circ}00'$	Para la espiral con origen en el CE	Para espiral referida a la tangente en el CE
ET 295.66	35.00	$28^{\circ}00'00''$	$-9^{\circ}18'24''$	$18^{\circ}41'36''$
290	29.34	$23^{\circ}28'19''$	$-6^{\circ}32'48''$	$16^{\circ}55'31''$
285	24.34	$19^{\circ}28'19''$	$-4^{\circ}30'28''$	$14^{\circ}57'51''$
280	19.34	$15^{\circ}28'19''$	$-2^{\circ}50'49''$	$12^{\circ}37'30''$
275	14.34	$11^{\circ}28'19''$	$-1^{\circ}33'55''$	$9^{\circ}54'24''$
270	9.34	$7^{\circ}28'19''$	$-0^{\circ}39'51''$	$6^{\circ}48'28''$
265	4.34	$3^{\circ}28'19''$	$-0^{\circ}08'36''$	$3^{\circ}19'43''$
CE 260.66	0.00	$0^{\circ}00'00''$	$0^{\circ}00'00''$	$0^{\circ}00'00''$

Deflexiones desde un intermedio de la espiral

El hecho de que la espiral diverge de un círculo en la misma relación que de la tangente inicial, proporciona un método para localizar puntos hacia adelante o hacia atrás desde cualquier estación intermedia de la espiral. Este caso se presenta en el terreno cuando desde el ET no puede verse el CE o viceversa.

ASÍ, si el Tránsito está situado en un punto P (Fig. 68), con ceros en el limbo y en la dirección de la tangente a la espiral en ese punto, la deflexión para un punto (P') hacia el CE es $(\delta+i)$ o sea la deflexión para el arco circular PC' de longitud igual al arco espiral PP' y de radio (r), más la deflexión para el arco espiral PP' como si el punto (P) fuera el ET. En igual manera, la deflexión para un punto (P'') hacia el ET es $(\delta - i)$.



- Figura 68 -

En este caso el arco circular C''e', tangente en (P), tiene por radio (r) el de la curva espiral en dicho punto, radio que se calcula con la fórmula siguiente:

$$r = (Rc Le) / l$$

Supóngase, en el ejemplo numérico dado, que la segunda espiral de la curva por localizar debe deflectarse desde el punto de abscisa 280, que dista 15.66 m del ET 295.66. Aplicando los datos del ejemplo se determinan el radio (r) y el grado (g) del arco circular en referencia:

$$r = \frac{35.84 \times 35}{15.66} \quad 80.10 \text{ ID Se tiene } r = \frac{e}{2 \operatorname{sen} \frac{g}{2}}$$

$$\text{o } 80.10 \quad \frac{5}{2} \operatorname{sen} \frac{g}{2} = 0.031211; \quad g = 3^{\circ}34'38''$$

En el cuadro siguiente se consigna el cálculo de las respectivas deflexiones para localizar uno y otro de los extremos de la segunda espiral del ejemplo.

DATOS PARA LOCALIZAR LA ESPIRAL DESDE EL PUNTO 280

ABSCISAS	DEFLEXIONES			
	Distancias	Para curva circular con $g = 3^{\circ}34'38''$	Para la espiral con origen en el punto 280 y $G = 8^{\circ} 00'$	Para espiral referida a la tangente en P 280
ET 295.66	15.66	$5^{\circ}36'07''$	$-1^{\circ}52'00''$	$3^{\circ}44'07''$
290	10.00	$3^{\circ}34'38''$	$-0^{\circ}45'41''$	$2^{\circ}48'57''$
285	5.00	$1^{\circ}47'19''$	$-0^{\circ}11'25''$	$1^{\circ}35'54''$
P 280	0.00	$0^{\circ}00'00''$	$0^{\circ}00'00''$	$0^{\circ}00'00''$
275	5.00	$1^{\circ}47'19''$	$+0^{\circ}11'25''$	$1^{\circ}58'44''$
270	10.00	$3^{\circ}34'38''$	$+0^{\circ}45'41''$	$4^{\circ}20'19''$
265	15.00	$5^{\circ}21'57''$	$+1^{\circ}42'46''$	$7^{\circ}04'43''$
CE 260.66	19.34	$6^{\circ}55'06''$	$+2^{\circ}50'49''$	$9^{\circ}45'55''$

Para que, centrado el Tránsito en el punto 280, quede el limbo en ceros y la visual tangente a la espiral, se procede en la forma siguiente: La deflexión para el punto 280 desde el ET es $1^{\circ}52'$, según la cartera de localización. A partir del cero del limbo horizontal y en el mismo sentido de avance de la segunda espiral que se localiza, se marca un ángulo $y = \theta - \phi' = 5^{\circ}36' - 1^{\circ}52' = 3^{\circ}44'$. En estas condiciones, con el antejo en posición normal, se apunta al ET y allí se ajusta. A continuación se vuelve a ceros el limbo, es decir, se anula el ángulo $3^{\circ}44'$, con lo cual queda la visual tangente a la espiral y el Tránsito listo para colocar la

curva con las deflexiones y distancias indicadas en la cartera para cada punto hacia el ET o el CE. En este último punto se establecen los errores de cierre, cuando los hay.

Si fuere el caso de localizar la primera espiral desde un punto intermedio de ésta, el procedimiento es análogo al anterior, pero al dar vista al TE como punto de iniciación, el ángulo γ , que se marca previamente, se mide en sentido contrario al de avance de la curva y no en el mismo sentido como ocurre cuando va a deflectarse la segunda espiral.

TRANSICION DEL PERALTADO

La sección transversal de la calzada o zona de rodamiento de una carretera tiene su característica según se considere la vía en tangente o en curva. En tangente se configura el bombeo, o sea la adopción de una superficie convexa formada por dos planos inclinados a uno y otro lado del eje, que facilitan el escurrimiento de las aguas lluvias. Y en curva la aplicación del peralte determina la inclinación uniforme de la calzada hacia el interior.

Las pendientes laterales del bombeo son, usualmente, las siguientes según la calidad del pavimento:

Bueno	2%
Regular	2% a 3%
Malo	3% a 4%

Dado que la AASHTÜ recomienda como longitud para la espiral de transición la necesaria para efectuar el paso de una sección con bombeo en tangente a otra cuya pendiente sea la del peralte en la curva circular, la longitud de este modo determinada es la recomendable para el tramo de vía que se denomina "transición del peraltado". Si la longitud de la espiral se señala con cualquier otro criterio o sistema, la de transición del peraltado debe ceñirse a la aconsejada por la AASHTO.

Definida así la longitud de transición del peraltado debe adoptarse el procedimiento para realizar esta transición, es decir, el de la inclinación gradual de la calzada para pasar del bombeo al peralte, o viceversa. En vías de dos carriles se utilizan tres métodos para efectuar este paso:

1. Rotando el plano de la calzada alrededor de su eje principal
2. Rotando el plano de la calzada alrededor de su borde interior
3. Rotando el plano de la calzada alrededor de su borde exterior

El primer método es el más ampliamente usado en carreteras, pues con él los cambios de elevación de los bordes de la plataforma producen menos distorsión que los otros métodos, los cuales se aplican preferencialmente en las vías de tránsito urbano cuando problemas de niveles en los sardineles, u otros obligantes, los aconsejan. Pueden utilizarse también en casos específicos de intersecciones o cruces de vías.

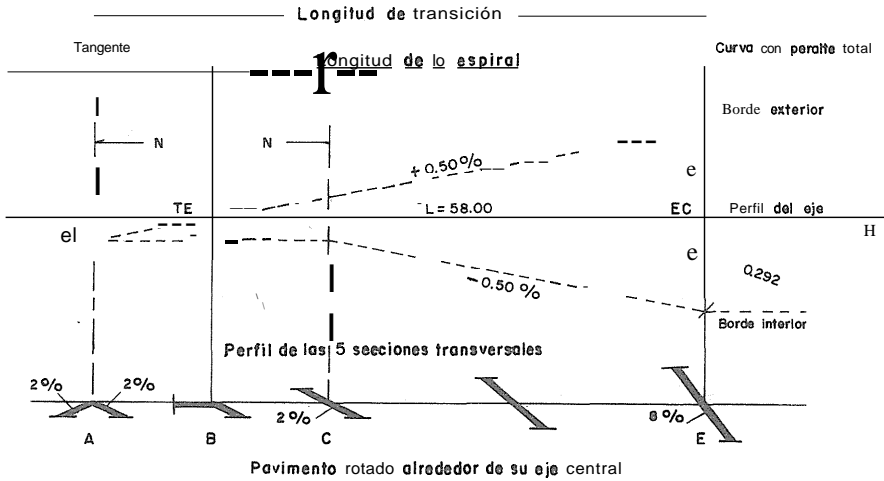
La figura 69 enseña una calzada o pavimento que rota alrededor de su eje, cuyo perfil longitudinal está representado por la recta MH, bien sea a nivel o en pendiente. La línea punteada superior representa el perfil del borde exterior del pavimento desde un punto anterior al TE, de cota inferior a la del eje ya que pertenece a la línea extrema del bombeo, hasta alcanzar el medio peralte hacia arriba de la curva circular en el EC. y la punteada inferior representa el perfil del borde interior del pavimento a partir de un punto de la línea extrema del bombeo, situado en frente y a nivel de aquel punto del borde opuesto que se consideró como inicial del trazo punteado superior, perfil que desciende gradualmente hasta cubrir el medio peralte restante de la curva circular en el EC.

La inclinación del perfil de los bordes del pavimento con relación al eje central debe ceñirse al porcentaje indicado para la respectiva velocidad de diseño, de conformidad con la tabla consignada en la página 162. Dados, pues, la velocidad y la rata de peralte de una curva circular puede obtenerse la correspondiente longitud de transición de la espiral, tal como aparece en el cuadro de longitudes de la página 163.

Una cualquiera de las longitudes consignadas en ese cuadro puede deducirse como ilustración. Sea, por ejemplo, la requerida para un pavimento de 7.30 m de ancho, es decir, de 3.65 m por carril, con 0.08 de rata de peralte en la curva circular y para una velocidad de diseño de 80 km/h.

El peralte o desnivel para uno y otro lado del eje y en sentido opuesto, vale:

$$3,65 \times 0,08 = 0,292 \text{ m}$$



- Figura 69 -

El porcentaje de inclinación relativa de los bordes del pavimento con respecto al eje central, para la velocidad dada, según la Tabla antes citada, es de 0,50%. Luego la longitud (L_e) de la espiral de transición, o sea de la espiral de entrada y de salida, se deduce del triángulo central de la figura 69:

$$0,292 = L_e \times 0,005 \quad \text{o} \quad L_e = 58,40 \approx 58 \text{ m}$$

La longitud N

Para pasar de una sección con bombeo en tangente a otra con peralte en curva es necesario comenzar a inclinar transversalmente la calzada en la tangente a partir de un punto anterior al TE de la curva espiralizada que se va a peraltar. Debe calcularse, en consecuencia, la longitud N (Fig. 69), denominada de aplanamiento, requerida para que la faja exterior del bombeo (la de la izquierda de la vía, dada la deflexión

derecha de la curva) pase de su posición inclinada en (A) a la horizontal en (E) del TE, que es la misma longitud que permite a dicha faja continuar su rotación alrededor del eje para adquirir en la posición (C) una inclinación igual a la del bombeo en la faja interior. Desde (C) la rotación es gradual de todo el ancho de la calzada hasta alcanzar la pendiente del peralte en (E).

Como la inclinación relativa del borde exterior del pavimento es uniforme antes y después del TE, de los dos triángulos semejantes opuestos por el vértice en la figura 69 resulta:

$$(e'/e) = (N/Le) \quad \text{de donde} \quad N = (e' Le)/e$$

e'	pendiente lateral del bombeo
e	rata del peralte en la curva circular
Le	= longitud de la espiral
N	= longitud para eliminación del bombeo exterior
$Le+N$	= longitud de transición

Con los datos del ejemplo numérico anterior y asumiendo un 2% para pendiente lateral del bombeo de la vía en tangente, se tiene como longitud N:

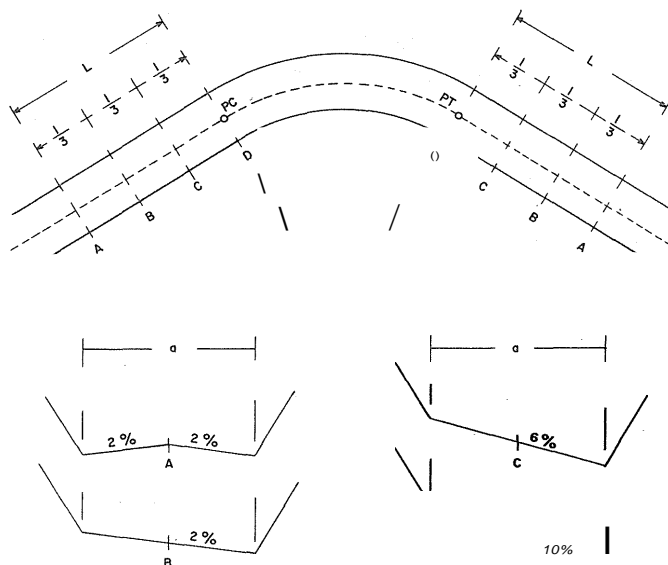
$$N = (0.02 \times 58.00) / 0.08 = 14.50 \text{ m}$$

Transición del peraltado sin espiral

Cuando se proyecta una carretera con curvas de transición la transición del peraltado se realiza conjuntamente con la de la curvatura. Pero si no se emplean tales curvas, la transición del peraltado se realiza en la tangente y en parte de la curva circular.

En cualquiera de los casos la longitud de esta transición debe ser la recomendada en el cuadro de la página 163, si bien en vías secundarias tal longitud suele escogerse empíricamente. Y cuando no se dispone de suficiente magnitud para las tangente entre curvas se toma 1/3 de la transición del peraltado dentro de la curva y el resto en la tangente, con la limitación de que el tercio sobre la curva no exceda a la tercera parte

de la longitud de ésta. Resulta, así, que la totalidad del peralte no se aplica desde el PC, observándose la doble impropiedad de peraltar un tramo en recta y de no peraltar suficientemente otro en curva.



- Figura 70 -

El procedimiento generalmente usado en nuestro medio es el de aplicar todo el peralte a las curvas desde el PC hasta el PT y efectuar la transición del peraltado en un sector de la tangente dividido en tres tramos, a lo largo de los cuales se realiza la inclinación gradual de la calzada.

La figura 70 enseña, en planta, los tramos aludidos y, en perfil, la sección trasversal en cada punto de división.

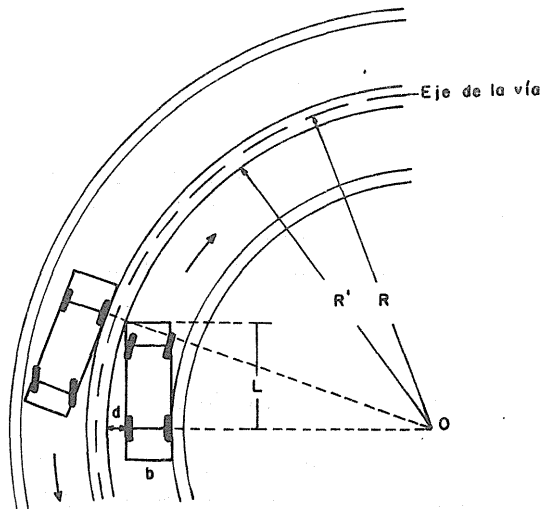
Si 2% es la pendiente del bombeo en la sección (A) y 10% el peralte de la curva en el PC y el PT o sección (D), en la sección (B) la inclinación uniforme de la calzada tendrá la del bombeo interior y en la sección (C) la inclinación tendrá una pendiente media entre (B) y (D) o sea

$$(0.10 + 0.02) / 2 = 0.06$$

Se dijo antes que en carreteras de segundo y tercer orden se asumen longitudes empíricas para la transición del peraltado, de ordinario subordinadas a la longitud disponible para tangentes entre curvas o entretangencias. La mínima longitud aconsejada para tales casos es la de $L_e = 30.00$ m, particularmente cuando el radio de curvatura determine tasas altas de peralte; pero cuando esta longitud no se alcanza, los tres tramos para la transición deben aplicarse en la distancia de que se disponga.

SOBREANCHO EN LAS CURVAS

Cuando un vehículo circula por una curva horizontal el espacio que ocupa a lo ancho del carril es mayor que el ocupado en la tangente, debido a que las ruedas traseras del vehículo siguen una trayectoria distinta de la de las ruedas delanteras y a que los conductores tienen, generalmente, dificultad de mantener sus vehículos en el eje del carril correspondiente. Debe tenerse en cuenta, además, la saliente de los vehículos sobre su eje delantero, la separación lateral entre ellos en calzadas de dos carriles y un factor de seguridad.



- Figura 71 -

A fin de facilitar la operación de los vehículos en las curvas, el ancho del carril debe aumentarse en éstas en una faja que se denomina sobreebancho, cuya dimensión trasversal pasa a determinarse.

En la figura 71 aparece la posición, en planta, de dos camiones o vehículos de gran tamaño entre los usuarios de la vía en proyecto para tomarlos como tipo de diseño, que se cruzan en una curva según la nomenclatura siguiente.

- L = distancia entre la línea delantera y el eje trasero del camión.
- R' = radio de la curva circular descrita por la esquina delantera exterior del camión.
- R = radio del eje de la curva de la vía
- d = diferencia radial entre las trayectorias de la esquina delantera exterior y de la cara exterior de la carrocería en la prolongación del eje trasero del vehículo.
- b = ancho de la carrocería del camión.

○

En el triángulo rectángulo de vértice \odot y cateto menor L se tiene como valor adicional al ancho del vehículo para determinar la anchura de la zona rodada o cubierta al recorrer la curva en cada carril:

$$d = R' - \sqrt{R'^2 - L^2}$$

Considerando los dos carriles de la vía; remplazando R' por R, cuya pequeña diferencia no afecta significativamente el cálculo, y adoptando un factor de seguridad recomendado al efecto por la AA8HTO, el sobreebancho total para la vía en curva está dado por la expresión:

$$S = 2d = 2(R - \sqrt{R^2 - L^2}) + \frac{0.1 V}{\sqrt{R}}$$

Esta es, prácticamente, la fórmula de Barnett, en la cual el valor L no es la distancia entre ejes del vehículo que en ella representa, sino la distancia entre la línea delantera de la carrocería y el eje trasero del vehículo, o sea que se ha tomado en cuenta la saliente frontal del

vehículo cuya magnitud computa la AASHTÜ en su propia fórmula para determinar el sobreancho. La literal V representa la velocidad de diseño en km/h.

Desde luego la determinación del sobreancho en las curvas debe hacerse con base en dos factores esenciales: el ancho del vehículo de diseño y el ancho de la calzada en tangente, los cuales regulan la separación lateral entre vehículos. Cuando éstos viajan en carriles unidireccionales, es decir, en igual sentido, aquella separación puede ser menor que cuando lo hacen en direcciones opuestas por razón de la dificultad de muchos conductores para apreciar los espacios de que puedan disponer al cruzarse en la vía, en la medida en que aumente su velocidad de marcha. Y esta dificultad es mayor en tránsito nocturno por la influencia de las luces encontradas.

Por eso la AASHTÜ recomienda distancias mínimas de separación lateral entre vehículos, según las dimensiones del carril y del vehículo tipo. Considera tres anchos de calzada y asume 2.44 m como ancho de un camión de diseño que denomina "SU". En la siguiente forma deduce la separación C para vía de dos carriles:

Calzada de	6.10 m	$C = 3.05 - 2.44 = 0.61$ m
	6.70	$C = 3.35 - 2.44 = 0.91$ m
	7.30	$C = 3.65 - 2.44 = 1.21$ m

Aconseja, sin embargo, como valores mínimos y suficientes para $C = 0.61, 0.76$ Y 0.91 m respectivamente.

El aludido vehículo "SU", recomendado como tipo de carreteras proyectadas para 60 km/h o más, tiene las características siguientes :

Distancia entre ejes	6.10 m
Saliente sobre el eje delantero	1.22
Saliente sobre el eje trasero	1.83
Ancho	2.44

En valores de .diseño para sobreancho tabulados por la AASHTÜ se considera innecesario.efectuarlo en calzadas de 7.30 m de ancho, así como también en las de 6.70 m para curvas de 120 m de radio o más.

Dos son los anchos adoptados en Colombia para carreteras de la red nacional, según su categoría de servicio: 6.00 y 7.30 m. Y como vehículo de diseño puede tomarse un bus de dimensiones medias entre las máquinas de gran tamaño que sirven al tráfico general del país. Por ejemplo, un bus "Mercury-600" para 34 pasajeros de estas características:

Distancia entre ejes	5.60 m
Saliente sobre el eje delantero	0.90
Saliente sobre el eje trasero	2.70
Ancho	2.40

Asumiendo 2.40 m como ancho de diseño en nuestro medio y 0.60 m como distancia mínima de separación lateral entre vehículos para ancho de calzada de 6.00 m, se obtienen para sobreecho los valores tabulados en el cuadro siguiente, con base en la fórmula deducida en este estudio. Se consideran allí sucesivas velocidades de diseño y los radios mínimos correspondientes y se toma $L = 6.50$ m, distancia del eje trasero a la línea frontal, de acuerdo con las dimensiones del bus escogido como tipo.

SOBREECHO EN LAS CURVAS PARA $L=6.50$ MTS.

Velocidad de diseño km/h.	Radio mínimo mts	$2(R - \sqrt{R^2 - L^2}) + \frac{0.1V}{\sqrt{R}}$	Anchos en tangente		
			6.00	6.70	7.30
40	50.00	$0.86 + 0.57 \approx$	1.40	0.85	0.40
50	80.00	$0.52 + 0.56 \approx$	1.05	0.50	0.05
60	120.00	$0.36 + 0.55 \approx$	0.90	0.35	
70	180.00	$0.24 + 0.52 \approx$	0.75	0.20	
80	250.00	$0.18 + 0.50 \approx$	0.65	0.10	
100	450.00	$0.10 + 0.47 \approx$	0.55		
120	750.00	$0.06 + 0.44 =$	0.50		

Los sobreechos correspondientes a la columna de calzada de 6.00 m en tangente se calcularon aproximando por defecto a 0.05 m y 0.10 m y los indicados en cada una de las dos últimas columnas se determinaron con el siguiente criterio:

Para calzada de 6.70 m la AA8HTü recomienda 0.76 m como distancia mínima de separación lateral entre vehículos y 0.61 m para calzada de 6.00 m. La diferencia de 0.15 m se sustrae de 0.70 m en que excede la anchura de la primera calzada a la de la segunda, y el resultado de 0.55 m, que es constante, se resta de cada uno de los sobreeanchos calculados para la calzada de 6.00 m, obteniéndose los correspondientes a la de 6.70 m.

Para calzada de 7.30 m se recomienda igualmente una separación lateral mínima de 0.91 m entre vehículos, o sea una diferencia de 0.15 m sobre la recomendada para calzada de 6.70 m, diferencia que se deduce de 0.60 m en que excede una a otra de las calzadas. Este resultado de 0.45 m, constante también, se resta de cada uno de los sobreeanchos determinados para la calzada de 6.70 m, obteniéndose los correspondientes a la de 7.30 m; que prácticamente no existen, pues un sobreeancho menor de 0.50 m no se toma en cuenta en la construcción de una carretera de características afines con la de este ancho de pavimento en tangente.

Análogamente se concluye que tampoco requiere sobreeancho un pavimento de 6.70 m en recta cuando en las curvas el radio excede de 120 m.

Como se advierte en el cuadro de sobreeanchos, la magnitud de éstos aumenta en la medida en que disminuyen el ancho de calzada en tangente y el radio en las curvas para dimensiones invariables del bus o camión de diseño. En tales condiciones los automóviles y demás vehículos livianos, de dimensiones menores, circularán con amplio margen de seguridad sobre calzadas proyectadas para tráfico pesado.

Para carreteras de 3 carriles (2 en una dirección y 1 en contrario) se aplica en cada curva el sobreeancho correspondiente a dos carriles multiplicado por 1.5, y para carreteras de 4 carriles -no separadas- se aplica dicho sobreeancho multiplicado por 2. Para efecto de marcar las líneas divisorias de los carriles sobre el pavimento en las curvas, el ancho total de la calzada se divide en 2, 3 y 4 partes iguales según que la vía sea doble, triple o cuádruple.

Transición del sobreeancho

A fin de disponer un alineamiento continuo en los bordes de la calzada, el sobreeancho debe realizarse generalmente a la entrada y a la

salida de las curvas que lo requieran. Para determinar la manera de efectuar la transición del sobreebancho entre el alineamiento recto y la curva deben considerarse dos casos: que haya espiral de transición y que no la haya.

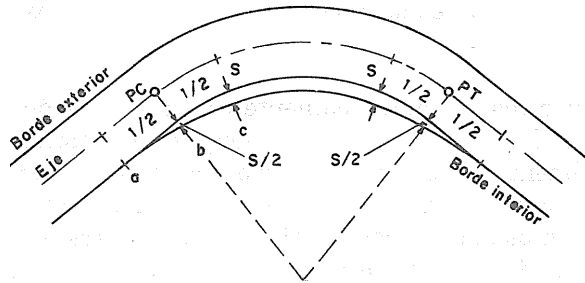
En el primer caso, simultáneamente con la transición del peraltado debe ejecutarse la del sobreebancho a lo largo de la espiral, y puede éste ubicarse totalmente en el lado interior de la curva o distribuirse de por mitad a uno y otro de sus lados. Si se ubica hacia el interior, que es el sistema más empleado, el borde del ensanche se traza fácilmente por medio de ordenadas radiales a partir del eje de la vía; estas ordenadas varían directamente con la longitud del arco de espiral central desde el TE o el ET. Así, si el sobreebancho en el EC o el CE es s , el del punto medio de la espiral es $s/2$; el borde interior es, pues, una espiral modificada.

Puede realizarse también la transición del sobreebancho en una longitud menor que la de la espiral, siempre que no se afecte la buena presentación del borde de la calzada.

En el caso de curvas sin espiral el sobreebancho se aplica siempre en el lado interno de la calzada y se efectúa usualmente en la misma longitud en que se realice la transición del peraltado. Desde el punto de vista de la presentación o apariencia, el borde de la calzada en la transición del sobreebancho debe ser una curva continua y suave, de longitud suficiente para que el ensanche de la calzada pueda ser utilizado totalmente.

Para realizar la transición del sobreebancho en los alineamientos no espiralizados se emplean varios sistemas, entre los cuales se mencionan dos:

1. La totalidad del sobreebancho se aplica en el PC y en el PT y la transición se efectúa en forma rectilínea en el tramo de tangente de que se disponga, en uno y otro extremo de la curva, tal como se indicó para efectuar la transición del peraltado en la página 179.
2. De la longitud (l) que se determine para la transición, la mitad se emplaza en la tangente y la otra mitad en la curva.



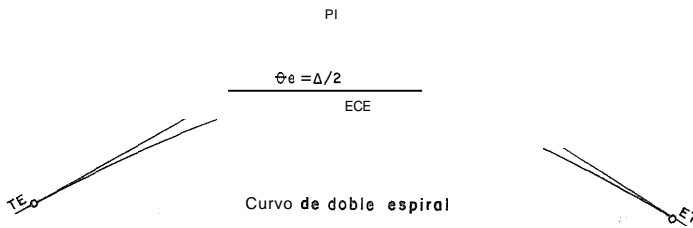
- Figura 72 -

Es decir, tanto el PC como el PT quedan en el punto medio de esa longitud (Fig. 72) Y allí se aplica la mitad del sobreebanco ($s/2$); el sobreebanco total se aplica en el punto (c). En esta forma, la línea del borde interior (abc) del sobreebanco se aproxima a una espiral trazada con ordenadas sobre el eje de la vía, a lo largo de la longitud (l) de la transición. Esta longitud puede variar de 10 a 30 m según el valor del sobreebanco y la longitud disponible en las entretangencias.

Otras curvas de transición

Además de la curva circular con espirales, como alineamiento de transición, se emplea la curva de doble espiral, esto es, sin arco circular intermedio (Fig 73), la cual es de transición en toda su longitud. Una curva de este tipo requiere peralte variable a lo largo de cada una de sus dos ramas y sólo tendrá el peralte máximo en su vértice o punto medio ECE, en donde los perfiles de los bordes exterior e interior de la calzada presentarían ángulos hacia arriba y hacia abajo, en su orden, con la incomodidad consiguiente para el vehículo en marcha;

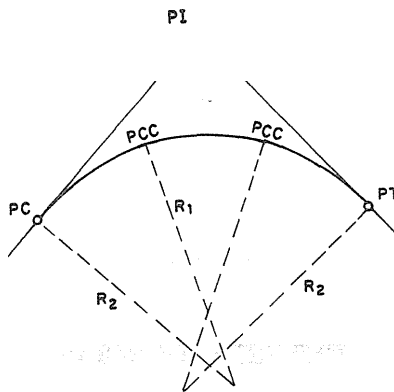
Para evitar esta irregularidad debe hacerse constante el peralte en un tramo prudencial de la zona media de la curva, en donde el empalme de las espirales puede asimilarse a un arco circular. Como peralte constante puede adoptarse uno cercanamente inferior al máximo y como longitud del tramo en donde se aplique: $l = V^3/3$ m, siendo V la velocidad de diseño en km/h.



- Figura 73 -

Se utilizan también como curvas de transición las compuestas por una sucesión de arcos circulares que posean el mismo sentido de curvatura y exista entre sus radios una determinada relación. El tipo más usual de utilización es el de la curva de tres centros (Fig 74), simétrica, en que la relación entre radios sea la siguiente:

$$R_1 / R_2 \cong 1/1.5$$



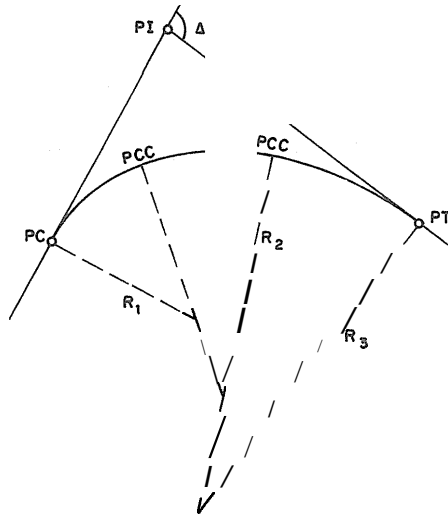
- Figura 74 -

Puede aceptarse la relación 1/2 en vías urbanas en que la velocidad de operación es moderada y se hace así menos sensible la transición de los peraltes.

Curvas compuestas de más de dos radios diferentes pueden usarse como alineamiento de transición (Fig. 75), siempre que entre los radios de los arcos circulares sucesivos se cumplan, dos a dos, las relaciones indicadas:

$$R_1 / R_2 \geq 1/1.5 \quad R_2 / R_3 \geq 1/1.5$$

La limitación en esta relación permite que la transición del peralté de una a otra de las ramas de la curva se ajuste a las normas previstas.



- Figura 75 -

ENTRETANGENCIAS

Entretangencia o longitud de tangente entre curvas es la distancia entre el **PT** de una curva horizontal y el **PC** de la siguiente. Esta longitud varía según se aplique a curvas del mismo sentido o de sentido contrario.

La entretangencia mínima entre dos curvas del mismo sentido debe ser igual a la suma de las transiciones de los peraltes correspondientes a cada curva, aumentada en una longitud con bombeo normal, o sea en

tangente, de acuerdo con la velocidad de diseño, a fin de proporcionar una operación cómoda y segura de los vehículos. Cuando no se alcance a obtener este mínimo se procurará diseñar una sola curva circular y, en caso de no ser esto posible, se utilizarán curvas circulares compuestas.

La entretangencia mínima deseable entre dos curvas de sentido contrario debe ser igual a la suma de las transiciones de los peraltes correspondientes a cada curva. Cuando no se logren estas distancias mínimas, dichas transiciones se adentrarán en un tercio de su longitud en la curva respectiva, esto es, que en el PT de la una y en el PC de la otra se aplicará el 60 o el 70% del peralte que les corresponda, en forma de obtener por lo menos una sección horizontal en la tangente.

La razón para que la entretangencia en curvas del mismo sentido requiera mayor que la recomendada en curvas de sentido contrario es de orden psicológico, pues investigaciones hechas revelan que todo conductor que pasa una curva de carretera espera la siguiente de sentido contrario, con la necesidad consecuencial de disponer de un mayor tiempo para percibir y reaccionar cuando la curva inmediata es del mismo sentido.

La generalidad de los tratadistas sobre carreteras se abstiene de considerar el problema de la entretangencia y las pocas recomendaciones conocidas al respecto se indican en cifras correlativas bastante disímiles. Así, el Ministerio de Obras Públicas de Colombia aconseja las longitudes consignadas en el cuadro siguiente, calculadas en función de la velocidad de diseño y con el criterio de adoptar el recorrido de los vehículos en 5 segundos como longitud de tangente entre curvas de sentido contrario y en 15 segundos entre curvas del mismo sentido. Se fija allí un mínimo de 90 m como entretangencia en curvas contrarias para velocidades de 40 y 50 km/h., a fin de asegurar la longitud necesaria para la transición de los peraltes opuestos.

ENTRETANGENCIAS EN MT. SEGUN VELOCIDADES DE DISEÑO

Velocidad en Kmlhora	40	50	60	70	80	100	120
Curvas distinto sentido	90	90	90	100	120	140	170
Curvas mismo sentido	180	210	270	300	360	420	500

Por su parte, la Cía Mexicana de Consultores de Ingeniería, S.A. (Comec), contratada por el Fondo Nacional de Caminos Vecinales de Colombia para reorganizar sus dependencias y señalar normas de diseño para sus obras, recomienda las entretangencias que aparecen en el cuadro siguiente, determinadas con el fin de garantizar las longitudes suficientes para la transición de los peraltes según el sentido de las curvas y de adoptar un margen de seguridad para las tangentes entre curvas del mismo sentido. Se especifican allí las velocidades de diseño para cada tipo de camino.

ENTRETANGENCIAS EN MT. SEGUN EL TIPO DE CAMINO

Tipo de camino	Velocidad de diseño Km/h.	Curvas sentido contrario	Curvas mismo sentido
Especial	80	85	150
Primer orden	60	55	90
	40	50	80
	30	45	70
Segundo orden	40	30	60
	30	25	50
	25	20	40

Puesto que la mayor longitud de entretangencias es factor preponderante en el aumento de movimiento de tierras al proyectar una vía en terrenos montañosos o escarpados, el alto valor de las cifras recomendadas al efecto por el Ministerio de Obras Públicas es un índice significativo sobre el particular. De ahí que, con un criterio de economía en los volúmenes de material por mover, en carreteras diferentes a las de primer orden el diseñador recurre siempre a las entretangencias mínimas, apenas las indispensables para realizar la transición del peraltado por los procedimientos antes mencionados.

LA8BERMAS

Las bermas son las fajas laterales contiguas a la calzada y comprendidas entre sus orillas y los hOlubros. Tienen como fines principales los siguientes:

1. Dar seguridad al usuario de la vía al proporcionar un ancho adicional a la zona de rodamiento por el cual puede transitar, en caso obligado, con todo o parte del vehículo.
2. Proteger la calzada contra la humedad y posibles erosiones.
3. Servir de estacionamiento temporal para los vehículos cuando sufran daños o deban suspender la marcha por cualquier otra causa, a fin de evitar que sean un obstáculo en el tránsito normal de la vía.
4. Mejorar la visibilidad de los tramos curvos con talud de corte hacia el interior, al alejar el talud de la calzada.
5. Facilitar al usuario el recorrido, pues al distanciar la calzada de todo obstáculo lateral puede aumentar aquél la velocidad de viaje.
6. Dar una mejor apariencia general a la carretera.
7. Cooperar en los trabajos de conservación de la vía, al proporcionar espacio tanto para estacionar vehículos con este fin como para depositar transitoriamente los materiales necesarios.

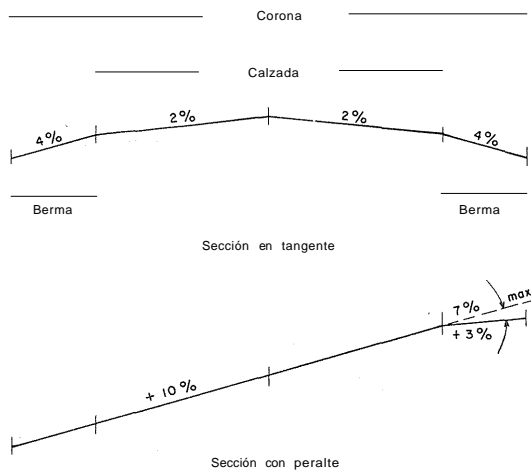
La pendiente transversal de las bermas, en tangente, debe ser mayor que la del bombeo en la calzada para conseguir un buen escurrimiento lateral de las aguas. Así, con un 2% en el bombeo debe aplicarse un 4% a las bermas.

En curva, la rata de peralte en la calzada debe conservar una relación determinada con la inclinación normal de las bermas. En Colombia, el Ministerio de Obras Públicas recomienda al respecto:

- a) Hacia el interior de la curva, la inclinación de la berma se hará igual a la de la calzada cuando la de ésta sea mayor que la de aquélla.
- b) Hacia el exterior de la curva, la diferencia algebraica entre una y otra de tales pendientes no debe exceder del 7% para evitar incomodidad o peligro al vehículo que traspase el borde de la calzada.

La figura 76 enseña una sección transversal en tangente y otra en curva. Allí se indican las pendientes por emplear para el bombeo en el

primer caso y para el peralte en el segundo. El límite máximo de 7% en este último caso quiere decir que cuando el peralte sea de 3% la inclinación de la berma puede conservarse en 4%; pero en la medida en que el peralte aumente, la berma debe reducir su pendiente a fin de que la suma de las tasas no exceda de 7%. Cuando el peralte llegue a 7% la berma no puede ser horizontal para efectos del desagüe y debe adoptar una pendiente siquiera de 1%, del mismo sentido de la del peralte y conservar este sentido para mayores tasas del peralte. Por ejemplo: para peralte de 10%, la inclinación de la berma, hacia arriba, será de 3% a fin de ceñirse a la estipulación indicada.



- Figura 76 -

El ancho de las bermas depende del tráfico a que debe servir la vía, de la velocidad de diseño y del ancho de calzada. El Ministerio de Obras Públicas recomienda los anchos indicados en el cuadro siguiente:

Para tráfico promedio diario futuro mayor de 5000 vehículos se recomienda diseñar la vía de cuatro carriles, o sea de dos calzadas con separadores.

ANCHO MÍNIMO DE LAS BERMAS EN METROS

Tráfico promedio diario (Veh/día)	Ancho de calzada	Velocidad de diseño Km/h.			
		40	50	60	70
Menos de 250	6.00	0.50	1.00	1.00	1.50
250 a 500		1.00	1.00	1.00	1.50
		Velocidad de diseño Km/h.			
		40	60	80	100
500 a 1.000	7.00	1.00	1.00	1.50	2.00
1.000 a 2.000		1.50	1.50	2.00	2.50
		Velocidad de diseño Km/h.			
		60-80	80-100	100-120	
2.000 a 5.000	7.00	2.50	2.50	3.00	

Tabla de Hickerson

Para carreteras de primer orden, en nuestro medio, se considera suficiente un límite máximo de 60° para los valores de θ_e en la determinación de la longitud de la espiral en los cálculos habituales. Por eso se reproducen en las dos páginas siguientes las dos primeras correspondientes a las funciones de la Espiral Unidad de Longitud de 1 m, que contiene la Tabla 15 del libro "Levantamientos y Trazados de Caminos", de Thomas F. Hickerson.

Tabla de Hickerson. Funciones de la Espiral Unidad de Longitud = 1 m.

8e	x	y	k	p	T.L.	T.C.	C.L.
0°00'	1,000000	0,000000	0,500000	0,000000	0,666667	0,333333	1,000000
Diff.1'	0,000001	0,000097	0,000000	0,000024	0,000000	0,000000	0,000000
1°00'	0,999969	0,005818	0,499995	0,001454	0,666677	0,333343	0,999986
Diff.1'	0,000002	0,000097	0,000000	0,000024	0,000001	0,000001	0,000001
2°00'	0,999878	0,011634	0,499980	0,002909	0,666709	0,333372	0,999946
Diff.1'	0,000003	0,000097	0,000000	0,000024	0,000001	0,000001	0,000001
3°00'	0,999726	0,017450	0,499954	0,004363	0,666762	0,333420	0,999878
Diff.1'	0,000004	0,000097	0,000001	0,000024	0,000001	0,000001	0,000002
4°00'	0,999513	0,023263	9,419919	0,005817	0,666837	0,333488	0,000783
Diff.1'	0,000005	0,000097	0,000001	0,000024	0,000001	0,000001	0,000002
5°00'	0,999239	0,029073	0,499873	0,007270	0,666933	0,333575	0,999662
Diff.1'	0,000006	0,000097	0,000001	0,000024	0,000002	0,000002	0,000002
6°00'	0,998904	0,034879	0,499817	0,008723	0,667050	0,333682	0,999513
Diff.1'	0,000007	0,000097	0,000001	0,000024	0,000002	0,000002	0,000003
7°00'	0,998508	0,040681	9,499751	0,010176	0,667189	0,333809	0,999337
Diff.1'	0,000008	0,000097	0,000001	0,000024	0,000003	0,000002	0,000003
8°00'	0,998052	0,046477	0,499675	0,011627	0,667349	0,333953	0,999134
Diff.1'	0,000009	0,000096	0,000001	0,000024	0,000003	0,000003	0,000004
9°00'	0,997535	0,052268	0,499589	0,013078	0,667530	0,334119	0,998904
Diff.1'	0,000010	0,000096	0,000002	0,000024	0,000003	0,000003	0,000004
10°00'	0,996958	0,058051	0,499493	0,014529	0,667733	0,334303	0,998647
Diff.1'	0,000011	0,000096	0,000002	0,000024	0,000004	0,000003	0,000005
11°00'	0,996320	0,063827	0,499386	0,015978	0,667958	0,334508	0,998363
Diff.1'	0,000012	0,000096	0,000002	0,000024	0,000004	0,000004	0,000005
12°00'	0,995622	0,069595	0,499270	0,017426	0,668205	0,334732	0,998052
Diff.1'	0,000013	0,000096	0,000002	0,000024	0,000004	0,000004	0,000006
13°00'	0,994864	0,075353	0,499143	0,018873	0,668473	0,334976	0,997714
Diff.1'	0,000014	0,000096	0,000002	0,000024	0,000005	0,000004	0,000006
14°00'	0,994046	0,081102	0,499007	0,020319	0,668764	0,335240	0,997349
Diff.1'	0,000015	0,000096	0,000002	0,000024	0,000005	0,000005	0,000006
15°00'	0,993168	0,086840	0,498860	0,021763	0,669076	0,335525	0,006957
Diff.1'	0,000016	0,000095	0,000003	0,000024	0,000006	0,000005	0,000007
16°00'	0,992230	0,092567	0,498703	0,023206	0,669410	0,335829	0,996538
Diff.1'	0,000017	0,000095	0,000003	0,000024	0,000006	0,000005	0,000007
17°00'	0,991232	0,098282	0,498536	0,024648	0,669767	0,336154	0,996093
Diff.1'	0,000018	0,000095	0,000003	0,000024	0,000006	0,000006	0,000008
18°00'	0,990175	0,103984	0,498360	0,026088	0,670146	0,336499	0,995620
Diff.1'	0,000019	0,000095	0,000003	0,000024	0,000007	0,000006	0,000008
19°00'	0,989059	0,109672	0,498173	0,027526	0,670548	0,336864	0,995121
Diff.1'	0,000020	0,000095	0,000003	0,000024	0,000007	0,000006	0,000009
20°00'	0,987884	0,115346	0,497976	0,028963	0,670972	0,337251	0,994595
Diff.1'	0,000021	0,000094	0,000003	0,000024	0,000007	0,000007	0,000009
21°00'	0,986650	0,121006	0,498869	0,030397	0,671419	0,337658	0,994042
Diff.1'	0,000022	0,000094	0,000004	0,000024	0,000008	0,000007	0,000010
22°00'	0,985357	0,126649	0,497553	0,031830	0,671889	0,338086	0,993463
Diff.1'	0,000022	0,000094	0,000004	0,000024	0,000008	0,000007	0,000010
23°00'	0,984005	0,132276	0,497326	0,033261	0,672382	0,338535	0,992856
Diff.1'	0,000023	0,000093	0,000004	0,000024	0,000009	0,000008	0,000010
24°00'	0,982596	0,137886	0,497090	0,034689	0,672899	0,339006	0,992223
Diff.1'	0,000024	0,000093	0,000004	0,000024	0,000009	0,000008	0,000011
25°00'	0,981128	0,143478	0,496844	0,036115	0,673439	0,339498	0,991564
Diff.1'	0,000025	0,000093	0,000004	0,000024	0,000009	0,000009	0,000011
26°00'	0,979603	0,149051	0,496587	0,037539	0,674002	0,340012	0,990878
Diff.1'	0,000026	0,000093	0,000004	0,000024	0,111110	0,000009	0,000012
27°00'	0,978020	0,154606	0,496332	0,038960	0,674590	0,340548	0,990165
Diff.1'	0,000027	0,000092	0,000005	0,000024	0,000010	0,000009	0,000012
28°00'	0,976381	0,160140	0,496046	0,040379	0,675202	0,341106	0,989426
Diff.1'	0,000028	0,000092	0,000005	0,000024	0,000010	0,000010	0,000012
29°00'	0,974684	0,165653	0,495760	0,041795	0,675838	0,341687	0,988660
Diff.1'	0,000029	0,000091	0,000005	0,000024	0,000011	0,000010	0,000013

Tabla de Hickerson. Funciones de la Espiral Unidad de Longitud = 1 m.

Be	x	y	k	p	T.L.	T.C.	C.L.
30°00'	.972930	.171145	.495465	.043208	.676499	.342290	.987868
Diff.1'	.000030	.000091	.000005	.000023	.000011	.000010	.000014
31°00'	.971120	.176614	.495160	.044619	.677184	.342915	.987050
Diff.1'	.000031	.000091	.000005	.000023	.000012	.000011	.000014
32°00'	.969254	.182061	.494846	.046027	.677895	.343564	.986205
Diff.1'	.000032	.000090	.000005	.000023	.000012	.000011	.000014
33°00'	.967333	.187485	.494522	.047432	.678631	.344247	.985334
Diff.1'	.000033	.000090	.000006	.000023	.000013	.000012	.000015
34°00'	.965356	.192884	.494188	.048834	.679393	.344933	.984437
Diff.1'	.000034	.000090	.000006	.000023	.000013	.000012	.000015
35°00'	.963323	.198258	.493845	.050232	.680181	.345653	.983513
Diff.1'	.000035	.000089	.000006	.000023	.000014	.000012	.000016
36°00'	.961237	.203607	.493492	.051628	.680995	.346397	.982564
Diff.1'	.000036	.000089	.000006	.000023	.000014	.000013	.000016
37°00'	.959095	.208930	.493130	.053020	.681836	.347166	.981588
Diff.1'	.000037	.000088	.000006	.000023	.000014	.000013	.000017
38°00'	.956900	.214225	.492758	.054409	.682704	.347960	.980587
Diff.1'	.000037	.000088	.000006	.000023	.000015	.000014	.000017
39°00'	.954651	.219494	.492377	.055794	.683599	.348779	.979559
Diff.1'	.000038	.000087	.000006	.000023	.000015	.000014	.000017
40°00'	.952349	.224734	.491986	.057175	.684521	.349623	.978506
Diff.1'	.000039	.000087	.000007	.000023	.000016	.000014	.000018
41°00'	.949993	.229945	.491586	.058553	.685472	.350494	.977426
Diff.1'	.000040	.000086	.000007	.000023	.000016	.000015	.000018
42°00'	.947586	.235126	.491177	.059927	.686451	.351391	.976321
Diff.1'	.000041	.000086	.000007	.000023	.000017	.000015	.000019
43°00'	.945126	.240278	.490758	.061298	.687459	.352315	.975191
Diff.1'	.000042	.000085	.000007	.000023	.000017	.000016	.000019
44°00'	.942614	.245399	.490330	.062664	.688496	.353265	.974034
Diff.1'	.000043	.000085	.000007	.000023	.000018	.000016	.000020
45°00'	.940052	.250488	.489893	.064028	.689563	.354244	.972852
Diff.1'	.000044	.000084	.000007	.000023	.000018	.000017	.000020
46°00'	.937438	.255546	.489447	.065385	.690660	.355250	.971645
Diff.1'	.000044	.000084	.000008	.000023	.000019	.000017	.000020
47°00'	.934774	.260571	.488992	.066739	.691781	.356285	.970412
Diff.1'	.000045	.000083	.000008	.000022	.000019	.000018	.000021
48°00'	.932060	.264562	.488528	.068089	.692947	.357349	.969154
Diff.1'	.000046	.000083	.000008	.000022	.000020	.000018	.000021
49°00'	.929296	.270520	.488055	.069435	.694137	.358442	.967870
Diff.1'	.000047	.000082	.000008	.000022	.000020	.000019	.000022
50°00'	.926484	.275443	.487573	.070776	.695359	.359566	.966562
Diff.1'	.000048	.000081	.000008	.000022	.000021	.000019	.000022
51°00'	.923623	.280332	.487082	.072112	.696614	.360720	.965228
Diff.1'	.000048	.000081	.000008	.000022	.000021	.000020	.000023
52°00'	.920713	.285185	.486582	.073444	.697903	.361905	.963869
Diff.1'	.000049	.000080	.000008	.000022	.000022	.000020	.000023
53°00'	.917756	.290001	.486073	.074772	.699225	.363121	.962485
Diff.1'	.000050	.000080	.000009	.000022	.000023	.000021	.000023
54°00'	.914752	.294781	.485556	.076095	.700581	.364370	.961076
Diff.1'	.000051	.000079	.000009	.000022	.000023	.000021	.000024
55°00'	.911702	.299524	.485029	.077412	.701973	.365651	.959643
Diff.1'	.000052	.000078	.000009	.000022	.000024	.000022	.000024
56°00'	.908605	.304229	.484495	.078725	.703400	.366966	.958185
Diff.1'	.000052	.000078	.000009	.000022	.000024	.000022	.000025
57°00'	.905462	.308895	.483951	.080033	.704863	.368316	.956702
Diff.1'	.000053	.000077	.000009	.000022	.000025	.000023	.000025
58°00'	.902275	.313523	.483399	.081336	.706364	.369700	.955194
Diff.1'	.000054	.000076	.000009	.000022	.000026	.000024	.000025
59°00'	.899043	.318111	.482839	.082634	.707902	.371119	.953663
Diff.1'	.000055	.000076	.000009	.000021	.000026	.000024	.000026

CAPITULO

DISTANCIAS DE VISIBILIDAD

Por distancia de visibilidad se entiende el tramo de máxima longitud de carretera perceptible hacia adelante por el conductor que transita por ella. Para que la marcha sea segura es preciso que, en ningún caso, esta distancia sea menor de la requerida para efectuar las maniobras necesarias a la circulación del vehículo sin peligro.

La seguridad para el tránsito debe prever todo riesgo de choque contra un obstáculo fijo o contra otro móvil que avance en sentido contrario, tanto en el diseño en planta como en el diseño en perfil de la Vía.

Al efecto deben considerarse dos tipos de distancias de visibilidad: de frenado y de paso.

Distancia de **visibilidad** de frenado

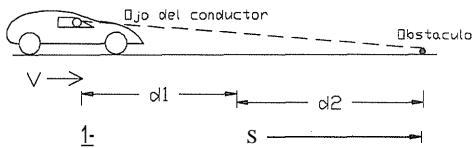
Esta distancia, denominada también de parada, es la mínima para que el conductor regular de un vehículo, marchando a la velocidad de operación, pueda detenerse antes de llegar a un objeto fijo que aparece de improviso en su línea de circulación. En ningún punto de la carretera la distancia de visibilidad debe ser menor que la distancia de frenado. Esto ocurre en distancias horizontales y verticales.

La longitud requerida para detener un vehículo en estas condiciones es la suma de las dos distancias: a) La requerida por el vehículo desde que se hace visible el obstáculo hasta el instante en que se aplican los frenos. b) La recorrida por el vehículo, luego de aplicados los frenos, hasta el momento en que se detiene totalmente.

El tiempo requerido para cubrir la primera de esas distancias puede descomponerse en dos lapsos: el de percepción, que transcurre desde el momento en que el conductor ve el obstáculo hasta el momento en que toma una decisión sobre lo que debe hacer, y el de reacción que es el requerido por el conductor para accionar los frenos del vehículo una vez que decide hacerlo. Experimentalmente se ha establecido que, bajo

condiciones medias, el lapso de percepción puede señalarse en 1.5 segundos y el de reacción en un segundo. Para los cálculos, el período conjunto de percepción - reacción se computa en 2.5 segundos como valor de aplicación práctica y depende primordialmente de la velocidad de marcha y de las condiciones físicas del conductor. En altas velocidades este tiempo es menor porque los motoristas viajan más alertas.

El lapso de percepción - reacción lo denominan otros autores con la sigla o abreviatura PIEV, unión de iniciales de los nombres de actos o sensaciones del conductor antes de tomar la decisión de obrar: Percepción, Intelección (acción de entender), Emoción y Volición (acto de voluntad). Anotan ellos, con base en investigaciones, que el tiempo de ese proceso varía entre 1/2 segundo y 4 segundos y adoptan un promedio de 2.5 segundos para el PIEV, también como período de aplicación práctica.



. Figura 77 -

En la figura 77 (dI) representa el recorrido del vehículo en el período percepción reacción; (d₂) el recorrido durante la aplicación de los frenos, y (v) la velocidad en metros por segundo que impulsa al vehículo antes de ser sometido al frenado. Se tiene, pues,

$$dI = 2,5v = 2,5 \cdot \frac{V}{3,6} = 0,695 V$$

En donde V es la velocidad de diseño en Km/h.

Para determinar la longitud del frenado (d₂), se consideran dos casos: que el tramo de vía esté anivelado en pendiente.

En el primer caso el esfuerzo está representado por

$$E = Pf$$

E = esfuerzo tractor

P = peso adherente del vehículo, que gravita sobre las ruedas motrices.

f = coeficiente de fricción longitudinal.

Como el esfuerzo de frenado (E_f) es una reacción de valor igual al de tracción, puede expresarse: $E_f = Pf$.

El esfuerzo de frenado por la longitud de frenado (d_2) es el trabajo de frenado (T_f) que, por un principio de mecánica, es igual a la variación de la energía cinética del vehículo desde el momento en que se aplican los frenos, cuando marcha a la velocidad de diseño (v), hasta su estacionamiento. Es decir:

$$T_f = E_f d_2 = P f d_2 = \frac{mv^2}{2} = \frac{Pv^2}{2g}$$

$$\text{De donde la longitud de frenado } d_2 = \frac{v^2}{2fg}$$

Para velocidad de diseño V en Km/h y reemplazando el valor $g = 9.81$, dicha longitud, en metros, se exprese:

$$3,6^2 \times 9,81 \times 2f = \frac{V^2}{254f}$$

La distancia mínima de visibilidad de frenado, incluyendo el recorrido del vehículo durante el período de percepción - reacción con la velocidad de diseño será, calculada en metros:

$$S = d_1 + d_2 = 0,695 V + \frac{V^2}{254f} \quad (1)$$

El coeficiente de fricción (f) varía principalmente con la velocidad del vehículo, de manera inversamente proporcional, y con el estado de humedad del pavimento en forma que, cuando éste está mojado, se reduce a poco más de la mitad. por eso la AASHTÜ recomienda, con criterio de seguridad, usar estos valores mínimos para calcular la distancia de frenado, y no asumir en pavimento húmedo la velocidad de diseño sino la velocidad de operación, que estima entre el 85% y 95% de aquella y que es la considerada para el cálculo.

El cuadro siguiente contiene los procesos de cálculo para diferentes velocidades e indica las distancias mínimas de visibilidad para frenado, tanto en pavimentos húmedos como en secos. Se toman allí como coeficientes de fricción longitudinal, para pavimentos húmedos, los recomendados por el Ministerio de Obras Públicas de Colombia, que difieren escasamente de los indicados al respecto por la AASHTO, y para pavimentos secos los que ésta asume en sus tablas correspondientes.

Para el cálculo de las distancias de frenado en pavimento seco se considera la velocidad de diseño. Pero, como ya se dijo, las recomendaciones en la práctica son las deducidas para pavimento húmedo. Aquéllas se consignan en el cuadro a título comparativo.

DISTANCIAS DE FRENADO EN TRAMOS A NIVEL, EN MT.

Velocidad k/h		Percep-reacción		Coeficiente de fricción	Longitud de frenado	Dist. Visibilidad en mt.	
De Diseño	De Operación	Tiempo seg	Distancia mt.			Cálculo	Redond.
Criterio de diseño: Pavimentos húmedos							
40	38	2.5	26.39	0.40	14.21	40.60	40
50							60
60							75
70	63	2.5	43.75	0.33	47.35	91.10	90
80	72	2.5	50.00	0.32	63.78	113.78	100
100	88	2.5	61.00	0.31	98.35	159.46	160
120	105	2.5	72.91	0.30	144.69	217.60	220
Valores comparativos: Pavimentos secos							
40	40	2.5	27.80	0.64	9.84	37.64	40
	50	2.5	34.75	0.62	15.87	50.62	50
50	60	2.5	41.70	0.60	23.62	65.32	65
70	70	2.5	48.65	0.59	32.70	81.35	80
80	80	2.5	55.60	0.58	43.44	99.04	100
100	100	2.5	69.50	0.56	70.30	139.80	140
120	120	2.5	83.33	0.54	104.99	188.32	190

Efecto de la pendiente en el frenado

Para la determinación de longitud de frenado, cuando influye la pendiente, se procede en forma análoga al caso anterior pero con base en la siguiente expresión del esfuerzo tractor:

$$E = Pf \pm Pi = P (f \pm i)$$

i : Pendiente longitudinal de la vía, en subida (+) y en bajada (-), expresada en tanto por uno.

El trabajo de frenado en este caso, se expresa:

$$T_f = P (f \pm i)d_2 \quad \frac{pv^2}{2g} \quad \text{De donde} \quad d_2 = \frac{v^2}{-2g-(f \pm i)}$$

Para V en Km/h; reemplazando a (g) por 9.81 e incluyendo el recorrido del vehículo durante el tiempo de percepción - reacción, la distancia mínima de visibilidad de frenado en pendiente, calculada en metros será:

$$S = dI + d_2 = 0,695 V + \frac{V^2}{254 (F \pm i)} \quad (ID)$$

Como se advierte en esta expresión, S disminuye cuando el vehículo sube y aumenta cuando baja la gradiente, pues con $(+i)$ aumenta el valor del denominador del segundo término y con $(-i)$ disminuye.

El cuadro siguiente indica las correcciones que deben hacerse en metros, por tazon de pendiente, a las distancias de visibilidad de frenado indicadas para rasante a nivel en el cuadro anterior, en condiciones de pavimento húmedo que son las asumidas para el diseño.

Para el cálculo de las correcciones deductivas o aditivas, en el cuadro, se procede de la manera siguiente: cada valor V de velocidad de diseño se aplica a las fórmulas (I) y (II) antes consignadas, y en la (H) se da sucesivamente a (i) los valores de las pendientes $+0.03$, $+0.06$, $+0.09$, -0.03 , -0.06 , -0.09 . La diferencia entre cada uno de los valores obtenidos con la fórmula (H) y el valor indicado en la fórmula (I) ofrece respectivamente las tres cantidades para deducir y las tres para aumentar según la velocidad dada.

CORRECCIONES PARA TRAMOS HUMEDOS EN PENDIENTE

Velocidad km/h.		Correcciones de distancia de frenado en metros					
De Diseño	De Operación	Deducción para subidas			Aumento para bajadas		
		+3%	+6%	+9%	-3%	-6%	-9%
40	38	-	-	3	-	3	4
50	47	-	3	5	-	5	8
60	54	3	5	7	3	7	11
70	63	4	7	-	5	11	
80	72	6	10	-	7	15	
100	88	9	-	-	11		
120	105	13	-	-	16		

En relación con las cifras de este cuadro se formulan las observaciones siguientes:

- Se ha hecho omisión de pendientes menores de 3% por su influencia inapreciable en el esfuerzo de tracción para efecto de las velocidades de operación.
- El cálculo de las correcciones se ha aproximado a metros completos, prescindiendo de valores inferiores a 3.00, que no implican utilidad práctica de significación.

- c) Con base en relaciones comprobadas entre pendiente máxima y velocidad de operación, sólo es dable considerar correcciones en distancias de frenado así: en pendientes del 6% hasta una velocidad de diseño de 80 Km/h y en pendiente de 19% hasta una de 60 Km/h.
- d) Dado que, como criterio de diseño, debe considerarse la situación de la pendiente en sentido favorable, sólo hay lugar a tomar en cuenta las correcciones aditivas en bajada. Las deductivas en subida tienen un significado de comparación simplemente.

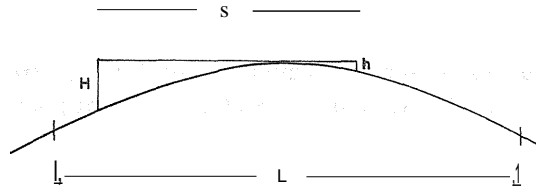
Los datos de investigación aplicados a los cálculos sobre visibilidad de frenado o de parada han sido obtenidos con relación a vehículos de pasajeros. Bajo este aspecto, los vehículos comerciales, de mayor volumen y peso, necesitarían una mayor distancia para parar. No ocurre esto sin embargo, pues los vehículos viajan a velocidades más bajas y en éstos el ojo del conductor está más elevado sobre el pavimento, lo cual le permite una mayor distancia de observación. Por tanto, las normas de diseño indicadas convienen a toda clase de automotores.

Aplicación de la visibilidad de frenado

La distancia mínima de visibilidad de frenado como norma de diseño sólo tiene aplicación, obviamente, en el tránsito por curvas horizontales y verticales, en donde pueden ocurrir detenciones súbitas del vehículo para evitar choques con objetos imprevistos. Para determinar la aplicación de esta distancia es necesario establecer elementos de medida como la altura del ojo del conductor y la del obstáculo sobre el piso, las cuales coordinan la relación existente entre tal distancia y las características de la curva por transitar.

La figura 78 enseña una curva vertical, por ejemplo, de longitud L ; La altura H del ojo del conductor del vehículo y (h) la de un obstáculo, cuando la visual es tangente en el vértice de la curva como situación más desfavorable. S es la distancia mínima de velocidad de frenado.

En curvas de alineamiento horizontal la visual es tangente a un obstáculo lateral como taludes de corte, árboles, muros, etc.



- Figura 78 -

Las alturas H y h han variado de acuerdo con las dimensiones dadas a los automotores por sus fabricantes, cuya tendencia ha sido en los últimos años a reducir la altura del automóvil, que es el vehículo tipo de diseño por su altura mínima. Hasta 1961 la AASHTO recomendaba como datos de diseño 1.37 m para altura de ojos del conductor y 0.10 m para altura del obstáculo; de entonces para acá aconseja 1.14 m para la primera y 0.15 m para la segunda, considerando que todo objeto de altura menor a ésta última no será un obstáculo serio en caso de choque. El Departamento de Obras Públicas del Estado de Nueva York ha adoptado desde 1957, para las alturas mencionadas, 1.12 m y 0.10 m, respectivamente.

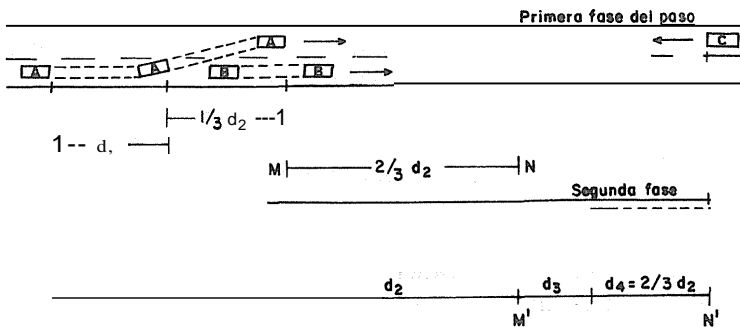
Distancia de visibilidad de paso

La distancia de visibilidad de paso es la necesaria para que un vehículo pueda adelantar a otro que marcha por su misma vía de circulación a menor velocidad, sin peligro de colisión con un tercero que pueda venir en dirección contraria por el carril que eventualmente utiliza para la maniobra de adelantar. El problema de este tipo de visibilidad tiene su importancia en las vías de dos carriles con tráfico en ambos sentidos, que constituyen la mayor extensión en los sistemas de carreteras.

El cálculo de la mínima distancia de visibilidad de paso para el diseño se basa en algunos factores de comportamiento del tráfico y de la conducta del motorista, observados en una investigación cuidadosa sobre multitud de casos prácticos. Tales factores, que la AASHTO advierte no haber sido deducidos de un promedio general de los casos registrados sino de un alto porcentaje de éstos, son los siguientes:

- 1- El vehículo lento que se va a pasar durante la maniobra viaja con velocidad uniforme.
- 2- El vehículo que está tratando de pasar es obligado a viajar a la misma velocidad que el vehículo alcanzado, en todo el trecho en que la distancia de visibilidad no ofrece seguridad para pasar.
- 3- Una vez que obtiene amplia visibilidad, el motorista del vehículo que va a adelantarse necesita del breve tiempo de percepción - reacción para observar la situación y decidir sobre la maniobra de paso.
- 4- El vehículo que pasa es acelerado entonces y se considera que su velocidad media, mientras realiza su operación, es de 16 Km/h superior a la del vehículo alcanzado.
- 5- Un tercer vehículo aparece en el carril de tráfico opuesto cuando el vehículo que pasa ocupa inicialmente dicho carril completo.
- 6- Es necesaria una distancia de seguridad entre el vehículo del tránsito opuesto y el vehículo que pasa, en el instante en que éste completa su ingreso al carril primitivo.

La distancia mínima de visibilidad de paso para carreteras de dos carriles, de acuerdo con los factores enumerados, queda determinada por la suma de las distancias que se indican en la figura 79.



- Figura 79 -

Distancia recorrida durante el tiempo de percepción - reacción y durante la aceleración inicial hasta el punto de acceso sobre el carril izquierdo.

Distancia recorrida en la maniobra de paso que, no obstante emprenderse con aceleración intensa, se considera recorrida en general como una velocidad media igual a la de la operación del tramo de vía en estudio.

Distancia obtenida experimentalmente como recorrida en $1/3 t_2$, siendo t_2 el tiempo empleado en la maniobra de paso. Luego $2/3 d_2$ es la distancia recorrida simultáneamente por los vehículos A y C en un mismo tiempo ($2/3 t_2$) a una misma velocidad, que se considera la de operación en el tramo.

Distancia de seguridad entre el vehículo que pasa, al terminar su maniobra, y el vehículo que viaja en sentido opuesto.

Distancia recorrida por el vehículo opuesto en los $2/3$ del tiempo (t_2) empleado por el vehículo que adelanta.

Distancia d_I' En su primera posición el vehículo A se ve forzado a doptar la velocidad (VI) *mlseg* del vehículo llelto B, y durante .un tiempo (tI) recorre dos trayectos: el cubierto durante el tiempo de percepción - reacción y el cubierto en la aceleración inicial hasta alcanzar el borde del carril izquierdo, en donde intensifica la aceleración para pasar al vehículo B. Se asume en (v) *mlseg* la velocidad promedio en esta segunda etapa de paso.

Según la mecánica, el espacio (dI) recorrido por el móvil en un tiempo (tI) en segundos, con velocidad inicial (VI) y con movimiento uniformemente acelerado, en que sea (a) la aceleración promedio, se expresa:

$$d_1 = v_1 t_1 + \frac{a t_1^2}{2}$$

Puede representarse $v_1 = v - m$, siendo (m) m/seg la diferencia entre las dos velocidades, dato considerado en 16 Km/h. Luego:

$$d_1 = (v - m) t_1 + \frac{at_1^2}{2} = t_1 \left(v - m + \frac{at_1}{2} \right)$$

Como la aceleración promedio (a) es dato igualmente obtenido por investigación y estimado en Km/h seg. en 2.25 y 2.36 para velocidades promedio de 56 y 84 Km/h, respectivamente, puede expresarse esta igualdad en la forma siguiente. para velocidad de paso (V) en Km/h, para diferencia (M) en Km/h sobre el vehículo pasado y para la aceleración promedio (A) en Km/h seg:

$$d_1 = \frac{t_1}{3,6} \left(V - M + \frac{At_1}{2} \right) = 0,278t_1 (V - M + At_1)$$

También (t₁) es dato experimental que varía de 3.6 a 4.3 segundos para los respectivos promedios de velocidad ya indicados.

Distancia d₂. Se calcula este espacio para la velocidad promedio (v) del vehículo que pasa, durante un tiempo (t₂) estimado experimentalmente en 9.3 y 10.7 segundos para los dos promedios de velocidad mencionados.

Entonces:

$$d_2 = vt_2 = \frac{t_2}{3,6} V = 0,278t_2 V$$

Distancia d₃. Esta separación de seguridad entre el vehículo que pasa, al fin de la maniobra, y el que viaja en sentido opuesto se ha recomendado experimentalmente en 30 y 75 m para los promedios de velocidad referidos, en su orden.

Distancia d₄. Este espacio recorrido por el vehículo que viaja en sentido opuesto y que se asume marcha a la misma velocidad del vehículo que adelanta como velocidad común de operación en la vía, puede expresarse por observación en la figura:

$$d_4 = \frac{2}{3} d_2$$

Pues las distancias MN y MINI son iguales como recorridas en un mismo tiempo y con velocidades iguales.

Valores **para diseño**

En "A. policy on geometric desing of rural highways" la ASSHTü presenta los resultados de investigaciones realizadas en carreteras de los Estados Unidos sobre factores prácticos que permiten establecer las longitudes mínimas de visibilidad de paso. Indica que se observaron velocidades promedio de operación correspondientes a tres grupos de velocidades usuales (30 a 40, 40 a 50 y 50 a 60 millas por hora) y a un grupo especial (60 a 70 millas por hora), y se obtuvo datos sobre tasa de aceleración, tiempo y distancia relativos a cada promedio de velocidad experimentada. Anota que las velocidades del vehículo alcanzado fueron aproximadamente 10 millas por hora (16 Km/h) menores que la velocidad del vehículo que adelanta.

Todos estos datos, aplicados a las fórmulas cálculo indicadas, han permitido obtener resultados consignados en un cuadro que, traducido a unidades métricas en lo relacionado con velocidades y distancias, se ve en el cuadro 1 de la página siguiente.

Un gráfico elaborado con los promedios de velocidades experimentadas y distancias obtenidas en el cuadro anterior, como abscisas y ordenadas, en su orden, presenta una línea recta. De este gráfico de incremento líneal se deducen valores de distancia mínima de velocidad de paso para velocidades de operación que se allotanen el cuadro 2 de la página siguiente.

La distancia mínima de 150 m, obtenida para la velocidad de operación de 38 **KM/h**, resulta por extrapolación de los resultados alcanzados en el gráfico a que se ha hecho mención, pues en las carreteras estadounidenses no se consideran velocidades inferiores a 30 millas por hora (48 Km/h). Pero, como norma de prudencia, todos los

tratadistas sobre diseño de carreteras recomiendan para velocidades por debajo de este límite distancias mínimas de paso que varían entre 200 y 220 m.

Cuadro 1

DISTANCIA MINIMA DE VISIBILIDAD DE PASO-VIAS DE 2 CARRILES

Grupos de velocidad en km/hora	48-64	64-80	80-96	96-112
Velocidad promedio de paso, km/hora	56	70	84	100
Maniobra inicial:				
A: tasa de aceleración promedio, km/hora/segundo	2.25	2.30	2.36	2.4
t1: tiempo en segundos	3.60	4.0	4.3	4.5
d1: distancia recorrida, mt. redondos	44	65	87	112
Operación de paso:				
t2: tiempo en segundos	9.30	10.0	10.7	11.3
d2: distancia recorrida en mt. redondos	145	195	249	314
Sector de seguridad:				
d3: distancia adicional en metros	30	55	75	90
Recorrido vehículo opuesto:				
d4: distancia recorrida en mt. redondos	96	130	166	209
Distancia total: d1+d2+d3+d4 mt.	315	445	577	725

Cuadro 2

VELOCIDADES y DISTANCIAS MINIMAS DE VISIBILIDAD DE PASO

Velocidad de operación, Km/hora	38	47	54	63	72	88	105
Distancia mínima de paso en. mt.	150	232	297	382	466	613	772

Los aludidos tratadistas consignan en sus textos, sin mayor explicación, cifras sensiblemente diferentes para distancias mínimas de visibilidad de paso y adelantamiento correspondientes a una escala dada de velocidades de diseño. La Cía Mexicana de Consultores en Ingeniería, S.A., por ejemplo, contratado por el Fondo Nacional de Caminos Vecinales de Colombia para elaborar un manual de especificaciones para proyecto geométrico del ramo, aconseja las siguientes como distancias mínimas de paso, de acuerdo con la velocidad indicada para cada tipo de camino y tráfico promedio diario respectivo que se prevé para el 50. año después de entregada la vía al servicio:

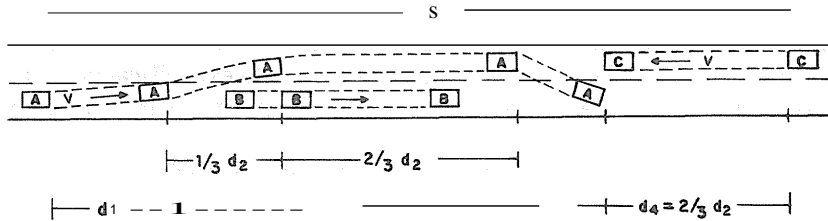
DISTANCIAS DE VISIBILIDAD DE PASO PARA CAMINOS VECINALES

Tipo de camino	Clase de terreno	Tráfico promedio diario	Velocidad de diseño	Dist. mínima de paso en metros
Especial	Plano u ondulado	Más de 100 vehículos/día	80 km/h.	450
Orden 1.	Plano u ondulado	de 50 a 100	60	320
" .."	Montañoso		40	200
	Accidentado		30	160

Distancias de paso para Colombia

El Ministerio de Obras Públicas de Colombia ha adoptado como norma para distancia mínima de visibilidad de paso en las carreteras nacionales la deducida que se basa en los factores obtenidos por la AASHTO en sus investigaciones.

El sistema considera que es exigua la diferencia en tiempo de la maniobra inicial del vehículo para realizar la operación de paso, sea que se tome en cuenta la tasa de aceleración o se asuma como velocidad media en la maniobra la de operación del tramo de carretera cuyo estudio se realice. En esta virtud, adopta como tiempo total para el paso 14,5 segundos, que es el promedio de los tiempos obtenidos en los dos grupos centrales de velocidad que figuran en el primer cuadro de la página anterior, y distribuye ese tiempo así: 2,5 segundos para el período de percepción-reacción o PIEV; 10 segundos para el recorrido del vehículo que adelanta durante su permanencia en el carril de paso, y dos segundos para el despeje de este carril en su regreso al primitivo carril de marcha.



- Figura 80 -

Prescinde el sistema de la distancia adicional de seguridad que contempla la AASHTÜ en su estudio al respecto, pero considera -como lo indica éste- que la distancia recorrida por el vehículo que viaja en sentido opuesto es igual a $2/3$ de la recorrida por el vehículo que adelanta durante su permanencia en el carril de paso.

La figura 80 enseña las posiciones de los vehículos así: A que adelanta, B que es adelantado y C que avanza en la dirección contraria, y las cuatro distancias que constituyen la operación del paso.

$$d_1 = \frac{2,5V}{3,6} \quad d_2 = \frac{10V}{3,6} \quad d_3 = \frac{2V}{3,6} \quad d_4 = \frac{2}{3}d_2$$

Distancia mínima de visibilidad de paso, en metros:

$$S = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$$

Estas distancias pueden tabularse asignando a V valores graduales de velocidad de diseño y de operación y se obtienen las distancias mínimas

de visibilidad de paso correspondientes, tal como aparecen en el cuadro siguiente, que son las recomendadas por el Ministerio de Obras Públicas en referencia para carreteras de dos carriles.

DISTANCIAS MINIMAS DE VISIBILIDAD DE PASO EN COLOMBIA

Velocidad de diseño	Velocidad de operación		Recorridos parciales maniobras de paso, mts				Distancia en metros	
	Km/h	mt/seg	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	Calculadas	Redondeadas
40	38	10,556	26.39	105.56	21.11	70.37	223.43	220
50	47	13,056	32.64	130.56	26.11	87.04	276.35	280
60	54	15,000	37.50	150.00	30.00	100.00	317.50	320
70	63	17,500	43.75	175.00	35.00		370.42	370
80	72	20,000	50.00	200.00	40.00	133.33	423.33	420
100	88	24,444	61.11	224.44	48.89	162.96	517.40	520
120	105	29,167	72.91	291.67	58.33	194.45	617.37	620

Aplicación de la visibilidad de paso

La distancia mínima de visibilidad de paso, que es en promedio cuatro veces mayor que la de frenado en igualdad de condiciones de velocidad, tiene muy escasa aplicación en tramos curvos de alineamientos horizontales o verticales -porque exige muy grandes radios de curvatura en los primeros y considerables longitudes parabólicas en los segundos. Su utilidad radica preferencialmente en diseñar tramos rectos en el alineamiento horizontal, que permitan las oportunidades de adelantamiento.

Para medida de la velocidad de paso en las curvas verticales convexas la AASHTO recomienda 1,14 como altura de ojos del conductor de un vehículo y 1,40 m como altura de capota del vehículo opuesto. En los camiones y busetas tales alturas son mayores y por consiguiente mayor la seguridad en las distancias de paso y de frenado que posea una Vía.

Las pendientes de consideración en el perfil producen incrementos en las distancias de visibilidad de paso, según el sentido en que se recorran:

para un vehículo que baja puede acortarse, debido a que acelerará más rápidamente que en un tramo a nivel, reduciendo así el tiempo de paso, si bien es posible que el vehículo que se pasa acelere también, lo cual dificultaría la operación; y para uno que sube es mayor por la disminución de la aceleración y la mayor velocidad que traen los vehículos que viajan en sentido opuesto. Aunque no se conocen referencias de ajuste sobre estos incrementos, el proyectista debe tenerlos en cuenta según la pendiente del tramo que se estudia.

Sobre la frecuencia de trayectos con visibilidad de paso al proyectar una carretera de doble vía existen criterios diversos y todos aconsejan que sea ella la mayor posible de acuerdo con la topografía, la velocidad de diseño, el costo de la obra y primordialmente el volumen del tráfico. Algunos tratadistas recomiendan la conveniencia de procurar intervalos no mayores de 2 Kilómetros entre tales trayectos, en vías de tráfico importante.

El Ministerio de Obras Públicas de Colombia aconseja las siguientes normas sobre frecuencia en el diseño de distancias para adelantar:

Oportunidades de paso en un tramo de 5 KM

Para velocidades de 40 a 70 KmJh y tráfico promedio diario futuro no mayor de 500 vehículos	2 pasos
Para velocidades de 40 a 100 KmJh y tráfico entre 500 y 1000 vehículos	Habilitar el 20%
Para velocidades de 40 a 100 KmJh y tráfico entre 1000 y 2000 vehículos	Habilitar el 40%
Para velocidades de 60 a 120 KmJh y tráfico entre 2000 y 5000 vehículos	Habilitar el 60%
Para tráfico mayor a 5000 vehículos	Vía de 4 carriles

Visibilidad en curvas horizontales

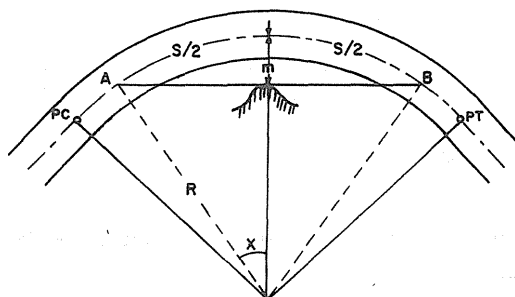
La aplicación de la distancia mínima de visibilidad de frenado, forzosa en las curvas horizontales de una carretera, requiere el suficiente despeje

lateral de la vía hacia el interior de la curva para evitar toda obstrucción de la vista. La distancia mínima de visibilidad de paso, como ya se dijo, tiene una aplicación muy restringida en estas curvas por la exigencia de grandes radios de curvatura que sólo son posibles en terrenos planos.

Para garantizar la distancia de visibilidad requerida es preciso determinar la flecha del arco subtendido por la cuerda que pasa por el punto de obstrucción lateral y coincide con la dirección de la línea de vista entre el vehículo y el obstáculo, si se trata de distancia de frenado, o entre dos vehículos si se trata de distancia de paso.

Dos casos pueden presentarse: a) que la distancia de visibilidad sea menor que la longitud de la curva ($S < L$), y b) que ocurra lo contrario ($S > L$).

Caso $S < L$. En la figura 81 el valor de (m) de la flecha por determinar es la medida entre el eje de la vía y la obstrucción lateral que puede ser el talud de un corte, vegetación, construcción, etc.



_Figura 81 _

La distancia de visibilidad nominal no es la cuerda AB sino el arco subtendido por ésta, que representa el camino realmente recorrido por el vehículo, pues es la distancia de frenado que puede utilizarse. Este recorrido circular por el carril interior de la curva corresponde a un radio inferior al del eje de la calzada en la mitad del ancho del carril, pero para facilitar el cálculo se considera ese eje como trayectoria del vehículo. A la flecha así calculada debe agregarse necesariamente, en cada caso, el semiancho del carril, para medir el total desde el eje de la vía.

El arco \widehat{AB} , que representa la distancia mínima de visibilidad de frenado S , se bisecta por el radio perpendicular a la cuerda; el radio del eje de la curva es R , y de la figura se deduce:

$$m = R \operatorname{sen} \operatorname{ver} X$$

FLECHAS MINIMAS PARA DISTANCIA DE VISIBILIDAD DE FRENADO

Velocidad km/h		Radio mínimo de curva mt.	Distancia de frenado mt.	Flecha mínima, metros	
De Diseño	De Operación			Calculada	Redondeada
40	38	50	40	3.94	4.50
50	47	80	60	5.56	6.00
60	54	120	70	5.06	5.50
70	63	180	90	5.60	6.00
80	72	250	110	6.02	6.50
100	88	450	160	6.11	7.50
120	105	750	220	8.04	8.50

Por geometría se tiene, para curvas localizadas con cuerda unidad de 10 m y confundiendo -con error despreciable- esta cuerda con el arco que subtiende:

$$\frac{G}{10} = \frac{X}{S/2} \quad \text{o} \quad X = \frac{GS}{2 \times 10}$$

$$\text{y} \quad m = R \operatorname{sen} \operatorname{ver} \left(\frac{GS}{20} \right)$$

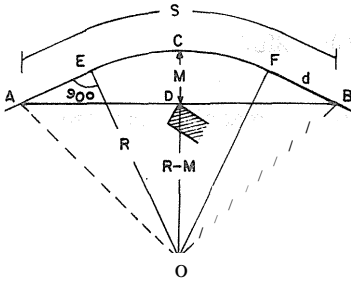
Expresando el grado G de la curva en función R, deducido de la expresión geométrica aproximada:

$$\frac{G}{10} = \frac{57.3}{R} \quad \text{o} \quad G = \frac{573}{R}$$

puede escribirse:

$$m = R \operatorname{sen} \operatorname{ver} \left(\frac{573 S}{20R} \right) = R \operatorname{sen} \operatorname{ver} \left(\frac{28.65 S}{R} \right) m$$

Los valores mínimos para la flecha pueden tabularse en función de las distancias mínimas de visibilidad de frenado y de los radios mínimos de curvatura horizontal correspondientes a una escala de velocidades de diseño, tal como aparece en el cuadro de la página anterior.



-Figura 82 -

Caso $8 > L$. En la figura 82 la distancia de visibilidad 8 sobrepasa la longitud L de la curva en una distancia (d) sobre cada una de las tangentes, a partir del PC y del PT. En esta forma.

$$8 = L + 2d \quad \text{o} \quad d = \frac{1}{2} (8 - L)$$

En los triángulos rectángulos ACD, ADü y AEü se tiene:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + M^2 \quad (1)$$

$$\overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 - (R - M)^2 \quad (2)$$

$$\overline{AO}^2 = \overline{AE}^2 + R^2 \quad (3)$$

Reemplazando $\overline{AE} = d = \frac{1}{2}(8 - L)$ en la ecuación (3) y sustituyendo

el valor de \overline{AD}^2 en la ecuación (2), puede escribirse:

$$\overline{AD}^2 = \frac{1}{4} (S - L)^2 + R^2 - (R - M)^2$$

Sustituyendo este valor en la ecuación (1) y simplificando:

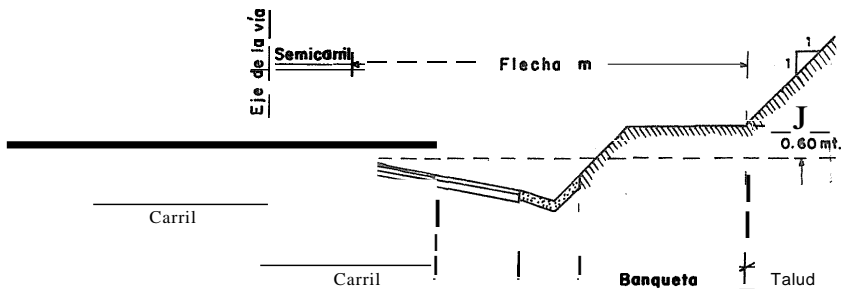
$$\overline{AC}^2 = \frac{1}{4} (S - L)^2 + 2RM$$

Remplazando en esta igualdad \overline{AC} por su magnitud representativa

$S/2$ y reduciendo:

$$M = \frac{L}{8R} (2S - L)$$

Con esta fórmula puede calcularse, en cada caso, la flecha mínima para distancia de visibilidad de frenado, en función de esta distancia y de la longitud y el radio de la curva respectiva, sumándole siempre el semiancho del carril.



- Figura 83 -

La figura 83 enseña la sección transversal de una carretera en curva con peralte inclinado hacia la derecha, y en ella se indica la forma de aplicar la flecha requerida para obtener la distancia mínima de visibilidad de frenado cuando la magnitud de esa flecha exige un despeje lateral. Si el obstáculo es un talud de corte, el despeje se logra, como lo

muestra la figura, explanando una banqueta de altura conveniente que no interfiera la visual del conductor de un vehículo a un obstáculo imprevisto. Dado que la altura de los ojos del conductor está recomendada, para el diseño, en 1,14m y en 0,15 m de la del obstáculo, la AASHTÜ aconseja como altura máxima para esa banqueta 0,60 m, que es un poco menos del promedio de las dos alturas mencionadas. En la figura se ha sumado a la flecha el semicarril.

Tortuosidad de una carretera

Comparativamente puede calificarse una carretera como más tortuosa que otra, cuando en su longitud total presenta un mayor porcentaje de desarrollo en curva, o cuando en situación de igualdad de ese porcentaje acuse menores dimensiones en los radios de curvatura.

La bondad de condiciones de circulación de una carretera, en alineamiento horizontal, está en razón directa de la magnitud de los radios de curvatura, y la tortuosidad es inversamente proporcional a éstos y directamente proporcional a la longitud de las curvas. Con base en esto, Escario determina la tortuosidad con la siguiente expresión, que indica la relación entre la suma de los cocientes de la longitud de cada curva y su radio respectivo y la longitud total de la vía considerada:

$$T = \frac{\sum (D/R)}{L}$$

T = tortuosidad

D = desarrollo o longitud de cada curva

R = radio de la respectiva curva

L = longitud total de la vía

La tortuosidad es factor muy importante como índice de comparación en el alineamiento horizontal de dos vías o tramos de éstas.

Longitud virtual de una vía

Por longitud virtual de un sector de vía terrestre de comunicación, afectado de pendientes longitudinales y curvas horizontales, se entiende la que tendría otro sector a nivel y en recta que se recorriera con el mismo impulso o esfuerzo de tracción y consiguientes costos de combustibles, grasa, lubricantes, desgaste del vehículo etc., aplicados en el tránsito por el sector real. Siempre la longitud virtual será mayor y diferente cuando el recorrido se haga en uno u otro sentido, pues mayor esfuerzo implica vencer las pendientes hacia arriba y la longitud de éstas determinará aquella diferencia.

Para realizar un estudio comparativo entre dos sectores de carretera, con base en su longitud virtual, deberá establecerse el promedio de esfuerzo y costos posibles en el recorrido en ambos sentidos de cada sector. Aquel que presente las pendientes de mayor longitud y porcentaje y el más alto índice de tortuosidad generará la mayor longitud virtual, pues con el esfuerzo y desgaste necesario para superar estas resistencias se desarrollará un recorrido más extenso en una vía a nivel y en recta.

No se tiene referencia de fórmulas numéricas para determinar el esfuerzo automotor en el tránsito por carretera y deducir la longitud virtual. Los tratadistas conocidos de vías se abstienen de abocar el tema. Por eso el análisis comparativo entre dos sectores se reduce a un cotejo de características de diseño y de índices de tortuosidad, sin posibilidades de precisar magnitudes en tales características. El tramo que presente la menor longitud virtual garantiza ventajas de comodidad, seguridad, rapidez, y economía en el tráfico que va a servir.

En el transporte por ferrocarril es posible determinar, en relación con la pendiente, el esfuerzo tractor por unidad de carga, pues se conocen la resistencia a la rodadura según la velocidad y la de la pendiente. Y puede también establecerse ese esfuerzo en relación con el grado de curvatura horizontal de la vía, con base en coeficientes experimentales. Así, la longitud virtual puede deducirse por concepto de pendiente y de curvatura en unidades de medida.

CAPITULO

EL DISEÑO EN PERFIL

En el estudio sobre alineamiento horizontal de las carreteras se precisó que la velocidad de diseño es norma de control para los peraltes y las distancias de visibilidad que determinan la seguridad en el tránsito, y que esa velocidad, por razones de economía en la explotación, debe ser la más uniforme y alta que permitan las condiciones topográficas de la zona escogida y el costo de la construcción.

En el diseño en perfilo alineamiento vertical la influencia de las pendientes es notable en la regulación de las velocidades que puedan desarrollar los vehículos, particularmente los de mayor peso. De ahí la importancia de establecer las relaciones entre unas y otras para hacer concordantes las normas de diseño en planta y en perfil, y determinar las pendientes máximas y la longitud máxima aceptable para tales pendientes.

Las relaciones aludidas se han establecido mediante estudios realizados sobre la operación de cerca de 20.000 vehículos en una longitud aproximada de 400 metros de carretera pavimentada, observando vehículos de diferente tipo tanto en tramos a nivel como en pendientes diversas recorridas en uno y otro sentido.

En el cuadro de la página siguiente se resumen los resultados de los estudios en referencia. Las velocidades allí consignadas corresponden al promedio de aquellas que los conductores prefirieron en cada rampa, y no se han tomado en cuenta pendientes menores de 3% porque en ellas las velocidades se mantienen aproximadamente uniformes.

Analizando las velocidades de operación consignadas en este cuadro, de los vehículos de pasajeros y de los camiones como tipos de características extremas, se observa lo siguiente:

En los vehículos de pasajeros la pendiente de 3% en ascenso y descenso determina velocidades de muy escasas diferencias con la

registrada a nivel; para pendientes de 5% y 7% en ascenso las velocidades decrecen notablemente, y para 5% y 7% en descenso las velocidades son inferiores a las de 3% en descenso y aún más bajas que en marcha a nivel.

VELOCIDAD EN PENDIENTES

Pendientes %	Velocidad de operación promedio, Km/hora		
	Vehículos		
	Automóviles	Buses	Camiones
Nivel	73.6	73.8	59.4
Ascenso:			
+3	70.0	59.5	55.2
+5	63.6	47.1	42.8
+7	55.3	42.8	39.6
Descenso:			
-3	74.8	74.5	60.5
-5	67.6	66.6	62.5
-7	64.6	60.1	54.8

El efecto de las pendientes en los camiones es mayor. Se tiene a nivel una diferencia de velocidad con los vehículos de pasajeros de 14,2Km/h. El cuadro muestra que, para ascenso, la velocidad en pendiente de 3% difiere relativamente poco de la registrada a nivel, y para descenso en la misma pendiente se registra una velocidad casi igual a la de nivel. Para 5% y 7% en ascenso la velocidad decrece sensiblemente; para 5% en descenso supera en algo a la de 3%, y para 7% decrece. Los estudios fueron realizados con camiones de diferente peso.

Pendiente **máxima**

Los datos consignados en el cuadro anterior indicaron la posibilidad de encontrar un valor para la máxima pendiente en los proyectos de carretera. Se llegó así a resultados del siguiente orden:

Pendientes máximas aproximadas a un 3% se consideran apropiadas para una velocidad de diseño de 130 Km/h. Para una velocidad de 50 Km/h las máximas pendientes están comprendidas entre 5% y 12%, según la topografía, con un promedio cercano a 9%. Si se consideran solamente carreteras de importancia, se señala como máxima pendiente la de 7% u 8% para una velocidad de diseño de 50 Km/h y se resumen en el cuadro siguiente los valores de control de las pendientes máximas para diferentes velocidades registradas con un camión tipo de 18.200 Kg de peso bruto. Para vías de primer orden tales pendientes se fijan entre 3% y 5% Y para las de clase inferior las pendientes que en seguida se tabulan pueden multiplicarse por 1,2 a 1,5.

**MAXIMA PENDIENTE Y VELOCIDADES DE DISEÑO
PARA CARRETERAS IMPORTANTES**

Velocidad de diseño Km/h.	Máxima pendiente %
50	6 - 8
65	5 - 7
80	4 - 6
95	3 - 6
110	3 - 5

Con posterioridad se realizaron estudios para determinar solamente los efectos combinados de pendiente, esfuerzo tractor y peso bruto de los vehículos. Fue así analizado el efecto de la longitud de la pendiente en las velocidades de los camiones con gran variación de cargas, pendiente y tamaño del vehículo. Por ejemplo: un camión de 18.200 Kg, que entra con una velocidad de 65,9 Km/h. en una pendiente de 6%, viaja 305 m antes de que su velocidad sea reducida a 27,3 Km/h; y si la velocidad de entrada en la misma pendiente es de 48,3 Km/h, la velocidad al terminar de recorrer los 305 m es de 16,1 Km/h. Los valores fraccionarios de la velocidad en este ejemplo obedecen a la conversión a unidades métricas de los datos en millas por hora suministrados por los textos americanos.

Estudios extensivos sobre la operación de camiones en pendientes demuestran que el tiempo de viaje, y, por lo tanto, la velocidad en tal operación dependen directamente de la relación $\frac{\text{Peso}}{\text{Potencia}}$ del

vehículo. Se ha determinado también que los vehículos con igualdad de valores en esta relación tienen las mismas características de operación.

Tal relación, enunciada normalmente en términos de Peso bruto/Potencia neta, se ha considerado usualmente en 400 libras por caballo de fuerza. Pero en vista de su reconocida importancia en el desempeño de los vehículos pesados, los fabricantes de automotores han buscado reducir ese valor y lo han logrado progresivamente así: a 360 libras por caballo en 1949, a 310 en 1955 y a 240 en 1963. Con disminuir la relación Peso/Potencia se busca aumentar la potencia de las máquinas para ascender en rampas.

Longitud crítica de la pendiente

Como complemento de las normas de diseño, además de la máxima pendiente debe tenerse en cuenta la longitud de ésta. Así, el término longitud crítica de la pendiente es usado para indicar una máxima longitud de subida sobre la cual un camión cargado puede operar sin ver reducida su velocidad por debajo de un límite prefijado.

Para establecer los valores de longitud crítica deben asumirse los siguientes datos básicos: capacidad y potencia de un camión tipo como vehículo de diseño, velocidad de entrada a la longitud crítica y velocidad mínima aceptable en la pendiente.

En estudios realizados al respecto se adoptó como camión tipo uno cargado, con peso bruto de 18.200 Kg y relación Peso/Potencia de 400 libras por caballo, que es un vehículo-tipo usado para el control del diseño en carreteras de importancia. Como velocidad de entrada se consideró la de operación promedio, usada para aproximar la de los vehículos cuando ingresan a una pendiente desfavorable. Y como velocidad mínima en la pendiente se asumió la equivalente a la mitad de la velocidad de diseño respectiva, que es la adoptada para los vehículos pesados que suben.

Los datos obtenidos de curvas elaboradas con los resultados de los estudios hechos en rampas diversas y con las velocidades registradas sobre tales rampas, arrojaron como valores característicos de longitud crítica de pendiente los siguientes, para los cuales se adoptó como velocidad mínima del camión-tipo en ascenso la de 25 Km/h, que corresponde a la de 50 Km/h, como la velocidad de diseño:

Pendiente de subida:	3%	4%	5%	6%	7%	8%
Longitud crítica, m:	500	350	250	200	170	150

El Ministerio de Obras Públicas de Colombia recomienda adoptar como "longitud crítica de pendiente" la distancia horizontal necesaria - medida desde el comienzo de esa pendiente - para que un vehículo en ascenso alcance una altura de 15 m con la pendiente dada. Por ejemplo: 187 m con 8%; 250 m con 6% y 500 m con 3%.

El volumen y composición del tráfico al cual debe servir una carretera de doble vía tiene relación inmediata con la longitud crítica de sus pendientes, pues si ese volumen es alto dentro de la capacidad de la vía y, además, es significativo el porcentaje de vehículos pesados, las posibilidades de paso o adelantamiento en tales pendientes pueden dificultarse seriamente y provocarse situaciones de congestión. En este caso sería indispensable el recurso de construir un carril adicional, adyacente al carril o carril de rampa ascendente y destinado al tránsito de camiones, en trayecto un poco mayor a la longitud crítica de la pendiente considerada. Este carril auxiliar se denomina vía lenta o de tránsito lento.

Pendientes **máximas** para Colombia

Con base en consideraciones hechas sobre volumen de tráfico y sobre velocidades usuales en los diferentes tipos de terreno, el Ministerio de Obras Públicas de Colombia recomienda para su aplicación en las carreteras principales del país la escala de pendientes máximas que se consigna en el siguiente cuadro, adoptando como vehículo-tipo de control un camión con relación Peso-Potencia de 400 libras por caballo de fuerza. En dicho cuadro el valor L representa la longitud máxima del tramo en que pueden excederse las pendientes.

Pendiente **mínima**

La pendiente mínima carece de relación con la velocidad y con la tracción, pero tiene influencia directa en el escurrimiento de las aguas lluvias en el pavimento y a lo largo de las cunetas. Por eso rasantes a nivel solamente pueden proyectarse en terraplenes en tangente, cuyo bombeo permite el drenaje lateral siempre y cuando que el pavimento no tenga sardineles. Pero en tramos en corte es indispensable una pendiente

longitudinal mínima que garantice el buen funcionamiento de las cunetas para evacuación de las aguas, pendiente que se recomienda en un 0,5% para pavimentos corrientes y se permite hasta de 0,35% en pavimentos de primer orden con cunetas revestidas. Incluye en este criterio la frecuencia e intensidad de las lluvias.

Tipo de Terreno	Tráfico promedio diario futuro (vehículos - dial)						
	< 250	250 a 500	500 o 1000	1000 o 2000	2000 o 500e	> 5000	
E Escarpado	8	7	6	6	5	5	
M Montanoso	7	6	5	5	5	5	
O Ondulado	6	5	4	4	4	4	
P Plano	5	4	3	3	3	3	

Más 2% si L ≤ 250 mts. Más 1% si L ≤ 250 mts. Más 1% si L ≤ 250 mts. Estudia vías en os Vías lentas Vías lentas

Ancho de calzada: 6 metros 7 metros ≥ 4 canales

En proyectos de gran longitud sobre terrenos planos el alineamiento vertical puede ceñirse a la topografía, con lo cual se reduce el movimiento de tierra, y la marcha nocturna sobre un perfil ondulado se hace más segura por la disminución de encuentros frontales de las luces de los vehículos. Se aconseja como pendiente mínima, en esta clase de proyectos, la de un 0,3%. Las recomendaciones pueden concretarse así:

- Pendiente mínima en terreno plano 0,3%
- Pendiente mínima en terreno montañoso 0,5%

Pendiente más conveniente y económica

Teóricamente la pendiente más económica será aquella que permita al vehículo subir en alta velocidad a la velocidad más eficiente de su

máquina, esto es, con el menor consumo de combustible y lubricantes, y descender sin necesidad de usar los frenos y sin alcanzar una velocidad excesiva, lo cual reduce el desgaste mecánico y de las llantas.

Desde este punto de vista la pendiente ideal será de 3%, porque recorrida en uno u otro sentido la velocidad operacional es prácticamente la misma que a nivel; porque en subida la máquina consume un pequeño porcentaje de combustible (10%) más que a nivel, porcentaje compensado suficientemente con la economía de ese elemento en el descenso; porque el consumo de llantas es el mismo que a nivel, y porque no hace necesario el uso de los frenos. Conclusiones de experiencias efectuadas revelan que para una completa eficiencia del transporte las pendientes no deben ser menores de un 3%.

En relación con la pendiente de 5% las investigaciones señalan que el consumo de combustible, lubricante y llantas sobrepasa en moderados porcentajes al que corresponde en pendiente de 3%. Un análisis del profesor M. Giovannini ha demostrado que la pendiente más conveniente para la tracción mecánica, porque registra el mínimo consumo de combustible y de lubricantes al recorrerse en uno y otro sentido, está comprendida entre 3% y 5% para los tipos usuales de vehículos.

Influencia de la altitud en la ~~pendiente~~

A alturas mayores de 1000 metros sobre el nivel del mar disminuye apreciablemente la potencia de los motores de aspiración natural por disminución de la presión atmosférica y enrarecimiento del aire. Se ha comprobado que esa pérdida en motores de 4 tiempos es aproximadamente de un 40% a los 4000 m de altura y que ella implica una reducción proporcional en la velocidad. Para evitar esa reducción y preservar la velocidad de operación se recomienda disminuir las pendientes de diseño, particularmente las inmediatas a la máxima, en proporción análoga a la pérdida de potencia y con variación lineal para las alturas intermedias entre 1000 y 4000 metros, es decir, a razón de 13% por cada 1000 metros o 1,3% por cada 100.

La Cartepillar Américas Co. señala la pérdida de potencia de los motores de equipo de construcción, por efectos de la altitud, en 1% por cada 100 metros de ascenso a partir de 1000 m, excepto los motores turbo alimentados que mantienen toda su potencia a mayor altitud que los motores de aspiración natural.

Ejemplo 1. ¿En cuánto debe reducirse una pendiente nominal de 7% para un tramo de carretera que se proyecta en terreno situado a 3200 m de altura sobre el nivel del mar?

Porcentaje de pérdida de potencia:

$$X = \frac{1,3\% (3200 - 1000)}{100} = 28,6\%$$

Valor en que debe reducirse la pendiente:

$$7 \times 0,286 = 2,002 \approx 2$$

Pendiente con que debe proyectarse el tramo de vía:

$$7 - 2 = 5\%$$

Ejemplo 2. Un tractor de carriles trabaja a 2800 m de altitud. Calcular en Kg la fuerza de tracción de primera velocidad, si la tracción nominal al nivel del mar es de 5300 Kg.

Porcentaje de pérdida;

$$X = \frac{1\% (2800 - 1000)}{1000} = 18\%$$

O sea que la fuerza sobrante es el 82%

Tracción efectiva solicitada:

$$5300 \times 0,82 = 4346 \text{ Kg.}$$

Influencia de la curvatura en la pendiente

La resistencia adicional que pueda ofrecer la curvatura a la marcha de los vehículos automotores en tramos de pendientes en las carreteras

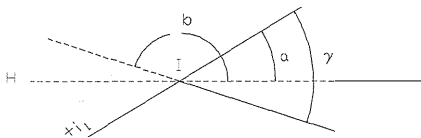
es muy inferior a la que se registra en los ferrocarriles. Por eso la reducción de la pendiente en las curvas, a título de compensación de aquella resistencia, sólo se aplica en las carreteras colombianas cuando coinciden las máximas pendientes de un proyecto con las curvas de radios mínimos, en proporción que determine el diseñador de la Vía. Existen algunas reglas teóricas de reducción, no adecuadas en sus resultados prácticos.

CURVAS VERTICALES

En el perfil o alineamiento vertical de una carretera los elementos rectos se unen por medio de curvas para proporcionar comodidad a los vehículos en su marcha. Por eso se usa la parábola como curva de transición, pues con ella se obtienen efectos graduales de la fuerza centrífuga en el plano vertical.

Como elemento básico de cálculo debe determinarse el ángulo que forman los alineamientos rectos en el perfil, cuyo valor está dado por la diferencia algebraica de las pendientes de cada uno de ellos, como pasa a demostrarse.

Sean dos elementos rectos de pendientes $(+i_1)$ Y $(-i_2)$ con intersección en I, cuyo ángulo (γ) debe determinarse en función de tales pendientes. En la figura 84 se tiene:



$$\gamma = (180 - b) + a$$

- Figura 84 -

$$\text{tg } \gamma = \text{tg} [(180b) + a] = \frac{\text{tg} (180 - b) + \text{tg } a}{1 - \text{tg} (180 - b)\text{tg } a} \quad \frac{\text{tg } a - \text{tg } b}{1 + \text{tg } a \cdot \text{tg } b}$$

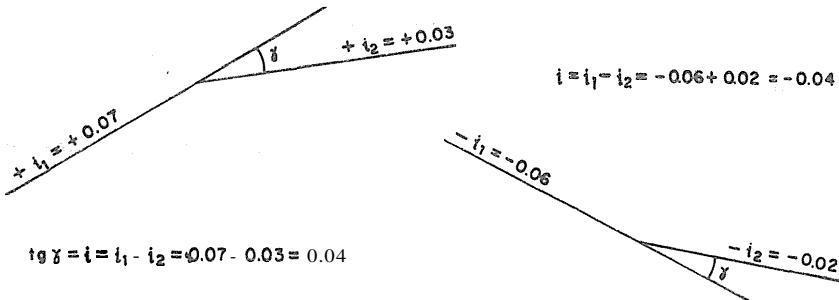
Tomando las pendientes analíticas de cada recta con la horizontal HH, que se denomina $(+i_1)$ y $(-i_2)$, y llamando $\text{tg } \gamma = i$:

$$i = \frac{i_1 - (-i_2)}{1 - i_1 \cdot i_2}$$

Despreciando el producto ($i_1 \times i_2$), dado su exiguo valor habitual con relación a la unidad:

$$i = i_1 - (-i_2) = i_1 + i_2$$

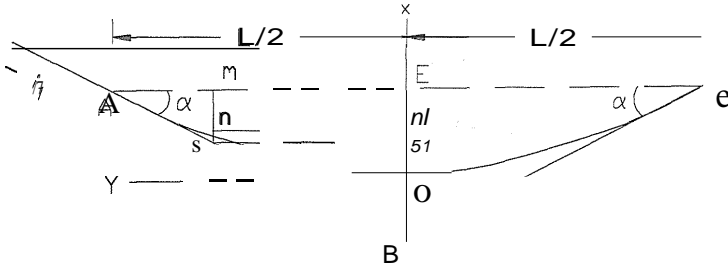
Esta fórmula tiene aplicación en la medida de los ángulos de elementos rectos de un perfil longitudinal en todos los casos, como aparece en la figura 85 y en las expresiones allí indicadas. El signo del ángulo no se toma en cuenta.



- Figura 85 -

La **parábola** de segundo **grado** como **curva** vertical de **enlace**

Utilizada la parábola cuadrática o de segundo grado como curva de enlace y de transición entre dos elementos rectos de un alineamiento vertical, debe determinarse el valor que señala la diferencia de cotas entre un punto de la curva y uno correspondiente a la tangente, situados ambos sobre la misma vertical, en función de la abscisa del punto de la curva, de la longitud de ésta y del ángulo de las rectas por enlazar en la rasante del diseño en perfil. La fórmula de cálculo se deduce de la figura 86 y en la forma que a continuación se indica:



- Figura 86 -

L = Longitud de la curva vertical, medida en su proyección horizontal

$-i_2, +i_1$ = pendientes de las dos rectas, expresadas en % y supuestas iguales

$\text{tgy} = i$ = ángulo de las dos rectas, expresado en decimal o tanto por uno

A = p.e.v., principio de curva vertical

B = P.LV., punto de intersección vertical

e = P.T.V., principio de tangente vertical

n = un punto cualquiera de la curva, con coordenadas (x, y)

s = Un punto de la tangente, sobre la vertical (mn) , de coordenadas (X, Y)

O = vértice de la curva y origen del sistema de coordenadas XY

sn = corrección de pendiente, valor que va a calcularse

$$sn = sIn' = On' - Os' = x - X$$

La ecuación de las curvas es

$$y^2 = 2px \quad \text{o} \quad x = \frac{y^2}{2p} \quad (1)$$

La ecuación general de tangente a la parábola es

$$Y - y = m(X - x)$$

$$m = \frac{dy}{dx}; \quad \frac{2y \frac{dy}{dx}}{dx} = 2p; \quad \frac{dy}{dx} = \frac{2p}{2y} = \frac{p}{y} = m$$

$$\text{Luego: } Y - y = \frac{p}{y}(X - x)$$

Para el punto de tangencia, hagamos $x = a$ y $y = b$

Entonces:

$$Y - b = \frac{p}{b}(X - a); \quad Yb - b^2 = pX - pa; \quad pX = Yb - b^2 + pa$$

Pero $nm' = ss'$ o $y = y$

Sustituyendo este valor

$$pX = yb - b^2 + pa$$

La ecuación de la curva en el punto A es $b^2 = 2pa$

$$\text{De donde } a = \frac{b^2}{2p}; \quad \frac{1}{2p} \cdot \frac{a}{b^2} \cdot p = \frac{b^2}{2a} \quad (2)$$

Reemplazando el valor de (a) en el de pX se tiene

$$pX = yb - b^2 + \frac{pb^2}{2p} = yb - b^2 + \frac{b^2}{2} = yb - \frac{b^2}{2}$$

$$\text{De donde } X = \frac{yb}{p} - \frac{b^2}{2p} = \frac{2yb}{2p} - \frac{b^2}{2p} \quad (3)$$

Sustituyendo los valores de (x) y de (X) de las ecuaciones (1) y (3) en el valor inicial de (sn):

$$sn = x - X = \frac{y^2}{2p} - \left(\frac{2yb}{2p} - \frac{b^2}{2p} \right) = \frac{y^2}{2p} - \frac{2yb}{2p} + \frac{b^2}{2p}$$

$$sn = \frac{1}{2p} (y^2 - 2yb + b^2)$$

El cuadrado perfecto del paréntesis se expresa por (h - y)² o (y - h)², pero se toma el primer valor por ser h > y Luego

$$sn = \frac{1}{2p} (b - y)^2$$

Reemplazando el valor de 1/2p por el de la igualdad (2);

$$sn = \frac{a}{b^2} (b - y)^2$$

y sustituyendo estos literales por los segmentos de recta correspondientes de la figura, se tiene

$$\text{sn} = \frac{\text{OE}}{\text{AE}^2} (\text{AE} - \text{mE})^2 = \frac{\text{OE}}{\text{AE}^2} \text{Am}^2 = \text{OE} \left(\frac{\text{Am}}{\text{AE}} \right)^2$$

Según la propiedad de la parábola $\text{OE} = \text{OB}$, que puede demostrarse de la manera siguiente:

En la expresión ya indicada de la tangente $\text{Yb} - \text{b}^2 = \text{pX} - \text{pa}$, para el punto B de esa recta se tiene $\text{Y} = 0$. O sea:

$$-\text{b}^2 = \text{p}(\text{X} - \text{a})$$

Remplazando el valor de (p) por el de la igualdad (2):

$$-\text{b}^2 = \frac{\text{b}^2}{2\text{a}} (\text{X} - \text{a}), \quad \frac{-2\text{ab}^2}{\text{b}} = \text{X} - \text{a} \quad -2\text{a} = \text{X} - \text{a}, \quad \text{a} = -\text{X}$$

$$\text{Luego } \ddot{\text{u}}\text{E} = \ddot{\text{u}}\text{B} \text{ y } \text{sn} = \ddot{\text{u}}\text{B} \frac{(\text{Am})^2}{\text{AE}}$$

Expresando el segmento OB, que es la externa de la curva, en función de otros elementos conocidos de la misma y dando al segmento AE el valor correspondiente a $L/2$, se tiene en la figura:

$$\ddot{\text{u}}\text{B} = \frac{\text{BE}}{2} \quad \text{y} \quad \text{BE} = \text{AE} \text{ tg } \alpha$$

$$\text{Pero } 2\text{a} = \text{y} \quad \alpha = \frac{\text{y}}{2}; \quad \text{tg } \alpha = \text{tg } \frac{\text{y}}{2} \approx \frac{\text{tg } \text{y}}{2}$$

Esta aproximación obedece al valor muy pequeño del ángulo (γ).

Por consiguiente:

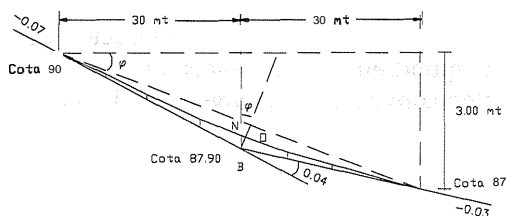
$$BE = AE \frac{\text{tg} \gamma}{2} = AE \frac{i}{2} = \frac{L}{2} \times \frac{i}{2} = \frac{Li}{4} \quad \text{Y} \quad \ddot{u}B = \frac{Li}{8}$$

$$\text{Entonces: } sn = \ddot{u}B \frac{(Am)^2}{AE} = \frac{Li}{8} \frac{(Am)^2}{L/2} = \frac{i}{2L} Am^2$$

Am es la abscisa de cada punto de la curva a partir de A, o sea del p.e.v.

Si las pendientes (i_1) e (i_2) tienen valor absoluto distinto, que es el caso más frecuente, el error que se comete aumenta en la medida en que se incline el eje vertical de la parábola, pues los valores de (sn) se calculan como paralelos a dicho eje y en la práctica se miden en sentido vertical. La diferencia está en función del coseno del ángulo de inclinación del eje mencionado, como segmento proyectante y proyectado, pero esa diferencia es absolutamente despreciable por lo exiguo del valor de tal ángulo y por la reducida magnitud de las ordenadas (sn) de las curvas verticales. El ejemplo siguiente comprueba esta aseveración.

En la figura 87 se tienen las expresiones:



$Bñ$ = longitud de la externa que se calcula

BN = externa con que se trabaja, cuya longitud debiera determinarse

ϕ = inclinación de la vertical

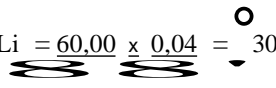
- Figura 87 -

En la figura, $\ddot{u}_B = BN \cos\phi$ o $BN = \frac{\ddot{u}_B}{\cos\phi}$

El ángulo (ϕ) se calcula por su tangente

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{3,00}{60,00} = 0,05 \quad \operatorname{arctg} 0,05 = 2^\circ 52' \quad \cos 2^\circ 52' = 0,9987$$

La externa \ddot{u}_B $Li = \frac{60,00}{2} \times \frac{0,04}{2} = 0,30$



$$\text{Luego } BN = \frac{\ddot{u}_B}{\cos\phi} = \frac{0,30}{0,9987} = 0,3003 \text{ m}$$

El error que se comete es de 0,0003 m en el valor máximo de (sn) que es la externa; en los restantes disminuye proporcionalmente.

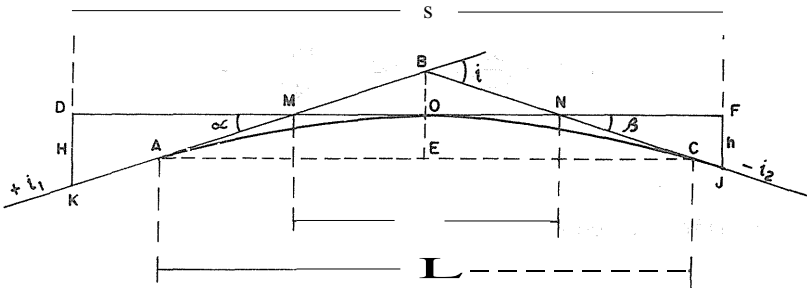
Longitud mínima de las curvas verticales con visibilidad de frenado

Como antes se dijo, los elementos rectos que constituyen el perfil longitudinal de una carretera se enlazan mediante curvas verticales, convexas y cóncavas, cuyas longitudes mínimas, además de ser suficientes para producir la variación de pendientes sin ocasionar cambios bruscos en la curvatura, se determinan de manera que satisfagan los requerimientos de visibilidad.

La longitud de las curvas verticales se fija por la consideración de la distancia de visibilidad (S) correspondiente a la velocidad de diseño. Según se trate de curvas verticales convexas o cóncavas, las longitudes requeridas son distintas.

Curvas verticales convexas

La longitud mínima de las curvas verticales convexas, con visibilidad de frenado, se determina para dos casos, según que esa distancia de visibilidad sea mayor o menor que la longitud de la curva.



- Figura 88 -

Caso 1: Cuando el observador y el objeto están fuera de la curva, la distancia de visibilidad es mayor que la longitud de la curva, esto es, $S > L$ (fig. 88).

Nomenclatura:

- S distancia de visibilidad de frenado.
- L longitud de la curva en su proyección horizontal.
- H altura del ojo del conductor sobre el pavimento.
- h altura del obstáculo sobre el pavimento.
- i ángulo de los alineamientos rectos, en decimal o tanto por uno.

Visual DF horizontal : Condición más desfavorable para H y h.

En la figura, $S = MN + DM + NF$

Como $\angle B = \angle E$ y MN paralela a AC, en los triángulos semejantes BMN y BAC se tiene:

$$\frac{MN}{2} = \frac{AC}{2} = \frac{L}{2}$$

En el triángulo rectángulo DMK,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{DK}{DM}; \quad DM = \frac{DK}{\operatorname{tag} \alpha} = \frac{H}{i_1}$$

En el triángulo rectángulo NFJ,

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{FJ}{NF'} \quad NF = \frac{FJ}{\operatorname{tag} \beta} = \frac{h}{i_2}$$

$$\text{Luego } S = \frac{L}{2} + \frac{H}{i_1} - \frac{h}{i_2}$$

$$\text{Como } i_2 \text{ es negativa, } S = \frac{L}{2} + H - \frac{h}{i_2}$$

Para S mínimo, $dS/di = 0$ función implícita, cuyas dos variables (i_1, i_2) se derivan con relación a (i). O sea,

$$\frac{-H}{i_2^2} + \frac{h}{i_2^2} = 0 \quad \text{también} \quad \frac{h}{i_2} = \frac{H}{i_1}$$

De esta última igualdad se deduce:

$$i_1^2 = \frac{H}{h} i_2^2 \quad \text{o} \quad \text{taro}b'lén \quad i_1 = \sqrt{\frac{H}{h}} i_2$$

$$i_2^2 = \frac{h}{H} i_1^2 \quad \text{o} \quad \text{taro}b'lén \quad i_2 = \sqrt{\frac{h}{H}} i_1$$

Como en este caso $i = i_1 + i_2$, se reemplaza:

$$i = \sqrt{\frac{H}{h}} i_2 + i_2 = i_2 \left(\sqrt{\frac{H}{h}} + 1 \right); \text{ De donde } i_2 = \frac{i}{\sqrt{\frac{H}{h}} + 1}$$

$$i = i_1 + \sqrt{\frac{h}{H}} i_1 = i_1 \left(\sqrt{\frac{h}{H}} + 1 \right); \text{ De donde } i_1 = \frac{i}{\sqrt{\frac{h}{H}} + 1}$$

Remplazando estos dos valores en el de S:

$$S = \frac{L}{2} + \frac{H}{i_1} + \frac{h}{i_2} = \frac{L}{2} + \frac{H \left(\sqrt{\frac{h}{H}} + 1 \right)}{i} + \frac{h \left(\sqrt{\frac{H}{h}} + 1 \right)}{i} = \frac{L}{2} +$$

$$\frac{H \left(\sqrt{\frac{h}{H}} + 1 \right) + h \left(\sqrt{\frac{H}{h}} + 1 \right)}{i}$$

El numerador del último quebrado puede transformarse así:

$$\begin{aligned} H \left(\sqrt{\frac{h}{H}} + 1 \right) + h \left(\sqrt{\frac{H}{h}} + 1 \right) &= H \sqrt{\frac{h}{H}} + H + h \sqrt{\frac{H}{h}} + h = \\ \sqrt{\frac{hH^2}{H}} + H + \sqrt{\frac{Hh^2}{h}} + h &= \sqrt{hH} + H + \sqrt{hH} + h = \\ 2\sqrt{hH} + H + h &= h + 2\sqrt{h}\sqrt{H} + H = (\sqrt{h} + \sqrt{H})^2 \end{aligned}$$

Sustituyendo este valor del numerador se tiene:

$$S = \frac{L}{2} + \frac{(\sqrt{h} + \sqrt{H})^2}{i} \quad \text{O sea, } L = 2S \frac{2(\sqrt{h} + \sqrt{H})^2}{i}$$

Para i expresado en %, la longitud mínima de la curva será, en metros:

$$L = 28 - \frac{200 (\sqrt{h} + \sqrt{H})^2}{i}$$

Caso II. Cuando el observador y el objeto están sobre la curva, la distancia de visibilidad de frenado es menor que la longitud de la curva, esto es, $S < L$ (fig. 89).

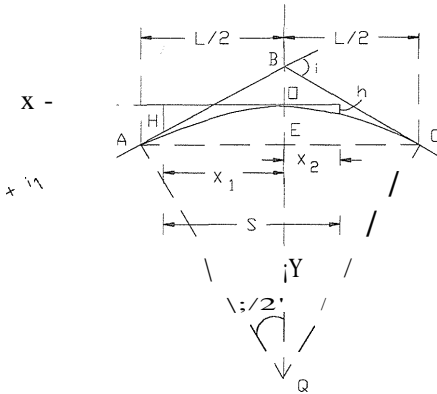
Nomenclatura:

S distancia de visibilidad.

L longitud de la curva

H = altura del ojo del conductor

i ángulo de los alineamientos rectos, en decimal.



- Figura 89 -

H = altura del obstáculo.

En la figura,

$$S = x_1 + x_2$$

Ecuación general de la curva según los ejes X, Y de la figura:

$$x^2 = 2py$$

Como la subnormal QE de la parábola, según una propiedad de esta curva, es constante e igual al parámetro (p), en el triángulo rectángulo AEQ se tiene:

$$\frac{i}{2} = \frac{AE}{QE} = \frac{L/2}{p}; \quad \text{de donde, } p = \frac{L}{1}$$

Remplazando en la ecuación,

$$x^2 = 2py \quad 2L \quad Y$$

Para $x = x_1$ $Y = H$ la ecuación será:

$$x_1^2 = \frac{2LH}{1} \quad \text{o} \quad x_1 = \sqrt{\frac{2LH}{1}}$$

Para $x = x_2$ $Y = h$ la ecuación será:

$$x_2^2 = \frac{2Lh}{1} \quad \text{o} \quad x_2 = \sqrt{\frac{2Lh}{1}}$$

Por consiguiente:

$$S = x_1 + x_2 = \sqrt{\frac{2L}{i} (\sqrt{H} + \sqrt{h})} \quad \text{y} \quad S^2 = \frac{2L}{i} (\sqrt{H} + \sqrt{h})^2$$

De donde

Para (i) en %:

$$L = \frac{S^2 i}{2(\sqrt{H} + \sqrt{h})^2}$$

$$L = \frac{S^2 i}{200(\sqrt{H} + \sqrt{h})^2} \text{ m}$$

Curvas verticales cóncavas

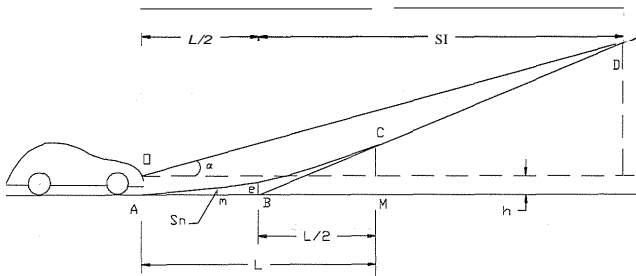
Entre los criterios existentes para determinar la longitud mínima de las curvas verticales cóncavas, como el de la distancia de visibilidad nocturna por luces delanteras de los vehículos, la comodidad en la marcha, el control de drenaje y la apariencia del alineamiento vertical, el primero es el más utilizado. El tramo de la carretera iluminado adelante depende de la posición de los faros y de su orientación. La altura de los faros delanteros se viene considerando como mínimo en 0.75 m sobre el pavimento, si bien las últimas normas de diseño de la AASHTÜ la reducen a 0.60 m debido a la tendencia de las fábricas de automóviles a disminuir la altura de éstos. La divergencia de los rayos superiores del cono de luz sobre la prolongación del eje del vehículo a la altura de los faros se señala en un ángulo máximo de 10, no obstante que tales rayos proveen una longitud adicional de menor iluminación que no se considera. El tramo de vía iluminado no puede ser < S.

Dos casos se presentan también en las curvas verticales cóncavas, según la diferencia entre la longitud de visibilidad de frenado que se adopte y la de la curva.

Caso I. El observador y el objeto están fuera de la curva, esto es, la distancia de visibilidad es mayor que la longitud de la curva: $S > L$ (fig. 90).

Nomenclatura:

- L = longitud de la curva vertical
 S distancia de visibilidad nocturna
 α ángulo máximo de los rayos de luz sobre el eje prolongado del vehículo
 h = altura de los faros sobre el pavimento
 e externa de la curva
 sn = corrección de pendiente de la abscisa Am



- Figura 90 -

El valor de la corrección de pendiente en la parábola de enlace está expresado por

$$sn = \frac{Li}{8} \left(\frac{Am}{L/2} \right)^2 = e \left(\frac{Am}{L/2} \right)^2 \quad \text{o} \quad sn = \frac{Am^2}{e (L/2)^2}$$

En consecuencia, $\frac{CM}{e} = \frac{L^2}{(L/2)^2} = \frac{4}{1}$ De donde $CM = 4e$.

En el triángulo ODE, $ED = OE \operatorname{tg} a = S \operatorname{tg} a$

En los triángulos semejantes BCM y BDF, $(CM/BM) = (DF/EF)$

Remplazando los segmentos lineales por su valor respectivo,

$$\frac{4e}{L/2} = \frac{8 \operatorname{tg} a + h}{8_1}$$

$$\text{De donde } 8_1 = \frac{8 \operatorname{tg} a + h}{i}$$

En la figura,

$$8 = \frac{L}{2} + 8_1 = \frac{L}{2} + \frac{8 \operatorname{tg} a + h}{i} \quad \text{y} \quad L = 28 - \frac{2(8 \operatorname{tg} a + h)}{i}$$

Para $a = 1^\circ$, $\operatorname{tg} a = 0,0175$; además $h = 0,75$

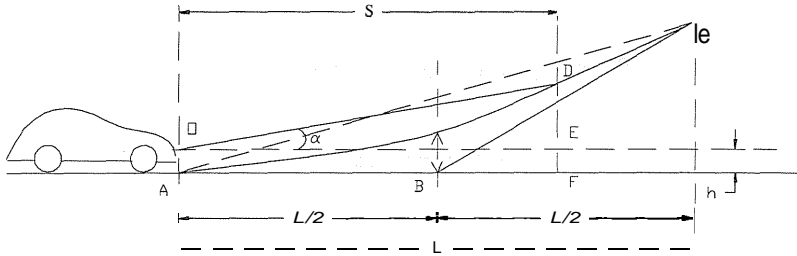
Sustituyendo valores,

$$L = 28 - \frac{2(0,01758 + 0,75)}{i} = 28 - \frac{0,0358 + 1,50}{i}$$

Expresados (i) en % y S en metros,

$$L = 28 - \frac{3,58}{i} + \frac{150}{i} \text{ m}$$

Caso n. El observador y el objeto están dentro de la curva, esto es, la distancia de visibilidad es menor que la longitud de la curva: $S < L$



- Figura 91 -

(fig. 91).

Nomenclatura:

Análoga a la de la figura 90 del caso 1.

En el triángulo OED, $DE = OE \operatorname{tga} = S \operatorname{tga}$

De acuerdo con la relación conocida en la parábola,

$$\frac{DF}{e} = \frac{S^2}{(L/2)^2} \text{ o } \frac{8 \operatorname{tga} + h}{e} = \frac{48^2}{L^2} \text{ . Pero } e = \frac{Li}{8}$$

$$\text{Luego } \frac{8(8 \operatorname{tga} + h)}{Li} = \frac{48^2}{L^2}$$

$$\text{De donde } 8^2 = \frac{L}{i} 2 (8 \operatorname{tga} + h)$$

Para $\operatorname{tga} = 0,0175$ Y $h = 0,75$,

$$8^2 = L (0,0358 + 1,50). \text{ De donde } L = \frac{8^2}{0,0358 + 1,50}$$

Si se expresan i en % y 8 en metros,

$$L = \frac{8^2 i}{3,58 + 150}$$

Significado y utilidad del valor K

La corrección de pendiente en la parábola, como curva vertical de enlace, está expresada por

$$sn = \frac{Li}{8} \left(\frac{Am}{L/2} \right)^2 = \frac{i}{L} \cdot \frac{Am^2}{2}$$

Como lo indica esta última igualdad, la tasa de los cambios de pendiente en los puntos sucesivos de una parábola es una cantidad constante. Esta tasa es igual a la diferencia algebraica entre las pendientes de las tangentes enlazadas, dividida por la longitud de la curva. O sea,

$$\frac{1}{L} = \frac{i_1 - i_2}{L} \text{ se hace } \frac{L}{i} = K$$

El valor recíproco (L/i) se designa con la letra K y es un valor que juega un papel importante en la determinación de la longitud mínima de la curva. K es la distancia horizontal, en metros, requerida para que se produzca un cambio de pendiente de un uno por ciento (1%) a lo largo de la curva. Es por consiguiente, una medida de la curvatura de la parábola.

Dados K y la variación total i de la pendiente entre las dos tangentes que se enlazan con la curva vertical, se obtiene la longitud de la curva con i expresado en la cifra significativa del porcentaje:

$$L = Kim$$

En el caso de las curvas verticales, su longitud mínima fijada atendiendo, más que a las condiciones de la dinámica de los vehículos, a los requerimientos de visibilidad y drenaje.

El valor K se determina en función de la distancia de visibilidad de frenado, vale decir, de la velocidad de diseño, como se demuestra en seguida:

Longitud mínima de curvas verticales convexas

Caso 1: $S > L$

$$L = 28 - \frac{2(\sqrt{h} + \sqrt{H})^2}{i}$$

Para $H = 1,37$, $h = 0,10$, S expresado en m e i en %,

$$L = 28 - \frac{200(\sqrt{0,10} + \sqrt{1,37})^2}{i} = 28 - \frac{444}{i} \text{ ro}$$

Para $H = 1,14$ Y $h = 0,15$, en análogas condiciones a las anteriores,

$$L = 28 - \frac{423}{i} \text{ ro}$$

Estas fórmulas no son aplicables para valores pequeños de i , para las cuales la longitud de la curva se anula o es muy reducida. Se recomienda utilizar, en cambio, la siguiente expresión de cálculo aproximado:

$$L = 0.6 V$$

L: longitud mínima de la curva en m

V: velocidad de diseño en km/h

Caso II: $S < L$

$$L = \frac{S^2 i}{2(\sqrt{H} + \sqrt{h})^2}$$

Para $H = 1,37$, $h = 0,10$, S expresado en m e i en %,

$$L = \frac{8^2 i}{200(\sqrt{1,37} + \sqrt{0,10})^2} = \frac{8^2 i}{444}$$

Ejemplo: para $S = 45$ m e $i = 14\%$, $L = 63,85$ m

Para $H = 1,14$ Y $h = 0,15$ en condiciones análogas a las anteriores,

$$L = \frac{8^2 i}{423}$$

Ejemplo: Para $S = 45$ m e $i = 14\%$, $L = 67,05$

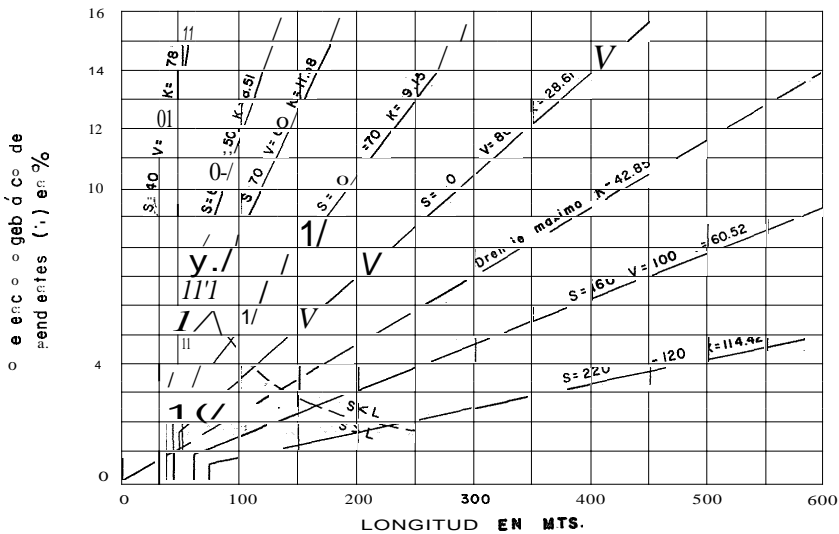
De la segunda de estas fórmulas, la más utilizada hasta el presente, se deduce

$$\frac{L}{i} = \frac{8^2}{423} \mathbf{K}$$

Este valor puede tabularse, para sucesivas distancias de visibilidad mínima de frenado y las correspondientes velocidades de diseño, en la forma siguiente:

Velocidad de diseño Kmlh	Visibilidad mínima de frenado en metros	Valores de K	
		Calculados	Redondeados
40	40	3.78	4
50	60	8.51	9
60	75	13.30	14
70	90	19.15	20
80	110	28.61	30
100	160	60.52	64
120	220	114.42	120

De la relación $L/i = K$ se deduce $L = Ki$, es decir, que el control de diseño en términos de K cubre todas las combinaciones de i y L para cualquier velocidad de diseño y facilita la selección de la curva vertical, ya que la longitud requerida será igual al producto de K por la diferencia algebraica i de las pendientes expresadas en %. Con base en esto se elabora el gráfico de la figura 92, en la forma siguiente:



- Figura 92 - Longitud mínima de curvas verticales convexas con visibilidad de frenado, para $H=1.14$ y $h=0.15$ mt. (El gráfico está elaborado con valores calculados de K. Los redondeados en el cuadro son los recomendados por el Ministerio de Obras Públicas de Colombia).

En el sistema rectangular, cuyas ordenadas están representadas por los valores de i o sean las pendientes en el alineamiento vertical, y las abscisas por los valores de L , o sean las longitudes mínimas de las curvas, se trazan las líneas de diseño en función de la escala de valores del parámetro K .

De la expresión $L = Ki$ resulta para $i = 0$, $L = 0$. Lo cual significa que todas las líneas confluyen al vértice de los ceros. El otro extremo de cada una de ellas se establece multiplicando los sucesivos valores calculados de K en el cuadro anterior por valores adecuados de i . Ejemplos: para $K = 3.78$ e $i = 16$, $L = 60,48$; Para $K = 28.61$ e $i = 16$, $L = 457,76$; Para $K = 42,85$ e $i = 14$, $L = 599,90$. Con estos resultados se marca, en el trazo horizontal que corresponda a la pendiente escogida, la abscisa relativa a cada extremo de las líneas de diseño.

El gráfico se utiliza así: con un valor K , que corresponde a la velocidad de diseño dada V y a su respectiva distancia de visibilidad de frenado S se identifica la línea de diseño; Se busca la intersección de esta línea con la horizontal correspondiente al valor i del caso que se desea resolver; la proyección de esta intersección sobre el eje de las abscisas señala la longitud mínima, en metros, de la curva buscada.

En la parte inferior izquierda del gráfico (fig 92). la curva punteada corresponde a la condición $S = L$, trazada con base en la fórmula

$$L = \frac{S^2 i}{423}$$

$$\text{Para } S = L, L = \frac{423}{1}$$

Dando a i sus valores sucesivos se obtienen los correspondientes de L que permiten marcar los trazos de la curva en mención.

Como la práctica exige un mínimo en la longitud de las curvas verticales no inferior a 30 m, con la aplicación de la fórmula empírica $L = 0.6.V$ este ajuste se ve realizado en las líneas verticales del gráfico que aparecen en la esquina izquierda inferior.

Control por drenaje

En el estudio sobre la pendiente se indicó que la mínima aceptada, por concepto de drenaje, es de 0,35% para pavimentos de tipo alto. En las curvas verticales, convexas o cóncavas, se tiene siempre un corto tramo central a nivel, que dificulta el drenaje longitudinal en pavimentos con sardineles si la mínima pendiente de 0.35% se consigue en 15 metros a cada lado del vértice de la curva. En consecuencia, se tiene:

$$= i_1 - i_2 = 0,35 - (-0,35) = 0,70\%$$

$$y \quad K = \frac{L}{i} = \frac{15 + 15}{0,70} = 42,85$$

La línea de diseño correspondiente a este valor se traza punteada en el gráfico de la figura 92 como el "drenaje máximo". Todas las combinaciones de K por encima de esta línea satisfacen la condición de drenaje; las de abajo, para velocidades de diseño de 100 a 120 km/h, suponen curvas verticales muy planas en su cresta que requieren atención especial para proporcionar drenaje conveniente en ese tramo.

Longitud mínima de curvas verticales cóncavas

Caso I: $S > L$. Se dedujo anteriormente la fórmula

$$L = 28 \cdot \frac{(Stg\alpha + h)}{i}$$

Para $\alpha = 1^\circ$, $h = 0,60$ m, S en m e i en %,

$$L = 28 \frac{3,58 + 120}{i}$$

Esta fórmula, como en el mismo caso de las curvas convexas, tampoco es aplicable para valores pequeños de i , ya que la longitud de la curva se anula o es muy reducida, y para valores altos de i , se contempla el caso de $S < L$. se recomienda, en consecuencia, hacer uso de la fórmula práctica que se indicó para las curvas convexas: $L = 0.60 V$.

Caso II: $S < L$. se tiene la fórmula ya deducida:

$$8^2 = \frac{L}{1} 2 (8 \operatorname{tga} + h)$$

Para $\alpha = 1^\circ$, $h = 0,60$ m, S en m, e i %,

$$L = \frac{8^2}{3,58 + 120}$$

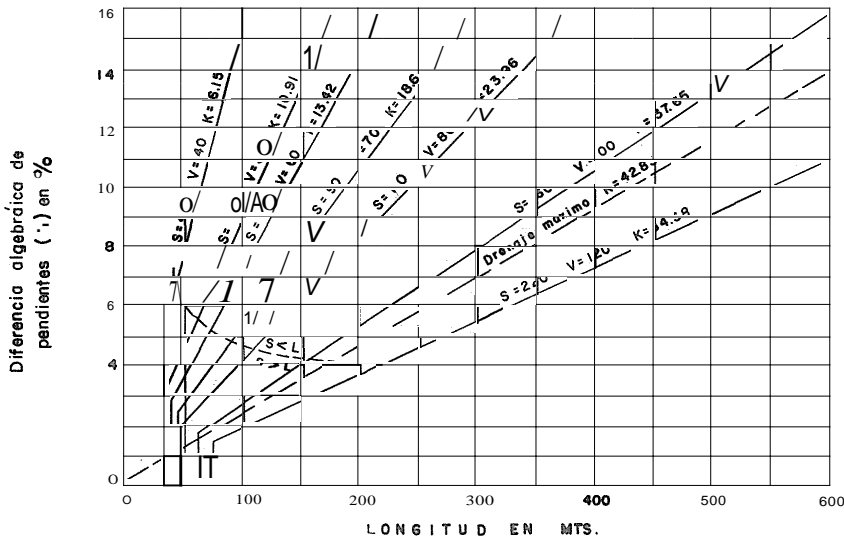
Es ésta la fórmula aconsejada para la altura de faros de los nuevos modelos de vehículos, y de ella se deduce

$$\frac{L}{3,58 + 120} = K$$

Este valor puede tabularse así:

Velocidad de diseño Km/h	Visibilidad mínima de frenado en metros	Valores de K	
		Calculado	Redondeado
40	40	6.15	7
50	60	10.91	12
60	75	14.71	15
70	90	18.62	20
80	110	23.96	25
100	160	37.65	39
120	220	54.38	56

En la misma forma como se elaboró el gráfico de la figura 92 se elabora, con estos nuevos valores de K, en la figura 93, por medio del cual se determinan las longitudes mínimas de las curvas verticales cóncavas para diferentes distancias de frenado y las correspondientes velocidades de diseño.



- Figura 93 - Longitud mínima de curvas verticales cóncavas con visibilidad de frenado, para $h=0.60$ mt. $\gamma_a=1^\circ$

Las líneas llenas en este gráfico indican las de diseño correspondientes a cada valor del parámetro o coeficiente angular K de la curva vertical, cuyas intersecciones con las horizontales que representan los valores de i proyectan, en el renglón de las abscisas, las respectivas longitudes mínimas de las curvas cóncavas.

La línea de diseño punteada corresponde al valor $K = 42,85$ Y señala "el drenaje máximo". Sólo las líneas ubicadas por encima de ésta satisfacen las condiciones de drenaje. A las inferiores se da la misma interpretación que en el gráfico de las curvas convexas.

La curva punteada, que cruza todas las curvas de diseño, corresponde a la condición $S = L$. En consecuencia, para trazarla, se determina en cada una de tales líneas un punto que tenga como abscisa L el mismo valor de la distancia de visibilidad de frenado S en función de la cual se calculó la respectiva línea. Por ejemplo, un punto de la línea de diseño de $S = 60$ que tenga como abscisa $L = 60$. En la misma forma puede trazarse esta curva en la figura 92.

Las longitudes mínimas de las curvas verticales convexas, establecidas por la práctica, son aplicables también para las cóncavas y varían entre 30 y 90 m según la velocidad de diseño. Tales longitudes se calculan con la fórmula $L = 0,6 V$ Y están representadas en el gráfico por las líneas verticales trazadas en la esquina izquierda inferior de la figura 93.

Control por ~~comodidad~~ en la ~~marcha~~

En relación con la comodidad en la marcha de un vehículo que transita por una curva vertical, el efecto de cambios de dirección en la componente vertical de su peso es mayor en la curva cóncava que en la convexa, debido a que la fuerza centrífuga y la gravedad actúan en el mismo sentido y no como fuerzas opuestas, lo cual ocurre favorablemente en la convexa. La comodidad en este último caso no se altera sensiblemente, pues la acción de la aceleración centrífuga es absorbida por los resortes del vehículo, la flexibilidad de las llantas y el peso del móvil.

Algunas investigaciones realizadas sobre el particular indican que el paso por una curva cóncava no ocasiona incomodidad al vehículo cuando la aceleración centrífuga no excede de 1 pie/seg^2 , o sean $0,305 \text{ m/seg}^2$, así:

$$\frac{v^2}{R} < 0,305 \text{ dado } v \text{ en metros por segundo.}$$

Para V dado en kilómetros por hora

$$\frac{V^2}{3,6^2R} \leq 0,305 \quad \text{o} \quad \frac{V^2}{3,96} < R$$

Para el cálculo de la longitud mínima de la curva, con este criterio, la AA8HTü recomienda la siguiente fórmula en que se expresa i en %, V en km/h y L en m:

$$L = \frac{iV^2}{396}; \quad \text{de donde, } \frac{L}{i} = \frac{V^2}{396} = K$$

La longitud de curva vertical requerida para satisfacer este factor de comodidad, de acuerdo con los sucesivos valores de K, es sólo de un 60% aproximadamente de la requerida para satisfacer la distancia mínima de visibilidad de frenado en las curvas cóncavas, lo cual se deduce de la diferencia de valores de K que aparece en el cuadro de la página 251 y el que aparece a continuación. Indica esto que, diseñando curvas verticales con distancia mínima de visibilidad de frenado, queda garantizada la comodidad en la marcha.

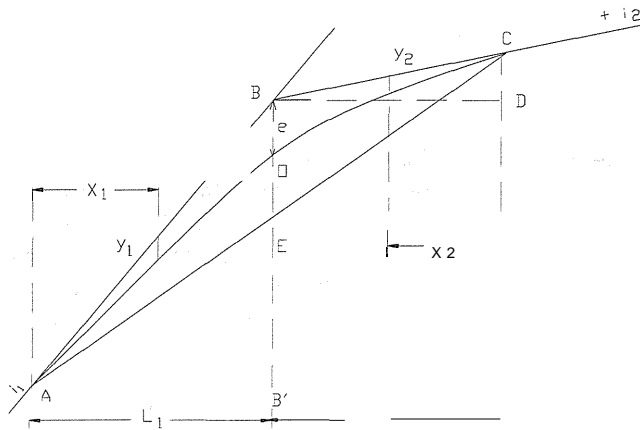
La siguiente tabla contiene los valores de K para las diferentes velocidades de diseño:

Velocidad de diseño en Kmlh	Valores de K	
	Calculados	Redondeados
40	4.04	4
50	6.31	7
60	9.09	10
70	12.37	13
80	16.16	17
100	25.25	26
120	36.36	37

Curvas verticales asimétricas

Se entiende por curvas verticales asimétricas aquellas para las cuales son desiguales las proyecciones horizontales de las tangentes. Este caso se presenta cuando, en una de las tangentes o elementos rectos por empalmar en el perfil, existe un punto obligado que limite la longitud de la respectiva rama de la parábola. Tal ocurre, por ejemplo, en el acceso a un puente, en intersecciones con carreteras y vías férreas, etc.,

Como la externa de la curva tiene valores diferentes, según sea ella simétrica o asimétrica, debe establecerse la fórmula de cálculo para esta última, como pasa a deducirse (fig. 94)



- Figura 94 -

$$L_1 \neq L_2$$

$$\text{Cota de A} = 0,00$$

$$\text{Cota de B} = BB' = L_1 i_1$$

$$\text{Cota de C} = CC' = DC' + DC = L_1 i_1 + L_2 i_2$$

$$\text{Cota de E} = EB' = L_1 \times \text{Pendiente AC}$$

$$\text{Pendiente AC} = \frac{CC'}{AC'} = \frac{L_1 i_1 + L_2 i_2}{L_1 + L_2}$$

$$\text{y EB}' = L_1 \frac{L_1 i_1 + L_2 i_2}{L_1 + L_2}$$

Según propiedad de la parábola, la externa

$$e = \frac{1}{2} (BB' - EB')$$

y sustituyendo valores en esta igualdad,

$$e = \frac{1}{2} [L_1 i_1 - \frac{L_1(L_1 i_1 + L_2 i_2)}{L_1 + L_2}]$$

$$e = \frac{1}{2(L_1 + L_2)} [L_1 i_1(L_1 + L_2) - L_1(L_1 i_1 + L_2 i_2)]$$

$$e = \frac{1}{2(L_1 + L_2)} (L_1^2 i_1 + L_1 i_1 L_2 - L_1^2 i_1 - L_1 L_2 i_2)$$

$$e = \frac{1}{2(L_1 + L_2)} [L_1 L_2 (i_1 - i_2)] = \frac{L_1 L_2}{2(L_1 + L_2)} (i_1 - i_2)$$

$$\text{o sea, } e = \frac{iL}{2eL_1 + L_2}$$

Las demás ordenadas de la parábola están dadas, por una y otra de las ramas desiguales de la curva, por la fórmula general establecida para calcular las proyecciones de pendiente:

$$y_1 = e \left(\frac{x_1}{L_1} \right)^2 \quad y_2 = e \left(\frac{x_2}{L_2} \right)^2$$

Remplazando en la primera de estas dos igualdades el valor de e,

$$\frac{iL_1L_2}{2(L_1 + L_2)} \left(\frac{x_1}{L_1} \right)^2$$

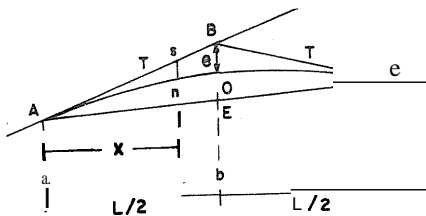
$$\text{Si se hacen } L_1 = L_2 = \frac{L}{2}$$

$$y_1 = \frac{iL^2/4}{2L} \left(\frac{x_1}{L/2} \right)^2 = \frac{iL}{8} \left(\frac{x_1}{L/2} \right)^2 = \text{sn}$$

Es ésta la expresión ya determinada para la parábola simétrica, lo cual comprueba la exactitud de las fórmulas deducidas.

La externa en función de cotas

Como las cotas de los puntos de tangencia y de la intersección de las tangentes de una curva vertical se determinan con precisión en el perfil, en función de ellas puede calcularse la externa.



Sean Ca), Cb) y Cc) las cotas respectivas de los puntos A, B y C (Fig. 95) de una parábola convexa.

Puesto que en la parábola el punto O es medio entre B y E,

$$e = BO = \frac{BE}{2} = \frac{1}{2} \left(b - \frac{a+c}{2} \right)$$

$$Y_{sn} = \frac{1}{2} \left(b - \frac{a+c}{2} \right) \left(\frac{x}{L/2} \right)^2$$

Si la parábola es cóncava, para la deducción se invierte la parte superior de la figura 95 y se conserva abajo el eje horizontal de proyecciones. Utilizando una nomenclatura análoga, se tendrá:

$$e = \frac{1}{2} \left(\frac{a+c}{2} - b \right) \quad y \quad sn = \frac{1}{2} \left(\frac{a+c}{2} - b \right) \left(\frac{x}{L/2} \right)^2$$

TABLAS PARA CORRECCION DE PENDIENTE

La fórmula de cálculo, ya deducida (página 231) para la corrección de pendiente en la parábola simétrica es, denominando (x) la abscisa a partir del p.e.v.,

$$sn = \frac{Li}{8} \left(\frac{x}{L/2} \right)^2$$

Ya que el abscisado de las dos tangentes de la curva es el mismo que el de ésta, pues las proyecciones horizontales de unas y otras coinciden, cada tangente puede expresarse (fig. 95) así:

$$T = \frac{L}{2} \quad \text{de donde} \quad L = 2T$$

Si en el factor $Li/8$, que representa la externa (e) en el valor sn, se reemplaza a L y se expresa i en número entero o sea en un tanto por ciento (%), se tiene:

$$\frac{Li}{8} = \frac{2Ti}{8 \times 100} = \frac{Ti}{400} \quad \text{y} \quad sn = \frac{Ti}{400} \left(\frac{x}{T}\right)^2$$

Esta última expresión se tabula para longitudes de curva en una escala que va de 60 a 300 m, de 20 en 20 m; para variaciones de $i\%$ en cada longitud comprendidas entre 2,0 y 16,0 de 0,2 en 0,2, y para cuerdas de 5 y 10 metros que son las usuales en el abscisado del proyecto.

Para la configuración adecuada de una curva vertical se recomienda localizarla con cuerda de 5 metros para longitudes de 60 a 100 metros y de 10 metros para longitudes de 120 m en adelante.

Como ejemplo de utilización de la fórmula para elaborar tablas de corrección de pendiente, se desarrolla el siguiente con una curva de esas características:

$L = 2T = 60,00$ m; $i = 3,4$ y cuerda de 5m

$$sn = \frac{30}{400} \times \frac{3,4}{30} \left(\frac{5}{30}\right)^2 = 0,01 \text{ m}$$

$$sn = \frac{30}{400} \times \frac{3,4}{30} \left(\frac{10}{30}\right)^2 = 0,03 \text{ m}$$

$$sn = \frac{30}{400} \times \frac{3,4}{30} \left(\frac{25}{30}\right)^2 = 0,18 \text{ m}$$

$$sn = \frac{30}{400} \times \frac{3,4}{30} \left(\frac{30}{30}\right)^2 = 0,26 = e \text{ m}$$

Es suficiente tabular correcciones de pendiente para media curva, ya que, siendo ésta simétrica, para la otra mitad se aplican los mismos valores en orden descendente. Se ofrecen en seguida las tablas de uso práctico para diferentes longitudes L y sucesivos valores de i :

CURVAS VERTICALES - Longitud 60 metros - T = 30 m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del p.e.v.					
<i>i</i> ₁ ± <i>i</i> ₂	5	10	15	20	25	30
2.00	0.00	0.02	0.04	0.07	0.10	0.15
2.20	0.00	0.02	0.04	0.07	0.11	0.17
2.40	0.01	0.02	0.05	0.08	0.13	0.18
2.60	0.01	0.02	0.05	0.09	0.14	0.20
2.80	0.01	0.02	0.05	0.09	0.15	0.21
3.00	0.01	0.02	0.06	0.10	0.16	0.23
3.20	0.01	0.03	0.06	0.11	0.17	0.24
3.40	0.01	0.03	0.06	0.11	0.18	0.26
3.60	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19	0.27
3.80	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.29
4.00	0.01	0.03	0.08	0.13	0.21	0.30
4.20	0.01	0.04	0.08	0.14	0.22	0.32
4.40	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.33
4.60	0.01	0.04	0.09	0.15	0.24	0.35
4.80	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36
5.00	0.01	0.04	0.09	0.17	0.26	0.38
5.20	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27	0.39
5.40	0.01	0.05	0.10	0.18	0.28	0.41
5.60	0.01	0.05	0.11	0.19	0.29	0.42
5.80	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30	0.44
6.00	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.45
6.20	0.01	0.05	0.12	0.21	0.32	0.47
6.40	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.48
6.60	0.01	0.06	0.12	0.22	0.34	0.50
6.80	0.01	0.06	0.13	0.23	0.35	0.51
7.00	0.02	0.06	0.13	0.23	0.36	0.53
7.20	0.02	0.06	0.14	0.24	0.37	0.54
7.40	0.02	0.06	0.14	0.25	0.38	0.56
7.60	0.02	0.06	0.14	0.25	0.40	0.57
7.80	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41	0.59
8.00	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.60
8.20	0.02	0.07	0.15	0.27	0.43	0.62
8.40	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.63
8.60	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.65
8.80	0.02	0.07	0.17	0.29	0.46	0.66

CURVAS VERTICALES · Longitud 60 metros · $T = 30$ m

$i\%$	Abscisas a partir del P.C.V.					
$i1 \pm i2$	5	10	15	20	25	30
9.00	0.02	0.08	0.17	0.30	0.47	0.68
9.20	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.69
9.40	0.02	0.08	0.18	0.31	0.49	0.71
9.60	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72
9.80	0.02	0.08	0.18	0.33	0.51	0.74
10.00	0.02	0.08	0.19	0.33	0.52	0.75
10.20	0.02	0.09	0.19	0.34	0.53	0.77
10.40	0.02	0.09	0.20	0.35	0.54	0.78
10.60	0.02	0.09	0.20	0.35	0.55	0.80
10.80	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.81
11.00	0.02	0.09	0.21	0.37	0.57	0.83
11.20	0.02	0.09	0.21	0.37	0.58	0.84
11.40	0.02	0.10	0.21	0.38	0.59	0.86
11.60	0.02	0.10	0.22	0.39	0.60	0.87
11.80	0.03	0.10	0.22	0.39	0.61	0.89
12.00	0.03	0.10	0.23	0.40	0.63	0.90
12.20	0.03	0.10	0.23	0.41	0.64	0.92
12.40	0.03	0.10	0.23	0.41	0.65	0.93
12.60	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66	0.95
12.80	0.03	0.11	0.24	0.43	0.67	0.96
13.00	0.03	0.11	0.24	0.43	0.68	0.98
13.20	0.03	0.11	0.25	0.44	0.69	0.99
13.40	0.03	0.11	0.25	0.45	0.70	1.01
13.60	0.03	0.11	0.26	0.45	0.71	1.02
13.80	0.03	0.12	0.26	0.46	0.72	1.04
14.00	0.03	0.12	0.26	0.47	0.73	1.05
14.20	0.03	0.12	0.27	0.47	0.74	1.07
14.40	0.03	0.12	0.27	0.48	0.75	1.08
14.60	0.03	0.12	0.27	0.49	0.76	1.10
14.80	0.03	0.12	0.28	0.49	0.77	1.11
15.00	0.03	0.13	0.28	0.50	0.78	1.13
15.20	0.03	0.13	0.29	0.51	0.79	1.14
15.40	0.03	0.13	0.29	0.51	0.80	1.16
15.60	0.03	0.13	0.29	0.52	0.81	1.17
15.80	0.03	0.13	0.30	0.53	0.82	1.19
16.00	0.03	0.13	0.30	0.53	0.83	1.20

CURVAS VERTICALES - Longitud 80 metros - T = 40 m

$i\%$	Abscisas a partir del p.e.v.							
$i1 \pm i2$	5	10	15	20	25	30	35	40
2.00	0.00	0.01	0.03	0.05	0.08	0.11	0.15	0.20
2.20	0.00	0.01	0.03	0.06	0.09	0.12	0.17	0.22
2.40	0.00	0.02	0.03	0.06	0.09	0.14	0.18	0.24
2.60	0.00	0.02	0.04	0.07	0.10	0.15	0.20	0.26
2.80	0.00	0.02	0.04	0.07	0.11	0.16	0.21	0.28
3.00	0.00	0.02	0.04	0.08	0.12	0.17	0.23	0.30
3.20	0.01	0.02	0.05	0.08	0.13	0.18	0.25	0.32
3.40	0.01	0.02	0.05	0.09	0.13	0.19	0.26	0.34
3.60	0.01	0.02	0.05	0.09	0.14	0.20	0.28	0.36
3.80	0.01	0.02	0.05	0.10	0.15	0.21	0.29	0.38
4.00	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16	0.23	0.31	0.40
4.20	0.01	0.03	0.06	0.11	0.16	0.24	0.32	0.42
4.40	0.01	0.03	0.06	0.11	0.17	0.25	0.34	0.44
4.60	0.01	0.03	0.06	0.12	0.18	0.26	0.35	0.46
4.80	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19	0.27	0.37	0.48
5.00	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.28	0.38	0.50
5.20	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.29	0.40	0.52
5.40	0.01	0.03	0.08	0.14	0.21	0.30	0.41	0.54
5.60	0.01	0.04	0.08	0.14	0.23	0.32	0.43	0.56
5.80	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.33	0.44	0.58
6.00	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.34	0.46	0.60
6.20	0.01	0.04	0.09	0.16	0.24	0.35	0.47	0.62
6.40	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64
6.60	0.01	0.04	0.09	0.17	0.26	0.37	0.50	0.66
6.80	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27	0.38	0.52	0.68
7.00	0.01	0.04	0.10	0.18	0.27	0.39	0.54	0.70
7.20	0.01	0.05	0.10	0.18	0.28	0.41	0.55	0.72
7.40	0.01	0.05	0.10	0.19	0.29	0.42	0.57	0.74
7.60	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30	0.43	0.58	0.76
7.80	0.01	0.05	0.11	0.20	0.30	0.44	0.60	0.78
8.00	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.45	0.61	0.80
8.20	0.01	0.05	0.12	0.21	0.32	0.46	0.63	0.82
8.40	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.47	0.64	0.84
8.60	0.01	0.05	0.12	0.22	0.34	0.48	0.66	0.86
8.80	0.01	0.06	0.12	0.22	0.34	0.50	0.67	0.88

CURVAS VERTICALES - Longitud 80 metros · T = 40 m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del P.C.V.							
<i>i</i> ₁ ± <i>i</i> ₂	5	10	15	20	25	30	35	40
9.00	0.01	0.06	0.13	0.23	0.35	0.51	0.69	0.90
9.20	0.01	0.06	0.13	0.23	0.36	0.52	0.70	0.92
9.40	0.01	0.06	0.13	0.24	0.37	0.53	0.72	0.94
9.60	0.02	0.06	0.14	0.24	0.38	0.54	0.74	0.96
9.80	0.02	0.06	0.14	0.25	0.38	0.55	0.75	0.98
10.00	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39	0.56	0.77	1.00
10.20	0.02	0.06	0.14	0.26	0.40	0.57	0.78	1.02
10.40	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41	0.59	0.80	1.04
10.60	0.02	0.07	0.15	0.27	0.41	0.60	0.81	1.06
10.80	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.61	0.83	1.08
11.00	0.02	0.07	0.15	0.28	0.43	0.62	0.84	1.10
11.20	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.63	0.86	1.12
11.40	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.64	0.87	1.14
11.60	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.65	0.89	1.16
11.80	0.02	0.07	0.17	0.30	0.46	0.66	0.90	1.18
12.00	0.02	0.08	0.17	0.30	0.47	0.68	0.92	1.20
12.20	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.69	0.93	1.22
12.40	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.70	0.95	1.24
12.60	0.02	0.08	0.18	0.32	0.49	0.71	0.96	1.26
12.80	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72	0.98	1.28
13.00	0.02	0.08	0.19	0.33	0.51	0.73	1.00	1.30
13.20	0.02	0.08	0.19	0.33	0.52	0.74	0.01	1.32
13.40	0.02	0.08	0.19	0.34	0.52	0.75	0.03	1.34
13.60	0.02	0.09	0.19	0.34	0.53	0.75	0.04	1.36
13.80	0.02	0.09	0.19	0.35	0.54	0.78	0.06	1.38
14.00	0.02	0.09	0.20	0.35	0.55	0.79	1.07	1.40
14.20	0.02	0.09	0.20	0.36	0.55	0.80	1.09	1.42
14.40	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.81	1.10	1.44
14.60	0.02	0.09	0.21	0.37	0.57	0.82	1.12	1.46
14.80	0.02	0.09	0.21	0.37	0.58	0.83	1.13	1.48
15.00	0.02	0.09	0.21	0.38	0.59	0.84	1.15	1.50
15.20	0.02	0.10	0.21	0.38	0.59	0.86	1.16	1.52
15.40	0.02	0.10	0.22	0.39	0.60	0.87	1.18	1.54
15.60	0.02	0.10	0.22	0.39	0.61	0.88	1.19	1.56
15.80	0.02	0.10	0.22	0.40	0.62	0.89	1.21	1.58
16.00	0.03	0.10	0.23	0.40	0.63	0.90	1.23	1.60

CURVAS VERTICALES - Longitud 100 metros - T = 50 m										
<i>i</i> %	Abscisas a partir del p.e.v.									
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
2.00	0.00	0.01	0.02	0.04	0.06	0.09	0.12	0.16	0.20	0.25
2.20	0.00	0.01	0.02	0.04	0.07	0.10	0.13	0.18	0.22	0.28
2.40	0.00	0.01	0.03	0.05	0.08	0.11	0.15	0.19	0.24	0.30
2.60	0.00	0.01	0.03	0.05	0.08	0.12	0.16	0.21	0.26	0.33
2.80	0.00	0.01	0.03	0.06	0.09	0.13	0.17	0.22	0.28	0.35
3.00	0.00	0.02	0.03	0.06	0.09	0.14	0.18	0.24	0.30	0.38
3.20	0.00	0.02	0.04	0.06	0.10	0.14	0.20	0.26	0.32	0.40
3.40	0.00	0.02	0.04	0.07	0.11	0.15	0.21	0.28	0.35	0.43
3.60	0.00	0.02	0.04	0.07	0.11	0.16	0.22	0.29	0.37	0.45
3.80	0.00	0.02	0.04	0.08	0.12	0.17	0.24	0.31	0.39	0.48
4.00	0.01	0.02	0.05	0.08	0.13	0.18	0.25	0.32	0.41	0.50
4.20	0.01	0.02	0.05	0.08	0.13	0.19	0.26	0.34	0.43	0.53
4.40	0.01	0.02	0.05	0.09	0.14	0.20	0.27	0.35	0.45	0.55
4.60	0.01	0.02	0.05	0.09	0.15	0.21	0.28	0.37	0.47	0.58
4.80	0.01	0.02	0.05	0.10	0.15	0.22	0.29	0.38	0.49	0.60
5.00	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16	0.23	0.31	0.40	0.51	0.63
5.20	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16	0.23	0.32	0.42	0.53	0.65
5.40	0.01	0.03	0.06	0.11	0.17	0.24	0.33	0.44	0.55	0.68
5.60	0.01	0.03	0.06	0.11	0.18	0.25	0.34	0.45	0.57	0.70
5.80	0.01	0.03	0.07	0.12	0.18	0.26	0.36	0.47	0.59	0.73
6.00	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19	0.27	0.37	0.48	0.61	0.75
6.20	0.01	0.03	0.07	0.12	0.20	0.28	0.38	0.50	0.63	0.78
6.40	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.29	0.39	0.51	0.65	0.80
6.60	0.01	0.03	0.07	0.13	0.21	0.30	0.41	0.53	0.67	0.83
6.80	0.01	0.03	0.08	0.14	0.21	0.31	0.42	0.54	0.69	0.85
7.00	0.01	0.03	0.08	0.14	0.22	0.32	0.43	0.56	0.71	0.88
7.20	0.01	0.04	0.08	0.14	0.23	0.32	0.44	0.58	0.73	0.90
7.40	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.33	0.46	0.60	0.75	0.93
7.60	0.01	0.04	0.09	0.15	0.24	0.34	0.47	0.61	0.77	0.95
7.80	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.35	0.48	0.63	0.79	0.98
8.00	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.81	1.00
8.20	0.01	0.04	0.09	0.16	0.26	0.37	0.50	0.66	0.83	1.03
8.40	0.01	0.04	0.09	0.17	0.26	0.38	0.51	0.67	0.85	1.05
8.60	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27	0.39	0.53	0.69	0.87	1.08
8.80	0.01	0.04	0.10	0.18	0.28	0.40	0.54	0.70	0.89	1.10

CURVAS VERTICALES - Longitud 100 metros· T = 50 m										
<i>i</i> %	Abscisas a partir del P.C.V.									
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
9.00	0.01	0.05	0.10	0.18	0.28	0.41	0.55	0.72	0.92	1.13
9.20	0.01	0.05	0.10	0.18	0.29	0.41	0.56	0.74	0.93	1.15
9.40	0.01	0.05	0.11	0.19	0.29	0.42	0.58	0.76	0.95	1.18
9.60	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30	0.43	0.59	0.77	0.97	1.20
9.80	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.44	0.60	0.79	1.00	1.23
10.00	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.45	0.61	0.80	1.01	1.25
10.20	0.01	0.05	0.12	0.20	0.32	0.46	0.62	0.82	1.04	1.28
10.40	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.47	0.64	0.83	1.05	1.30
10.60	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.48	0.65	0.85	1.08	1.33
10.80	0.01	0.05	0.12	0.22	0.34	0.49	0.66	0.86	1.09	1.35
11.00	0.01	0.06	0.12	0.22	0.35	0.50	0.67	0.88	1.11	1.38
11.20	0.01	0.06	0.13	0.22	0.35	0.50	0.69	0.90	1.13	1.40
11.40	0.01	0.06	0.13	0.23	0.36	0.51	0.70	0.92	1.15	1.43
11.60	0.01	0.06	0.13	0.23	0.36	0.52	0.71	0.93	1.17	1.45
11.80	0.01	0.06	0.13	0.24	0.37	0.53	0.72	0.95	1.19	1.48
12.00	0.02	0.06	0.14	0.24	0.38	0.54	0.74	0.96	1.22	1.50
12.20	0.02	0.06	0.14	0.24	0.38	0.55	0.75	0.98	1.24	1.53
12.40	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39	0.56	0.76	0.99	1.26	1.55
12.60	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39	0.57	0.77	1.01	1.28	1.58
12.80	0.02	0.06	0.14	0.26	0.40	0.58	0.78	1.02	1.30	1.60
13.00	0.02	0.06	0.15	0.26	0.41	0.59	0.80	1.04	1.32	1.63
13.20	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41	0.59	0.81	1.06	1.34	1.65
13.40	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.60	0.82	1.08	1.36	1.68
13.60	0.02	0.07	0.15	0.27	0.43	0.61	0.83	1.09	1.38	1.70
13.80	0.02	0.07	0.16	0.28	0.43	0.62	0.85	1.11	1.40	1.73
14.00	0.02	0.06	0.16	0.28	0.44	0.63	0.86	1.12	1.42	1.75
14.20	0.02	0.07	0.16	0.28	0.45	0.64	0.87	1.14	1.44	1.78
14.40	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.65	0.88	1.15	1.46	1.80
14.60	0.02	0.07	0.16	0.29	0.46	0.66	0.89	1.17	1.48	1.83
14.80	0.02	0.07	0.17	0.30	0.46	0.67	0.91	1.18	1.50	1.85
15.00	0.02	0.08	0.17	0.30	0.47	0.68	0.92	1.20	1.52	1.88
15.20	0.02	0.08	0.17	0.30	0.48	0.68	0.93	1.22	1.54	1.90
15.40	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.69	0.94	1.24	1.56	1.93
15.60	0.02	0.08	0.18	0.31	0.49	0.70	0.96	1.25	1.58	1.95
15.80	0.02	0.08	0.18	0.32	0.49	0.71	0.97	1.27	1.60	1.98
16.00	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72	0.98	1.28	1.62	2.00

CURVAS VERTICALES -Longitud 120 metros - T =60 m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del p.e.v.					
<i>il ± i2</i>	10	20	30	40	50	60
2.00	0.01	0.03	0.08	0.13	0.21	0.30
2.20	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.33
2.40	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36
2.60	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27	0.39
2.80	0.01	0.05	0.11	0.18	0.29	0.42
3.00	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.45
3.20	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.48
3.40	0.01	0.06	0.13	0.23	0.35	0.51
3.60	0.02	0.06	0.14	0.24	0.37	0.54
3.80	0.02	0.06	0.14	0.25	0.40	0.57
4.00	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.60
4.20	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.63
4.40	0.02	0.07	0.17	0.29	0.46	0.66
4.60	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.69
4.80	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72
5.00	0.02	0.08	0.19	0.33	0.52	0.75
5.20	0.02	0.09	0.20	0.35	0.54	0.78
5.40	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.81
5.60	0.02	0.09	0.21	0.37	0.58	0.84
5.80	0.02	0.10	0.22	0.39	0.60	0.87
6.00	0.03	0.10	0.23	0.40	0.62	0.90
6.20	0.03	0.10	0.23	0.41	0.65	0.93
6.40	0.03	0.11	0.24	0.43	0.67	0.96
6.60	0.03	0.11	0.25	0.44	0.69	0.99
6.80	0.03	0.11	0.26	0.45	0.71	1.02
7.00	0.03	0.12	0.26	0.46	0.73	1.05
7.20	0.03	0.12	0.27	0.48	0.75	1.08
7.40	0.03	0.12	0.28	0.49	0.77	1.11
7.60	0.03	0.13	0.29	0.51	0.79	1.14
7.80	0.03	0.13	0.29	0.52	0.81	1.17
8.00	0.03	0.13	0.30	0.53	0.83	1.20
8.20	0.03	0.14	0.31	0.55	0.85	1.23
8.40	0.04	0.14	0.32	0.56	0.87	1.26
8.60	0.04	0.14	0.32	0.57	0.90	1.29
8.80	0.04	0.15	0.33	0.59	0.92	1.32

CURVAS VERTICALES - Longitud 120 metros - T = 60 m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del P.C.V.					
<i>i</i> ₁ ± <i>i</i> ₂	10	20	30	40	50	60
9.00	0.04	0.15	0.34	0.60	0.94	1.35
9.20	0.04	0.15	0.35	0.61	0.96	1.38
9.40	0.04	0.16	0.35	0.63	0.98	1.41
9.60	0.04	0.16	0.36	0.64	1.00	1.44
9.80	0.04	0.16	0.37	0.65	1.02	1.47
10.00	0.04	0.17	0.38	0.67	1.04	1.50
10.20	0.04	0.17	0.38	0.68	1.06	1.53
10.40	0.04	0.17	0.39	0.69	1.08	1.56
10.60	0.04	0.18	0.40	0.71	1.10	1.59
10.80	0.05	0.18	0.41	0.72	1.13	1.62
11.00	0.05	0.18	0.41	0.73	1.15	1.65
11.20	0.05	0.19	0.43	0.75	1.17	1.68
11.40	0.05	0.19	0.43	0.76	1.19	1.71
11.60	0.05	0.19	0.44	0.77	1.21	1.74
11.80	0.05	0.20	0.44	0.79	1.23	1.77
12.00	0.05	0.20	0.45	0.80	1.25	1.80
12.20	0.05	0.20	0.46	0.81	1.27	1.83
12.40	0.05	0.21	0.47	0.83	1.29	1.86
12.60	0.05	0.21	0.47	0.84	1.31	1.89
12.80	0.05	0.21	0.48	0.85	1.33	1.92
13.00	0.05	0.22	0.49	0.87	1.35	1.95
13.20	0.06	0.22	0.50	0.88	1.37	1.98
13.40	0.06	0.22	0.50	0.89	1.40	2.01
13.60	0.06	0.23	0.51	0.91	1.42	2.04
13.80	0.06	0.23	0.52	0.92	1.44	2.07
14.00	0.06	0.23	0.53	0.93	1.46	2.10
14.20	0.06	0.24	0.53	0.95	1.48	2.13
14.40	0.06	0.24	0.54	0.96	1.50	2.16
14.60	0.06	0.24	0.55	0.97	1.52	2.19
14.80	0.06	0.25	0.56	0.99	1.54	2.22
15.00	0.06	0.25	0.56	1.00	1.56	2.25
15.20	0.06	0.25	0.57	1.01	1.58	2.28
15.40	0.06	0.26	0.58	1.03	1.60	2.31
15.60	0.07	0.26	0.59	1.04	1.62	2.34
15.80	0.07	0.26	0.59	1.05	1.65	2.37
16.00	0.07	0.27	0.60	1.07	1.67	2.40

CURVAS VERTICALES - Longitud 140 metros - T = 70 m

$i\%$	Abscisas a partir del p.e.v.						
$i1 \pm i2$	10	20	30	40	50	60	70
2.00	0.01	0.03	0.06	0.11	0.18	0.26	0.35
2.20	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.28	0.39
2.40	0.01	0.03	0.08	0.14	0.21	0.31	0.42
2.60	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.33	0.46
2.80	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49
3.00	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27	0.38	0.52
3.20	0.01	0.05	0.10	0.18	0.29	0.41	0.56
3.40	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30	0.43	0.59
3.60	0.01	0.05	0.12	0.21	0.32	0.46	0.63
3.80	0.01	0.05	0.12	0.22	0.34	0.48	0.66
4.00	0.01	0.06	0.13	0.23	0.36	0.51	0.70
4.20	0.02	0.06	0.14	0.24	0.38	0.54	0.74
4.40	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39	0.57	0.77
4.60	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41	0.60	0.81
4.80	0.02	0.07	0.15	0.27	0.43	0.63'	0.84
5.00	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.65	0.88
5.20	0.02	0.07	0.17	0.30	0.46	0.67	0.91
5.40	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.70	0.95
5.60	0.02	0.08	0.17	0.32	0.50	0.72	0.98
5.80	0.02	0.08	0.18	0.33	0.52	0.75	1.02
6.00	0.02	0.09	0.19	0.34	0.54	0.77	1.05
6.20	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.80	1.09
6.40	0.02	0.09	0.21	0.37	0.57	0.82	1.12
6.60	0.02	0.09	0.21	0.38	0.59	0.85	1.16
6.80	0.02	0.10	0.22	0.39	0.61	0.87	1.19
7.00	0.03	0.10	0.23	0.40	0.63	0.90	1.23
7.20	0.03	0.10	0.23	0.41	0.64	0.93	1.26
7.40	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66	0.96	1.30
7.60	0.03	0.11	0.25	0.43	0.68	0.98	1.33
7.80	0.03	0.11	0.25	0.45	0.70	1.01	1.37
8.00	0.03	0.11	0.26	0.46	0.71	1.03	1.40
8.20	0.03	0.12	0.26	0.47	0.73	1.06	1.44
8.40	0.03	0.12	0.27	0.48	0.75	1.08	1.47
8.60	0.03	0.12	0.28	0.49	0.77	1.11	1.51
8.80	0.03	0.12	0.29	0.51	0.79	1.13	1.54

CURVAS VERTICALES · Longitud 140 metros · T = 70 m

$i\%$	Abscisas a partir del P.C.V.						
$i_1 \pm i_2$	10	20	30	40	50	60	70
9.00	0.03	0.13	0.29	0.52	0.81	1.16	1.58
9.20	0.03	0.13	0.30	0.53	0.82	1.18	1.61
9.40	0.03	0.13	0.30	0.54	0.84	1.21	1.65
9.60	0.03	0.14	0.31	0.55	0.86	1.23	1.68
9.80	0.04	0.14	0.32	0.56	0.88	1.26	1.72
10.00	0.04	0.14	0.32	0.57	0.89	1.29	1.75
10.20	0.04	0.15	0.33	0.58	0.91	1.32	1.79
10.40	0.04	0.15	0.33	0.59	0.93	1.34	1.82
10.60	0.04	0.15	0.34	0.61	0.95	1.37	1.86
10.80	0.04	0.15	0.35	0.62	0.96	1.39	1.89
11.00	0.04	0.16	0.35	0.63	0.98	1.41	1.93
11.20	0.04	0.16	0.36	0.64	1.00	1.44	1.96
11.40	0.04	0.16	0.37	0.65	1.02	1.47	2.00
11.60	0.04	0.17	0.37	0.66	1.04	1.49	2.03
11.80	0.04	0.17	0.38	0.68	1.06	1.52	2.07
12.00	0.04	0.17	0.39	0.69	1.07	1.54	2.10
12.20	0.04	0.17	0.39	0.70	1.09	1.57	2.14
12.40	0.04	0.18	0.40	0.71	1.11	1.59	2.17
12.60	0.05	0.18	0.41	0.72	1.13	1.62	2.21
12.80	0.05	0.18	0.41	0.73	1.14	1.65	2.24
13.00	0.05	0.19	0.42	0.74	1.16	1.68	2.28
13.20	0.05	0.19	0.42	0.75	1.18	1.70	2.31
13.40	0.05	0.19	0.43	0.77	1.20	1.73	2.35
13.60	0.05	0.19	0.44	0.78	1.21	1.75	2.38
13.80	0.05	0.20	0.44	0.79	1.23	1.78	2.42
14.00	0.05	0.20	0.45	0.80	1.25	1.80	2.45
14.20	0.05	0.20	0.46	0.81	1.27	1.83	2.49
14.40	0.05	0.21	0.46	0.82	1.29	1.85	2.52
14.60	0.05	0.21	0.47	0.84	1.31	1.88	2.56
14.80	0.05	0.21	0.48	0.85	1.32	1.90	2.59
15.00	0.05	0.21	0.48	0.86	1.34	1.93	2.63
15.20	0.05	0.22	0.49	0.87	1.36	1.95	2.66
15.40	0.06	0.22	0.50	0.88	1.38	1.98	2.70
15.60	0.06	0.22	0.50	0.89	1.39	2.00	2.73
15.80	0.06	0.23	0.51	0.90	1.41	2.03	2.77
16.00	0.06	0.23	0.51	0.91	1.43	2.06	2.80

CURVAS VERTICALES · Longitud 160 metros · T = 80 m

$i\%$	Abscisas a partir del p.e.v.							
$i \pm i_2$	10	20	30	40	50	60	70	80
2.00	0.01	0.02	0.05	0.10	0.16	0.23	0.30	0.40
2.20	0.01	0.03	0.06	0.11	0.17	0.25	0.33	0.44
2.40	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19	0.27	0.36	0.48
2.60	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.29	0.40	0.52
2.80	0.01	0.04	0.08	0.14	0.22	0.32	0.43	0.56
3.00	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.34	0.46	0.60
3.20	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64
3.40	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27	0.38	0.52	0.68
3.60	0.01	0.05	0.10	0.18	0.28	0.41	0.55	0.72
3.80	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30	0.43	0.58	0.76
4.00	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.45	0.61	0.80
4.20	0.01	0.05	0.12	0.21	0.32	0.47	0.64	0.84
4.40	0.01	0.06	0.13	0.22	0.34	0.50	0.67	0.88
4.60	0.01	0.06	0.14	0.23	0.36	0.52	0.70	0.92
4.80	0.02	0.06	0.14	0.24	0.38	0.54	0.74	0.96
5.00	0.02	0.06	0.15	0.25	0.39	0.56	0.77	1.00
5.20	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41	0.58	0.80	1.04
5.40	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.61	0.83	1.08
5.60	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.63	0.86	1.12
5.80	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.65	0.89	1.16
6.00	0.02	0.08	0.17	0.30	0.47	0.68	0.92	1.20
6.20	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.70	0.95	1.24
6.40	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72	0.98	1.28
6.60	0.02	0.08	0.19	0.33	0.52	0.74	1.01	1.32
6.80	0.02	0.09	0.19	0.34	0.53	0.77	1.04	1.36
7.00	0.02	0.09	0.20	0.35	0.55	0.79	1.07	1.40
7.20	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.81	1.10	1.44
7.40	0.02	0.09	0.21	0.38	0.58	0.83	1.13	1.48
7.60	0.02	0.10	0.21	0.39	0.59	0.86	1.16	1.52
7.80	0.02	0.10	0.22	0.39	0.61	0.88	1.19	1.56
8.00	0.03	0.10	0.23	0.40	0.63	0.90	1.22	1.60
8.20	0.03	0.10	0.23	0.41	0.64	0.92	1.26	1.64
8.40	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66	0.95	1.29	1.68
8.60	0.03	0.11	0.24	0.43	0.67	0.97	1.32	1.72
8.80	0.03	0.11	0.25	0.44	0.69	0.99	1.35	1.76

CURVAS VERTICALES· Longitud 160 metros - T = 80 m								
<i>i</i> %	Abscisas a partir del P.C.v.							
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	10	20	30	40	50	60	70	80
9.00	0.03	0.11	0.25	0.44	0.70	1.01	1.38	1.80
9.20	0.03	0.12	0.26	0.46	0.72	1.04	1.41	1.84
9.40	0.03	0.12	0.26	0.47	0.73	1.06	1.44	1.88
9.60	0.03	0.12	0.27	0.48	0.75	1.08	1.47	1.92
9.80	0.03	0.12	0.28	0.49	0.77	1.10	1.50	1.96
10.00	0.03	0.13	0.28	0.50	0.78	1.13	1.53	2.00
10.20	0.03	0.13	0.29	0.51	0.80	1.15	1.56	2.04
10.40	0.03	0.13	0.29	0.52	0.81	1.17	1.59	2.08
10.60	0.03	0.13	0.30	0.53	0.83	1.19	1.62	2.12
10.80	0.03	0.14	0.30	0.54	0.84	1.22	1.65	2.16
11.00	0.03	0.14	0.31	0.55	0.86	1.24	1.68	2.20
11.20	0.04	0.14	0.32	0.56	0.88	1.26	1.71	2.24
11.40	0.04	0.14	0.32	0.57	0.89	1.28	1.74	2.28
11.60	0.04	0.15	0.33	0.58	0.91	1.30	1.78	2.32
11.80	0.04	0.15	0.33	0.59	0.92	1.33	1.81	2.36
12.00	0.04	0.15	0.34	0.60	0.94	1.35	1.84	2.40
12.20	0.04	0.15	0.34	0.61	0.95	1.37	1.87	2.44
12.40	0.04	0.16	0.35	0.62	0.97	1.40	1.90	2.48
12.60	0.04	0.16	0.35	0.63	0.98	1.42	1.93	2.52
12.80	0.04	0.16	0.36	0.64	1.00	1.44	1.96	2.56
13.00	0.04	0.16	0.37	0.65	1.02	1.46	1.99	2.60
13.20	0.04	0.17	0.37	0.66	1.03	1.49	2.02	2.64
13.40	0.04	0.17	0.38	0.67	1.05	1.51	2.05	2.68
13.60	0.04	0.17	0.38	0.68	1.06	1.53	2.08	2.72
13.80	0.04	0.17	0.39	0.69	1.08	1.55	2.11	2.76
14.00	0.04	0.18	0.39	0.70	1.09	1.58	2.14	2.80
14.20	0.04	0.18	0.40	0.71	1.11	1.60	2.17	2.84
14.40	0.05	0.18	0.41	0.72	1.13	1.62	2.20	2.88
14.60	0.05	0.18	0.41	0.73	1.14	1.64	2.24	2.92
14.80	0.05	0.19	0.42	0.74	1.16	1.67	2.27	2.96
15.00	0.05	0.19	0.42	0.75	1.17	1.69	2.30	3.00
15.20	0.05	0.19	0.43	0.76	1.19	1.71	2.33	3.04
15.40	0.05	0.19	0.43	0.77	1.20	1.73	2.36	3.08
15.60	0.05	0.20	0.44	0.78	1.22	1.76	2.39	3.12
15.80	0.05	0.20	0.44	0.79	1.23	1.78	2.42	3.16
16.00	0.05	0.20	0.45	0.80	1.25	1.80	2.45	3.20

CURVAS VERTICALES - Longitud 180 metros - T = 90 m									
<i>i</i> %	Abscisas a partir del p.e.v.								
<i>i</i> ₁ ± <i>i</i> ₂	10	20	30	40	50	60	70	80	90
2.00	0.01	0.02	0.05	0.09	0.14	0.20	0.27	0.36	0.45
2.20	0.01	0.02	0.05	0.10	0.15	0.22	0.30	0.39	0.50
2.40	0.01	0.03	0.06	0.11	0.17	0.24	0.33	0.43	0.54
2.60	0.01	0.03	0.06	0.12	0.18	0.26	0.35	0.46	0.58
2.80	0.01	0.03	0.07	0.13	0.19	0.28	0.38	0.50	0.63
3.00	0.01	0.03	0.07	0.13	0.21	0.30	0.41	0.53	0.67
3.20	0.01	0.04	0.08	0.14	0.22	0.32	0.44	0.57	0.72
3.40	0.01	0.04	0.09	0.15	0.24	0.34	0.47	0.61	0.77
3.60	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.81
3.80	0.01	0.04	0.10	0.17	0.26	0.38	0.52	0.68	0.86
4.00	0.01	0.04	0.10	0.18	0.28	0.40	0.54	0.71	0.90
4.20	0.01	0.05	0.11	0.19	0.29	0.42	0.57	0.75	0.95
4.40	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.44	0.60	0.78	0.99
4.60	0.01	0.05	0.12	0.21	0.32	0.46	0.63	0.85	1.04
4.80	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.48	0.65	0.87	1.08
5.00	0.01	0.06	0.13	0.22	0.35	0.50	0.68	0.89	1.13
5.20	0.02	0.06	0.13	0.23	0.36	0.52	0.71	0.92	1.17
5.40	0.02	0.06	0.14	0.24	0.38	0.54	0.74	0.96	1.22
5.60	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39	0.56	0.76	1.00	1.26
5.80	0.02	0.06	0.15	0.26	0.40	0.58	0.79	1.03	1.31
6.00	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.60	0.82	1.07	1.35
6.20	0.02	0.07	0.16	0.28	0.43	0.62	0.85	1.11	1.40
6.40	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.64	0.87	1.14	1.44
6.60	0.02	0.07	0.17	0.29	0.46	0.66	0.90	1.18	1.49
6.80	0.02	0.08	0.17	0.30	0.47	0.68	0.93	1.21	1.53
7.00	0.02	0.08	0.18	0.31	0.49	0.70	0.96	1.25	1.58
7.20	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72	0.98	1.28	1.62
7.40	0.02	0.08	0.18	0.33	0.51	0.74	1.01	1.32	1.67
7.60	0.02	0.08	0.19	0.34	0.53	0.76	1.03	1.35	1.71
7.80	0.02	0.08	0.19	0.35	0.54	0.78	1.06	1.39	1.76
8.00	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.80	1.09	1.42	1.80
8.20	0.02	0.09	0.21	0.37	0.57	0.82	1.12	1.46	1.85
8.40	0.02	0.09	0.22	0.37	0.58	0.84	1.14	1.49	1.89
8.60	0.02	0.10	0.22	0.38	0.60	0.86	1.17	1.53	1.94
8.80	0.02	0.10	0.22	0.39	0.61	0.88	1.20	1.56	1.98

CURVAS VERTICALES - Longitud 180 metros - T = 90 m									
<i>i</i> %	Abscisas a partir del P.C.V.								
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	10	20	30	40	50	60	70	80	90
9.00	0.03	0.10	0.23	0.40	0.63	0.90	1.23	1.60	2.03
9.20	0.03	0.10	0.23	0.41	0.64	0.92	1.25	1.64	2.07
9.40	0.03	0.10	0.23	0.42	0.65	0.94	1.28	1.67	2.11
9.60	0.03	0.11	0.24	0.43	0.67	0.96	1.31	1.71	2.16
9.80	0.03	0.11	0.25	0.44	0.68	0.98	1.34	1.75	2.21
10.00	0.03	0.11	0.25	0.44	0.69	1.00	1.36	1.78	2.25
10.20	0.03	0.11	0.26	0.45	0.71	1.02	1.39	1.81	2.30
10.40	0.03	0.12	0.26	0.46	0.72	1.04	1.42	1.85	2.34
10.60	0.03	0.12	0.27	0.47	0.75	1.06	1.44	1.88	2.39
10.80	0.03	0.12	0.27	0.48	0.76	1.08	1.47	1.92	2.43
11.00	0.03	0.12	0.28	0.49	0.77	1.10	1.50	1.96	2.48
11.20	0.03	0.12	0.28	0.51	0.78	1.12	1.52	1.99	2.52
11.40	0.03	0.13	0.29	0.51	0.79	1.14	1.55	2.03	2.57
11.60	0.03	0.13	0.29	0.52	0.81	1.16	1.58	2.06	2.61
11.80	0.03	0.13	0.30	0.53	0.82	1.18	1.61	2.10	2.66
12.00	0.03	0.13	0.30	0.53	0.83	1.20	1.63	2.13	2.70
12.20	0.03	0.14	0.31	0.54	0.85	1.22	1.66	2.17	2.75
12.40	0.03	0.14	0.31	0.55	0.86	1.24	1.69	2.20	2.79
12.60	0.04	0.14	0.32	0.56	0.88	1.26	1.72	2.24	2.84
12.80	0.04	0.14	0.32	0.57	0.89	1.28	1.74	2.28	2.88
13.00	0.04	0.14	0.33	0.58	0.90	1.30	1.77	2.32	2.93
13.20	0.04	0.15	0.33	0.59	0.92	1.32	1.80	2.35	2.97
13.40	0.04	0.15	0.33	0.60	0.93	1.34	1.83	2.39	3.02
13.60	0.04	0.15	0.34	0.60	0.94	1.36	1.85	2.42	3.06
13.80	0.04	0.15	0.34	0.61	0.96	1.38	1.88	2.46	3.11
14.00	0.04	0.16	0.35	0.62	0.97	1.40	1.91	2.49	3.15
14.20	0.04	0.16	0.36	0.63	0.99	1.42	1.93	2.52	3.20
14.40	0.04	0.16	0.36	0.64	1.00	1.44	1.96	2.56	3.24
14.60	0.04	0.16	0.37	0.65	1.01	1.46	1.99	2.60	3.29
14.80	0.04	0.16	0.37	0.66	1.03	1.48	2.01	2.63	3.33
15.00	0.04	0.17	0.38	0.67	1.04	1.50	2.04	2.67	3.38
15.20	0.04	0.17	0.38	0.68	1.06	1.52	2.07	2.70	3.42
15.40	0.04	0.17	0.38	0.69	1.07	1.54	2.10	2.74	3.47
15.60	0.04	0.17	0.39	0.69	1.08	1.56	2.12	2.77	3.51
15.80	0.04	0.18	0.39	0.70	1.10	1.58	2.15	2.81	3.56
16.00	0.04	0.18	0.40	0.71	1.11	1.60	2.18	2.84	3.60

CURVAS VERTICALES - Longitud 200 metros - T =100 m										
<i>i%</i>	Abscisas a partir del p.e.v.									
<i>il ± i2</i>	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
2.00	0.01	0.02	0.05	0.08	0.13	0.18	0.25	0.32	0.41	0.50
2.20	0.01	0.02	0.05	0.09	0.14	0.20	0.27	0.35	0.45	0.55
2.40	0.01	0.02	0.05	0.10	0.15	0.22	0.29	0.38	0.49	0.60
2.60	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16	0.23	0.32	0.42	0.53	0.65
2.80	0.01	0.03	0.06	0.11	0.18	0.25	0.34	0.45	0.57	0.70
3.00	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19	0.27	0.37	0.48	0.61	0.75
3.20	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.29	0.39	0.51	0.65	0.80
3.40	0.01	0.03	0.08	0.14	0.21	0.31	0.42	0.54	0.69	0.85
3.60	0.01	0.04	0.08	0.14	0.23	0.32	0.44	0.58	0.73	0.90
3.80	0.01	0.04	0.09	0.15	0.24	0.34	0.47	0.61	0.77	0.95
4.00	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.81	1.00
4.20	0.01	0.04	0.09	0.17	0.26	0.38	0.51	0.67	0.85	1.05
4.40	0.01	0.04	0.10	0.18	0.28	0.40	0.54	0.70	0.89	1.10
4.60	0.01	0.05	0.10	0.18	0.29	0.41	0.56	0.74	0.93	1.15
4.80	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30	0.43	0.59	0.77	0.97	1.20
5.00	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.45	0.61	0.80	1.01	1.25
5.20	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.47	0.64	0.83	1.05	1.30
5.40	0.01	0.05	0.12	0.22	0.34	0.49	0.66	0.86	1.09	1.35
5.60	0.01	0.06	0.13	0.22	0.35	0.50	0.69	0.90	1.13	1.40
5.80	0.01	0.06	0.13	0.23	0.36	0.52	0.71	0.93	1.17	1.45
6.00	0.02	0.06	0.14	0.24	0.38	0.54	0.74	0.96	1.22	1.50
6.20	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39	0.56	0.76	0.99	1.26	1.55
6.40	0.02	0.06	0.14	0.26	0.40	0.58	0.78	1.02	1.30	1.60
6.60	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41	0.59	0.81	1.06	1.34	1.65
6.80	0.02	0.07	0.15	0.27	0.43	0.61	0.83	1.09	1.38	1.70
7.00	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.63	0.86	1.12	1.42	1.75
7.20	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.65	0.88	1.15	1.46	1.80
7.40	0.02	0.07	0.17	0.30	0.46	0.67	0.91	1.18	1.50	1.85
7.60	0.02	0.08	0.17	0.30	0.48	0.68	0.93	1.22	1.54	1.90
7.80	0.02	0.08	0.18	0.31	0.49	0.70	0.96	1.25	1.58	1.95
8.00	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72	0.98	1.28	1.62	2.00
8.20	0.02	0.08	0.18	0.33	0.51	0.74	1.00	1.31	1.66	2.05
8.40	0.02	0.08	0.19	0.34	0.53	0.76	1.03	1.34	1.70	2.10
8.60	0.02	0.09	0.19	0.34	0.54	0.77	1.05	1.38	1.74	2.15
8.80	0.02	0.09	0.20	0.35	0.55	0.79	1.08	1.41	1.78	2.20

CURVAS VERTICALES - Longitud 200 metros - T = 100 m										
<i>i</i> %	Abscisas a partir del P.C.V.									
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
9.00	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.81	1.10	1.44	1.82	2.25
9.20	0.02	0.09	0.21	0.37	0.58	0.83	1.13	1.47	1.86	2.30
9.40	0.02	0.09	0.21	0.38	0.59	0.85	1.15	1.50	1.90	2.35
9.60	0.02	0.10	0.22	0.38	0.60	0.86	1.18	1.54	1.94	2.40
9.80	0.02	0.10	0.22	0.39	0.61	0.88	1.20	1.57	1.98	2.45
10.00	0.03	0.10	0.23	0.40	0.63	0.90	1.23	1.60	2.03	2.50
10.20	0.03	0.10	0.23	0.41	0.64	0.92	1.25	1.63	2.07	2.55
10.40	0.03	0.10	0.23	0.42	0.65	0.94	1.27	1.66	2.11	2.60
10.60	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66	0.95	1.30	1.70	2.15	2.65
10.80	0.03	0.11	0.24	0.43	0.68	0.97	1.32	1.73	2.19	2.70
11.00	0.03	0.11	0.25	0.44	0.69	0.99	1.35	1.76	2.23	2.75
11.20	0.03	0.11	0.25	0.45	0.70	1.01	1.37	1.79	2.27	2.80
11.40	0.03	0.11	0.26	0.46	0.71	1.03	1.40	1.82	2.31	2.85
11.60	0.03	0.12	0.26	0.46	0.73	1.04	1.42	1.86	2.35	2.90
11.80	0.03	0.12	0.27	0.47	0.74	1.06	1.45	1.89	2.38	2.95
12.00	0.03	0.12	0.27	0.48	0.75	1.08	1.47	1.92	2.43	3.00
12.20	0.03	0.12	0.27	0.49	0.76	1.10	1.49	1.95	2.47	3.05
12.40	0.03	0.12	0.28	0.50	0.78	1.12	1.52	1.98	2.51	3.10
12.60	0.03	0.13	0.28	0.50	0.79	1.13	1.54	2.02	2.55	3.15
12.80	0.03	0.13	0.29	0.51	0.80	1.15	1.57	2.05	2.59	3.20
13.00	0.03	0.13	0.29	0.52	0.81	1.17	1.59	2.08	2.63	3.25
13.20	0.03	0.13	0.30	0.53	0.83	1.19	1.62	2.11	2.67	3.30
13.40	0.03	0.13	0.30	0.54	0.84	1.21	1.64	2.14	2.71	3.35
13.60	0.03	0.14	0.31	0.54	0.85	1.22	1.67	2.18	2.75	3.40
13.80	0.03	0.14	0.31	0.55	0.86	1.24	1.69	2.21	2.79	3.45
14.00	0.04	0.14	0.32	0.56	0.88	1.26	1.72	2.24	2.84	3.50
14.20	0.04	0.14	0.32	0.57	0.89	1.28	1.74	2.27	2.88	3.55
14.40	0.04	0.14	0.32	0.58	0.90	1.30	1.76	2.30	2.92	3.60
14.60	0.04	0.15	0.33	0.58	0.91	1.31	1.79	2.34	2.96	3.65
14.80	0.04	0.15	0.33	0.59	0.93	1.33	1.81	2.37	3.00	3.70
15.00	0.04	0.15	0.34	0.60	0.94	1.35	1.84	2.40	3.04	3.75
15.20	0.04	0.15	0.34	0.61	0.95	1.37	1.86	2.43	3.08	3.80
15.40	0.04	0.15	0.35	0.62	0.96	1.39	1.89	2.46	3.12	3.85
15.60	0.04	0.16	0.35	0.62	0.98	1.40	1.91	2.50	3.16	3.90
15.80	0.04	0.16	0.36	0.63	0.99	1.42	1.94	2.53	3.20	3.95
16.00	0.04	0.16	0.36	0.64	1.00	1.44	1.96	2.56	3.24	4.00

CURVAS VERTICALES - Longitud **220** metros - T = **110** m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del p.e.v.				
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	10	20	30	40	50
2.00	0.00	0.02	0.04	0.07	0.11
2.20	0.00	0.02	0.04	0.08	0.12
2.40	0.01	0.02	0.05	0.09	0.14
2.60	0.01	0.02	0.05	0.09	0.15
2.80	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16
3.00	0.01	0.03	0.06	0.11	0.17
3.20	0.01	0.03	0.07	0.12	0.18
3.40	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19
3.60	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20
3.80	0.01	0.03	0.08	0.14	0.22
4.00	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23
4.20	0.01	0.04	0.09	0.15	0.24
4.40	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25
4.60	0.01	0.04	0.09	0.17	0.26
4.80	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27
5.00	0.01	0.05	0.10	0.18	0.28
5.20	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30
5.40	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31
5.60	0.01	0.05	0.11	0.20	0.32
5.80	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33
6.00	0.01	0.05	0.12	0.22	0.34
6.20	0.01	0.06	0.13	0.23	0.35
6.40	0.01	0.06	0.13	0.23	0.36
6.60	0.02	0.06	0.13	0.24	0.37
6.80	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39
7.00	0.02	0.06	0.14	0.25	0.40
7.20	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41
7.40	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42
7.60	0.02	0.07	0.16	0.28	0.43
7.80	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44
8.00	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45
8.20	0.02	0.07	0.17	0.30	0.47
8.40	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48
8.60	0.02	0.08	0.18	0.31	0.49
8.80	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50

CURVAS VERTICALES · Longitud 220 metros · T = 110 m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del P.C.V.					
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	60	70	80	90	100	110
2.00	0.16	0.22	0.29	0.37	0.45	0.55
2.20	0.18	0.24	0.32	0.41	0.50	0.61
2.40	0.20	0.27	0.35	0.44	0.55	0.66
2.60	0.21	0.29	0.38	0.48	0.59	0.72
2.80	0.23	0.31	0.41	0.52	0.64	0.77
3.00	0.24	0.33	0.44	0.55	0.68	0.83
3.20	0.26	0.36	0.47	0.59	0.73	0.88
3.40	0.28	0.38	0.49	0.63	0.77	0.94
3.60	0.29	0.40	0.52	0.66	0.82	0.99
3.80	0.31	0.42	0.55	0.70	0.86	1.05
4.00	0.33	0.45	0.58	0.74	0.91	1.10
4.20	0.34	0.47	0.61	0.77	0.95	1.16
4.40	0.36	0.49	0.64	0.81	1.00	1.21
4.60	0.38	0.51	0.67	0.85	1.05	1.27
4.80	0.39	0.53	0.70	0.88	1.09	1.32
5.00	0.41	0.56	0.73	0.92	1.14	1.38
5.20	0.43	0.58	0.76	0.96	1.18	1.43
5.40	0.44	0.60	0.79	0.99	1.23	1.49
5.60	0.46	0.62	0.81	1.03	1.27	1.54
5.80	0.47	0.65	0.84	1.07	1.32	1.60
6.00	0.49	0.67	0.87	1.10	1.36	1.65
6.20	0.51	0.69	0.90	1.14	1.41	1.71
6.40	0.52	0.71	0.93	1.18	1.45	1.76
6.60	0.54	0.73	0.96	1.21	1.50	1.82
6.80	0.56	0.76	0.99	1.25	1.55	1.87
7.00	0.57	0.78	1.02	1.29	1.59	1.93
7.20	0.59	0.80	1.05	1.33	1.64	1.98
7.40	0.61	0.82	1.08	1.36	1.68	2.04
7.60	0.62	0.85	1.11	1.40	1.73	2.09
7.80	0.64	0.87	1.13	1.44	1.77	2.15
8.00	0.65	0.89	1.16	1.47	1.82	2.20
8.20	0.67	0.91	1.19	1.51	1.86	2.26
8.40	0.69	0.94	1.22	1.55	1.91	2.31
8.60	0.70	0.96	1.25	1.58	1.95	2.37
8.80	0.72	0.98	1.28	1.62	2.00	2.42

CURVAS VERTICALES - Longitud 220 metros - T = 110 m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del p.e.v.				
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	10	20	30	40	50
9.00	0.02	0.08	0.18	0.33	0.51
9.20	0.02	0.08	0.19	0.33	0.52
9.40	0.02	0.09	0.19	0.34	0.53
9.60	0.02	0.09	0.20	0.35	0.55
9.80	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56
10.00	0.02	0.09	0.20	0.36	0.57
10.20	0.02	0.09	0.21	0.37	0.58
10.40	0.02	0.09	0.21	0.38	0.59
10.60	0.02	0.10	0.22	0.39	0.60
10.80	0.02	0.10	0.22	0.39	0.61
11.00	0.03	0.10	0.23	0.40	0.62
11.20	0.03	0.10	0.23	0.41	0.64
11.40	0.03	0.10	0.23	0.41	0.65
11.60	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66
11.80	0.03	0.11	0.24	0.43	0.67
12.00	0.03	0.11	0.25	0.44	0.68
12.20	0.03	0.11	0.25	0.44	0.69
12.40	0.03	0.11	0.25	0.45	0.70
12.60	0.03	0.11	0.26	0.46	0.72
12.80	0.03	0.12	0.26	0.47	0.73
13.00	0.03	0.12	0.27	0.47	0.74
13.20	0.03	0.12	0.27	0.48	0.75
13.40	0.03	0.12	0.27	0.49	0.76
13.60	0.03	0.12	0.28	0.49	0.77
13.80	0.03	0.13	0.28	0.50	0.78
14.00	0.03	0.13	0.29	0.51	0.80
14.20	0.03	0.13	0.29	0.52	0.81
14.40	0.03	0.13	0.29	0.52	0.82
14.60	0.03	0.13	0.30	0.53	0.83
14.80	0.03	0.13	0.30	0.54	0.84
15.00	0.03	0.14	0.31	0.55	0.85
15.20	0.03	0.14	0.31	0.55	0.86
15.40	0.04	0.14	0.31	0.56	0.87
15.60	0.04	0.14	0.32	0.57	0.89
15.80	0.04	0.14	0.32	0.57	0.90
16.00	0.04	0.15	0.33	0.58	0.91

CURVAS VERTICALES - Longitud 220 metros - T = 110 m						
<i>i</i> %	Abscisas a partir del P.C.V.					
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	60	70	80	90	100	110
9.00	0.74	1.00	1.31	1.66	2.05	2.48
9.20	0.75	1.02	1.34	1.70	2.09	2.53
9.40	0.77	1.05	1.37	1.73	2.14	2.59
9.60	0.79	1.07	1.40	1.77	2.18	2.64
9.80	0.80	1.09	1.43	1.80	2.23	2.70
10.00	0.82	1.11	1.45	1.84	2.27	2.75
10.20	0.83	1.14	1.48	1.88	2.32	2.81
10.40	0.85	1.16	1.51	1.91	2.36	2.86
10.60	0.87	1.18	1.54	1.95	2.41	2.92
10.80	0.88	1.20	1.57	1.99	2.45	2.97
11.00	0.90	1.22	1.60	2.02	2.50	3.03
11.20	0.92	1.25	1.63	2.06	2.54	3.08
11.40	0.93	1.27	1.66	2.10	2.59	3.14
11.60	0.95	1.29	1.69	2.14	2.64	3.19
11.80	0.97	1.31	1.72	2.17	2.68	3.25
12.00	0.98	1.34	1.75	2.21	2.73	3.30
12.20	1.00	1.36	1.77	2.25	2.77	3.36
12.40	1.01	1.38	1.80	2.28	2.82	3.41
12.60	1.03	1.40	1.83	2.32	2.86	3.47
12.80	1.05	1.42	1.86	2.36	2.91	3.52
13.00	1.06	1.45	1.89	2.39	2.95	3.58
13.20	1.08	1.47	1.92	2.43	3.00	3.63
13.40	1.10	1.49	1.95	2.47	3.05	3.69
13.60	1.11	1.51	1.98	2.50	3.09	3.74
13.80	1.13	1.54	2.01	2.54	3.14	3.80
14.00	1.15	1.56	2.04	2.58	3.18	3.85
14.20	1.16	1.58	2.07	2.61	3.23	3.91
14.40	1.18	1.60	2.09	2.65	3.27	3.96
14.60	1.19	1.63	2.12	2.69	3.32	4.02
14.80	1.21	1.65	2.15	2.72	3.36	4.07
15.00	1.23	1.67	2.18	2.76	3.41	4.13
15.20	1.24	1.69	2.21	2.80	3.45	4.18
15.40	1.26	1.72	2.24	2.83	3.50	4.24
15.60	1.28	1.74	2.27	2.87	3.55	4.29
15.80	1.29	1.76	2.30	2.91	3.59	4.35
16.00	1.31	1.78	2.33	2.95	3.64	4.40

CURVAS VERTICALES - Longitud 240 metros - T = 120 m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del p.e.v.					
<i>i</i> ₁ ± <i>i</i> ₂	10	20	30	40	50	60
2.00	0.00	0.02	0.04	0.07	0.10	0.15
2.20	0.00	0.02	0.04	0.07	0.11	0.17
2.40	0.01	0.02	0.05	0.08	0.12	0.18
2.60	0.01	0.02	0.05	0.09	0.14	0.20
2.80	0.01	0.02	0.05	0.09	0.15	0.21
3.00	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16	0.23
3.20	0.01	0.03	0.06	0.11	0.17	0.24
3.40	0.01	0.03	0.06	0.11	0.18	0.26
3.60	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19	0.27
3.80	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.29
4.00	0.01	0.03	0.08	0.13	0.21	0.30
4.20	0.01	0.04	0.08	0.14	0.22	0.32
4.40	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.33
4.60	0.01	0.04	0.09	0.15	0.24	0.35
4.80	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36
5.00	0.01	0.04	0.09	0.17	0.26	0.38
5.20	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27	0.39
5.40	0.01	0.05	0.10	0.18	0.28	0.41
5.60	0.01	0.05	0.11	0.19	0.29	0.42
5.80	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30	0.44
6.00	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.45
6.20	0.01	0.05	0.12	0.21	0.32	0.47
6.40	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.48
6.60	0.01	0.06	0.12	0.22	0.34	0.50
6.80	0.01	0.06	0.13	0.23	0.35	0.51
7.00	0.01	0.06	0.13	0.23	0.36	0.53
7.20	0.01	0.06	0.14	0.24	0.37	0.54
7.40	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39	0.56
7.60	0.02	0.06	0.14	0.25	0.40	0.57
7.80	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41	0.59
8.00	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.60
8.20	0.02	0.07	0.15	0.27	0.43	0.62
8.40	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.63
8.60	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.65
8.80	0.02	0.07	0.17	0.29	0.46	0.66

CURVAS VERTICALES - Longitud 240 metros - T = 120 m

<i>i</i> %	Abcisas a partir del P.C.V.					
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	70	80	90	100	110	120
2.00	0.20	0.27	0.34	0.42	0.50	0.60
2.20	0.22	0.29	0.37	0.46	0.55	0.66
2.40	0.25	0.32	0.41	0.50	0.61	0.72
2.60	0.27	0.35	0.44	0.54	0.66	0.78
2.80	0.29	0.37	0.47	0.58	0.71	0.84
3.00	0.31	0.40	0.51	0.62	0.76	0.90
3.20	0.33	0.43	0.54	0.69	0.81	0.96
3.40	0.35	0.45	0.57	0.71	0.86	1.02
3.60	0.37	0.48	0.61	0.75	0.91	1.08
3.80	0.39	0.51	0.64	0.79	0.96	1.14
4.00	0.41	0.53	0.68	0.83	1.01	1.20
4.20	0.43	0.56	0.71	0.87	1.06	1.26
4.40	0.45	0.59	0.74	0.92	1.11	1.32
4.60	0.47	0.61	0.78	0.96	1.16	1.38
4.80	0.49	0.64	0.81	1.00	1.21	1.44
5.00	0.51	0.67	0.84	1.04	1.26	1.50
5.20	0.53	0.69	0.88	1.08	1.31	1.56
5.40	0.55	0.72	0.91	1.12	1.36	1.62
5.60	0.57	0.75	0.95	1.17	1.41	1.68
5.80	0.59	0.77	0.98	1.21	1.46	1.74
6.00	0.61	0.80	1.01	1.25	1.51	1.80
6.20	0.63	0.83	1.05	1.29	1.56	1.86
6.40	0.65	0.85	1.08	1.33	1.61	1.92
6.60	0.67	0.88	1.11	1.38	1.66	1.98
6.80	0.69	0.91	1.15	1.42	1.71	2.04
7.00	0.71	0.93	1.18	1.46	1.76	2.10
7.20	0.74	0.96	1.22	1.50	1.82	2.16
7.40	0.76	0.99	1.25	1.54	1.87	2.22
7.60	0.78	1.01	1.28	1.58	1.92	2.28
7.80	0.80	1.04	1.32	1.62	1.97	2.34
8.00	0.82	1.07	1.35	1.67	2.02	2.40
8.20	0.84	1.09	1.38	1.71	2.07	2.46
8.40	0.86	1.12	1.42	1.75	2.12	2.52
8.60	0.88	1.15	1.45	1.79	2.17	2.58
8.80	0.90	1.17	1.49	1.83	2.22	2.64

CURVAS VERTICALES· Longitud 240 metros· T = 120 m

<i>i</i> %	Abcisas a partir del p.e.v.					
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	10	20	30	40	50	60
9.00	0.02	0.08	0.17	0.30	0.47	0.68
9.20	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.69
9.40	0.02	0.08	0.18	0.31	0.49	0.71
9.60	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72
9.80	0.02	0.08	0.18	0.33	0.51	0.74
10.00	0.02	0.08	0.19	0.33	0.52	0.75
10.20	0.02	0.09	0.19	0.34	0.53	0.77
10.40	0.02	0.09	0.20	0.35	0.54	0.78
10.60	0.02	0.09	0.20	0.35	0.55	0.80
10.80	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.81
11.00	0.02	0.09	0.21	0.37	0.57	0.83
11.20	0.02	0.09	0.21	0.37	0.58	0.84
11.40	0.02	0.10	0.21	0.38	0.59	0.86
11.60	0.02	0.10	0.22	0.39	0.60	0.87
11.80	0.02	0.10	0.22	0.39	0.61	0.89
12.00	0.03	0.10	0.23	0.40	0.62	0.90
12.20	0.03	0.10	0.23	0.41	0.64	0.92
12.40	0.03	0.10	0.23	0.41	0.65	0.93
12.60	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66	0.95
12.80	0.03	0.11	0.24	0.43	0.67	0.96
13.00	0.03	0.11	0.24	0.43	0.68	0.98
13.20	0.03	0.11	0.25	0.44	0.69	0.99
13.40	0.03	0.11	0.25	0.45	0.70	1.01
13.60	0.03	0.11	0.26	0.45	0.71	1.02
13.80	0.03	0.12	0.26	0.46	0.72	1.04
14.00	0.03	0.12	0.26	0.47	0.73	1.05
14.20	0.03	0.12	0.27	0.47	0.74	1.07
14.40	0.03	0.12	0.27	0.48	0.75	1.08
14.60	0.03	0.12	0.27	0.49	0.76	1.10
14.80	0.03	0.12	0.28	0.49	0.77	1.11
15.00	0.03	0.13	0.28	0.50	0.78	1.13
15.20	0.03	0.13	0.29	0.51	0.79	1.14
15.40	0.03	0.13	0.29	0.51	0.80	1.16
15.60	0.03	0.13	0.29	0.52	0.81	1.17
15.80	0.03	0.13	0.30	0.53	0.82	1.19
16.00	0.03	0.13	0.30	0.53	0.83	1.20

CURVAS VERTICALES · Longitud 240 metros · T = 120 m						
<i>i</i> %	Abscisas a partir del P.C.V.					
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	70	80	90	100	110	120
9.00	0.92	1.20	1.52	1.87	2.27	2.70
9.20	0.94	1.23	1.55	1.92	2.32	2.76
9.40	0.96	1.25	1.59	1.96	2.37	2.82
9.60	0.98	1.28	1.62	2.00	2.42	2.88
9.80	1.00	1.31	1.65	2.04	2.47	2.94
10.00	1.02	1.33	1.69	2.08	2.52	3.00
10.20	1.04	1.36	1.72	2.12	2.57	3.06
10.40	1.06	1.39	1.76	2.17	2.62	3.12
10.60	1.08	1.41	1.79	2.21	2.67	3.18
10.80	1.10	1.44	1.82	2.25	2.72	3.24
11.00	1.12	1.47	1.86	2.29	2.77	3.30
11.20	1.14	1.49	1.89	2.33	2.82	3.36
11.40	1.16	1.52	1.92	2.37	2.87	3.42
11.60	1.18	1.55	1.96	2.42	2.92	3.48
11.80	1.20	1.57	1.99	2.46	2.97	3.54
12.00	1.23	1.60	2.03	2.50	3.03	3.60
12.20	1.25	1.63	2.06	2.54	3.08	3.66
12.40	1.27	1.65	2.09	2.58	3.13	3.72
12.60	1.29	1.68	2.13	2.62	3.18	3.78
12.80	1.31	1.71	2.16	2.67	3.23	3.84
13.00	1.33	1.73	2.19	2.71	3.28	3.90
13.20	1.35	1.76	2.23	2.75	3.33	3.96
13.40	1.37	1.79	2.26	2.79	3.38	4.02
13.60	1.39	1.81	2.30	2.83	3.43	4.08
13.80	1.41	1.84	2.33	2.87	3.48	4.14
14.00	1.43	1.87	2.36	2.92	3.53	4.20
14.20	1.45	1.89	2.40	2.96	3.58	4.26
14.40	1.47	1.92	2.43	3.00	3.63	4.32
14.60	1.49	1.95	2.46	3.04	3.68	4.38
14.80	1.51	1.97	2.50	3.08	3.73	4.44
15.00	1.53	2.00	2.53	3.12	3.78	4.50
15.20	1.55	2.03	2.57	3.17	3.83	4.56
15.40	1.57	2.05	2.60	3.21	3.88	4.62
15.60	1.59	2.08	2.63	3.25	3.93	4.68
15.80	1.61	2.11	2.67	3.29	3.98	4.74
16.00	1.63	2.13	2.70	3.33	4.03	4.80

CURVAS VERTICALES· Longitud 260 metros- T =130 m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del p.e.v.					
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	10	20	30	40	50	60
2.00	0.00	0.02	0.03	0.06	0.10	0.14
2.20	0.00	0.02	0.04	0.07	0.11	0.15
2.40	0.00	0.02	0.04	0.07	0.12	0.17
2.60	0.00	0.02	0.05	0.08	0.12	0.18
2.80	0.01	0.02	0.05	0.09	0.13	0.19
3.00	0.01	0.02	0.05	0.09	0.14	0.21
3.20	0.01	0.02	0.06	0.10	0.15	0.22
3.40	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16	0.24
3.60	0.01	0.03	0.06	0.11	0.17	0.25
3.80	0.01	0.03	0.07	0.12	0.18	0.26
4.00	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19	0.28
4.20	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.29
4.40	0.01	0.03	0.08	0.14	0.21	0.30
4.60	0.01	0.03	0.08	0.14	0.22	0.32
4.80	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.33
5.00	0.01	0.04	0.09	0.15	0.24	0.35
5.20	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36
5.40	0.01	0.04	0.09	0.17	0.26	0.37
5.60	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27	0.39
5.80	0.01	0.04	0.10	0.18	0.28	0.40
6.00	0.01	0.05	0.10	0.18	0.29	0.42
6.20	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30	0.43
6.40	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.44
6.60	0.01	0.05	0.11	0.20	0.32	0.46
6.80	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.47
7.00	0.01	0.05	0.12	0.22	0.34	0.48
7.20	0.01	0.06	0.12	0.22	0.35	0.50
7.40	0.01	0.06	0.13	0.23	0.36	0.51
7.60	0.01	0.06	0.13	0.23	0.37	0.53
7.80	0.00	0.06	0.14	0.24	0.37	0.54
8.00	0.02	0.06	0.14	0.25	0.38	0.55
8.20	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39	0.57
8.40	0.02	0.06	0.15	0.26	0.40	0.58
8.60	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41	0.60
8.80	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.61

CURVAS VERTICALES · Longitud 260 metros · T = 130m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del P.C.V.						
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	70	80	90	100	110	120	130
2.00	0.19	0.25	0.31	0.38	0.47	0.55	0.65
2.20	0.21	0.27	0.34	0.42	0.51	0.61	0.72
2.40	0.23	0.30	0.37	0.46	0.56	0.66	0.78
2.60	0.25	0.32	0.41	0.50	0.61	0.72	0.85
2.80	0.26	0.34	0.44	0.54	0.65	0.78	0.91
3.00	0.28	0.37	0.47	0.58	0.70	0.83	0.98
3.20	0.30	0.39	0.50	0.62	0.74	0.89	1.04
3.40	0.32	0.42	0.53	0.65	0.79	0.94	1.11
3.60	0.34	0.44	0.56	0.69	0.84	1.00	1.17
3.80	0.36	0.47	0.59	0.73	0.88	1.05	1.24
4.00	0.38	0.49	0.62	0.77	0.93	1.11	1.30
4.20	0.40	0.52	0.65	0.81	0.98	1.16	1.37
4.40	0.41	0.54	0.69	0.85	1.02	1.22	1.43
4.60	0.43	0.57	0.72	0.88	1.07	1.27	1.50
4.80	0.45	0.59	0.75	0.92	1.12	1.33	1.56
5.00	0.47	0.62	0.78	0.96	1.16	1.38	1.63
5.20	0.49	0.64	0.81	1.00	1.21	1.44	1.69
5.40	0.51	0.67	0.84	1.04	1.26	1.50	1.76
5.60	0.53	0.69	0.87	1.08	1.30	1.55	1.82
5.80	0.55	0.71	0.90	1.12	1.35	1.61	1.89
6.00	0.57	0.74	0.93	1.15	1.40	1.66	1.95
6.20	0.58	0.76	0.97	1.19	1.44	1.72	2.02
6.40	0.60	0.79	1.00	1.23	1.49	1.77	2.08
6.60	0.62	0.81	1.03	1.27	1.54	1.83	2.15
6.80	0.64	0.84	1.06	1.31	1.58	1.88	2.21
7.00	0.66	0.86	1.09	1.35	1.63	1.94	2.28
7.20	0.68	0.89	1.12	1.38	1.68	1.99	2.34
7.40	0.70	0.91	1.15	1.42	1.72	2.05	2.41
7.60	0.72	0.94	1.18	1.46	1.77	2.10	2.47
7.80	0.74	0.96	1.22	1.50	1.81	2.16	2.54
8.00	0.75	0.98	1.25	1.54	1.86	2.21	2.60
8.20	0.77	1.01	1.28	1.58	1.91	2.27	2.67
8.40	0.79	1.03	1.31	1.62	1.96	2.33	2.73
8.60	0.81	1.06	1.34	1.65	2.00	2.38	2.80
8.80	0.83	1.08	1.37	1.69	2.05	2.44	2.86

CURVAS VERTICALES · Longitud 240 metros · T = 120m

$i\%$	Abcisas a partir del p.e.v.					
$i1 \pm i2$	10	20	30	40	50	60
9.00	0.02	0.07	0.16	0.28	0.43	0.62
9.20	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.64
9.40	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.65
9.60	0.02	0.07	0.17	0.30	0.46	0.66
9.80	0.02	0.08	0.17	0.30	0.47	0.68
10.00	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.69
10.20	0.02	0.08	0.18	0.31	0.49	0.71
10.40	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72
10.60	0.02	0.08	0.18	0.33	0.51	0.73
10.80	0.02	0.08	0.19	0.33	0.52	0.75
11.00	0.02	0.08	0.19	0.34	0.53	0.76
11.20	0.02	0.09	0.19	0.34	0.54	0.78
11.40	0.02	0.09	0.20	0.35	0.55	0.79
11.60	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.80
11.80	0.02	0.09	0.20	0.36	0.57	0.81
12.00	0.02	0.09	0.21	0.37	0.58	0.83
12.20	0.02	0.09	0.21	0.38	0.59	0.84
12.40	0.02	0.10	0.21	0.38	0.60	0.86
12.60	0.02	0.10	0.22	0.39	0.61	0.87
12.80	0.02	0.10	0.22	0.39	0.62	0.89
13.00	0.02	0.10	0.23	0.40	0.62	0.90
13.20	0.03	0.10	0.23	0.41	0.63	0.91
13.40	0.03	0.10	0.23	0.41	0.64	0.93
13.60	0.03	0.10	0.24	0.42	0.65	0.95
13.80	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66	0.96
14.00	0.02	0.11	0.24	0.43	0.67	0.97
14.20	0.03	0.11	0.25	0.44	0.68	0.98
14.40	0.03	0.11	0.25	0.44	0.69	1.00
14.60	0.03	0.11	0.25	0.45	0.70	1.01
14.80	0.03	0.11	0.26	0.46	0.71	1.02
15.00	0.03	0.12	0.26	0.46	0.72	1.04
15.20	0.03	0.12	0.26	0.47	0.73	1.05
15.40	0.03	0.12	0.27	0.47	0.74	1.07
15.60	0.03	0.12	0.27	0.48	0.75	1.08
15.80	0.03	0.12	0.27	0.49	0.76	1.09
16.00	0.03	0.12	0.28	0.49	0.77	1.11

CURVAS VERTICALES· Longitud 260 metros· T = 130 m							
<i>i%</i>	Abscisas a partir del P.C.V.						
<i>i1 ± i2</i>	70	80	90	100	110	120	130
9.00	0.85	1.11	1.40	1.73	2.09	2.49	2.93
9.20	0.87	1.13	1.43	1.77	2.14	2.55	2.99
9.40	0.89	1.16	1.46	1.81	2.19	2.60	3.06
9.60	0.90	1.18	1.50	1.85	2.23	2.66	3.12
9.80	0.92	1.21	1.53	1.88	2.28	2.71	3.19
10.00	0.94	1.23	1.56	1.92	2.33	2.77	3.25
10.20	0.96	1.26	1.59	1.96	2.37	2.82	3.32
10.40	0.98	1.28	1.62	2.00	2.42	2.88	3.38
10.60	1.00	1.31	1.65	2.04	2.47	2.94	3.45
10.80	1.02	1.33	1.68	2.08	2.51	2.99	3.51
11.00	1.04	1.35	1.71	2.12	2.56	3.05	3.58
11.20	1.06	1.38	1.74	2.15	2.61	3.10	3.64
11.40	1.07	1.40	1.78	2.19	2.65	3.16	3.71
11.60	1.09	1.43	1.81	2.23	2.70	3.21	3.77
11.80	1.11	1.45	1.84	2.27	2.75	3.27	3.84
12.00	1.13	1.48	1.87	2.31	2.79	3.32	3.90
12.20	1.15	1.50	1.90	2.35	2.84	3.38	3.97
12.40	1.17	1.53	1.93	2.38	2.89	3.43	4.03
12.60	1.19	1.55	1.96	2.42	2.93	3.49	4.10
12.80	1.21	1.58	1.99	2.46	2.98	3.54	4.16
13.00	1.23	1.60	2.03	2.50	3.03	3.60	4.23
13.20	1.24	1.62	2.06	2.54	3.07	3.66	4.29
13.40	1.26	1.65	2.09	2.58	3.12	3.71	4.36
13.60	1.28	1.68	2.12	2.62	3.17	3.77	4.42
13.80	1.30	1.70	2.15	2.65	3.21	3.82	4.49
14.00	1.32	1.72	2.18	2.69	3.26	3.88	4.55
14.20	1.34	1.75	2.21	2.73	3.31	3.93	4.62
14.40	1.36	1.77	2.24	2.77	3.35	3.99	4.68
14.60	1.38	1.80	2.27	2.81	3.40	4.04	4.75
14.80	1.39	1.82	2.30	2.85	3.44	4.10	4.81
15.00	1.41	1.85	2.34	2.88	3.49	4.15	4.88
15.20	1.43	1.87	2.37	2.92	3.54	4.21	4.94
15.40	1.45	1.90	2.40	2.96	3.58	4.26	5.01
15.60	1.47	1.92	2.43	3.00	3.63	4.32	5.07
15.80	1.49	1.95	2.46	3.04	3.68	4.38	5.14
16.00	1.51	1.97	2.49	3.08	3.72	4.43	5.20

CURVAS VERTICALES - Longitud 280 metros - T = 140 m

$i\%$	Abscisas a partir del p.e.v.						
$i1 \pm i2$	10	20	30	40	50	60	70
2.00	0.00	0.01	0.03	0.06	0.09	0.13	0.18
2.20	0.00	0.02	0.04	0.06	0.10	0.14	0.19
2.40	0.00	0.02	0.04	0.07	0.11	0.15	0.21
2.60	0.00	0.02	0.04	0.07	0.12	0.17	0.23
2.80	0.00	0.02	0.04	0.08	0.13	0.18	0.25
3.00	0.00	0.02	0.05	0.09	0.13	0.19	0.26
3.20	0.01	0.02	0.05	0.09	0.14	0.21	0.28
3.40	0.01	0.02	0.05	0.10	0.15	0.22	0.30
3.60	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16	0.23	0.32
3.80	0.01	0.03	0.06	0.11	0.17	0.24	0.33
4.00	0.01	0.03	0.06	0.11	0.18	0.26	0.35
4.20	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19	0.27	0.37
4.40	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.28	0.39
4.60	0.01	0.03	0.07	0.13	0.21	0.30	0.40
4.80	0.01	0.03	0.08	0.14	0.21	0.31	0.42
5.00	0.01	0.04	0.08	0.14	0.22	0.32	0.44
5.20	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.33	0.46
5.40	0.01	0.04	0.09	0.15	0.24	0.35	0.47
5.60	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49
5.80	0.01	0.04	0.09	0.17	0.26	0.37	0.51
6.00	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27	0.39	0.53
6.20	0.01	0.04	0.10	0.18	0.28	0.40	0.54
6.40	0.01	0.05	0.10	0.18	0.29	0.41	0.56
6.60	0.01	0.05	0.11	0.19	0.29	0.42	0.58
6.80	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30	0.44	0.60
7.00	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.45	0.61
7.20	0.01	0.05	0.12	0.21	0.32	0.46	0.63
7.40	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.48	0.65
7.60	0.01	0.05	0.12	0.22	0.34	0.49	0.67
7.80	0.01	0.06	0.13	0.22	0.35	0.50	0.68
8.00	0.01	0.06	0.13	0.23	0.36	0.51	0.70
8.20	0.01	0.06	0.13	0.23	0.37	0.53	0.72
8.40	0.01	0.06	0.13	0.24	0.37	0.54	0.74
8.60	0.02	0.06	0.14	0.25	0.38	0.55	0.75
8.80	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39	0.57	0.77

CURVAS VERTICALES · Longitud 280 metros · T = 140 m

<i>i%</i>	Abscisas a partir del P.C.V.						
<i>i1 ± i2</i>	80	90	100	110	120	130	140
2.00	0.23	0.29	0.36	0.43	0.51	0.60	0.70
2.20	0.25	0.32	0.39	0.48	0.57	0.66	0.77
2.40	0.27	0.35	0.43	0.52	0.62	0.72	0.84
2.60	0.30	0.38	0.46	0.56	0.67	0.78	0.91
2.80	0.32	0.41	0.50	0.60	0.72	0.84	0.98
3.00	0.34	0.43	0.54	0.65	0.77	0.91	1.05
3.20	0.37	0.46	0.57	0.69	0.82	0.97	1.12
3.40	0.39	0.49	0.61	0.73	0.87	1.03	1.19
3.60	0.41	0.52	0.64	0.78	0.93	1.09	1.26
3.80	0.43	0.55	0.68	0.82	0.98	1.15	1.33
4.00	0.46	0.58	0.71	0.86	1.03	1.21	1.40
4.20	0.48	0.61	0.75	0.91	1.08	1.27	1.47
4.40	0.50	0.64	0.79	0.95	1.13	1.33	1.54
4.60	0.53	0.67	0.82	0.99	1.18	1.39	1.61
4.80	0.55	0.69	0.86	1.04	1.23	1.45	1.68
5.00	0.57	0.72	0.89	1.08	1.29	1.51	1.75
5.20	0.59	0.75	0.93	1.12	1.34	1.57	1.82
5.40	0.62	0.78	0.96	1.17	1.39	1.63	1.89
5.60	0.64	0.81	1.00	1.21	1.44	1.69	1.96
5.80	0.66	0.84	1.04	1.25	1.49	1.75	2.03
6.00	0.69	0.87	1.07	1.30	1.54	1.81	2.10
6.20	0.71	0.90	1.11	1.34	1.59	1.87	2.17
6.40	0.73	0.93	1.14	1.38	1.64	1.93	2.24
6.60	0.75	0.95	1.18	1.43	1.70	1.99	2.31
6.80	0.78	0.98	1.21	1.47	1.75	2.05	2.38
7.00	0.80	1.01	1.25	1.51	1.80	2.11	2.45
7.20	0.82	1.04	1.29	1.56	1.85	2.17	2.52
7.40	0.85	1.07	1.32	1.60	1.90	2.23	2.59
7.60	0.87	1.10	1.36	1.64	1.95	2.29	2.66
7.80	0.89	1.13	1.39	1.69	2.01	2.35	2.73
8.00	0.91	1.16	1.43	1.73	2.06	2.41	2.80
8.20	0.94	1.19	1.46	1.77	2.11	2.47	2.87
8.40	0.96	1.22	1.50	1.82	2.16	2.54	2.94
8.60	0.98	1.24	1.54	1.86	2.21	2.60	3.01
8.80	1.01	1.27	1.57	1.90	2.26	2.66	3.08

CURVAS VERTICALES · Longitud 280 metros · T = 140 m

$i\%$	Abscisas a partir del p.e.v.						
$i1 \pm i2$	10	20	30	40	50	60	70
9.00	0.02	0.06	0.14	0.26	0.40	0.58	0.79
9.20	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41	0.59	0.81
9.40	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.60	0.82
9.60	0.02	0.07	0.15	0.27	0.43	0.62	0.84
9.80	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.63	0.86
10.00	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.64	0.88
10.20	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.66	0.89
10.40	0.02	0.07	0.17	0.30	0.46	0.67	0.91
10.60	0.02	0.08	0.17	0.30	0.47	0.68	0.93
10.80	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.69	0.95
11.00	0.02	0.08	0.18	0.31	0.49	0.71	0.96
11.20	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72	0.98
11.40	0.02	0.08	0.18	0.33	0.51	0.73	1.00
11.60	0.02	0.08	0.19	0.33	0.52	0.75	1.02
11.80	0.02	0.08	0.19	0.34	0.53	0.76	1.03
12.00	0.02	0.09	0.19	0.34	0.54	0.77	1.05
12.20	0.02	0.09	0.20	0.35	0.54	0.78	1.07
12.40	0.02	0.09	0.20	0.35	0.55	0.80	1.09
12.60	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.81	1.10
12.80	0.02	0.09	0.21	0.37	0.57	0.82	1.12
13.00	0.02	0.09	0.21	0.37	0.58	0.83	1.14
13.20	0.02	0.09	0.21	0.38	0.59	0.85	1.16
13.40	0.02	0.10	0.22	0.38	0.60	0.86	1.17
13.60	0.02	0.10	0.22	0.39	0.61	0.87	1.19
13.80	0.02	0.10	0.22	0.39	0.62	0.89	1.21
14.00	0.02	0.10	0.22	0.40	0.62	0.90	1.23
14.20	0.02	0.10	0.23	0.41	0.63	0.91	1.24
14.40	0.03	0.10	0.23	0.41	0.64	0.93	1.26
14.60	0.03	0.10	0.23	0.42	0.65	0.94	1.28
14.80	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66	0.95	1.30
15.00	0.03	0.11	0.24	0.43	0.67	0.96	1.31
15.20	0.03	0.11	0.24	0.43	0.68	0.98	1.33
15.40	0.03	0.11	0.25	0.44	0.69	0.99	1.35
15.60	0.03	0.11	0.25	0.45	0.70	1.00	1.37
15.80	0.03	0.11	0.25	0.45	0.70	1.02	1.38
16.00	0.03	0.11	0.26	0.46	0.71	1.03	1.40

CURVAS VERTICALES - Longitud 280 metros - T = 140 m							
<i>i%</i>	Abscisas a partir del p.e.v.						
<i>il ± i2</i>	80	90	100	110	120	130	140
9.00	1.03	1.30	1.61	1.94	2.31	2.72	3.15
9.20	1.05	1.33	1.64	1.99	2.37	2.78	3.22
9.40	1.07	1.36	1.68	2.03	2.42	2.84	3.29
9.60	1.10	1.39	1.71	2.07	2.47	2.90	3.36
9.80	1.12	1.42	1.75	2.12	2.52	2.96	3.43
10.00	1.14	1.45	1.79	2.16	2.57	3.02	3.50
10.20	1.17	1.48	1.82	2.20	2.62	3.08	3.57
10.40	1.19	1.50	1.86	2.26	2.67	3.14	3.64
10.60	1.21	1.53	1.89	2.29	2.73	3.20	3.71
10.80	1.23	1.56	1.93	2.33	2.78	3.26	3.78
11.00	1.26	1.59	1.96	2.38	2.83	3.32	3.85
11.20	1.28	1.62	2.00	2.42	2.88	3.38	3.92
11.40	1.30	1.65	2.04	2.46	2.93	3.44	3.97
11.60	1.33	1.68	2.07	2.51	2.98	3.50	4.06
11.80	1.35	1.71	2.11	2.55	3.03	3.56	4.13
12.00	1.37	1.74	2.14	2.59	3.09	3.62	4.20
12.20	1.39	1.76	2.18	2.64	3.14	3.68	4.27
12.40	1.42	1.79	2.21	2.68	3.19	3.74	4.34
12.60	1.44	1.82	2.25	2.72	3.24	3.80	4.41
12.80	1.46	1.85	2.29	2.77	3.29	3.86	4.48
13.00	1.49	1.88	2.32	2.81	3.34	3.92	4.55
13.20	1.51	1.91	2.36	2.85	3.39	3.98	4.62
13.40	1.53	1.94	2.39	2.90	3.45	4.04	4.69
13.60	1.55	1.97	2.43	2.94	3.50	4.10	4.76
13.80	1.58	2.00	2.46	2.98	3.55	4.16	4.83
14.00	1.60	2.03	2.50	3.02	3.60	4.22	4.90
14.20	1.62	2.05	2.54	3.07	3.65	4.29	4.97
14.40	1.65	2.08	2.57	3.11	3.70	4.35	5.04
14.60	1.67	2.11	2.61	3.15	3.75	4.41	5.11
14.80	1.69	2.14	2.64	3.20	3.81	4.47	5.18
15.00	1.71	2.17	2.68	3.24	3.86	4.53	5.25
15.20	1.74	2.20	2.71	3.28	3.91	4.59	5.32
15.40	1.76	2.23	2.75	3.33	3.96	4.65	5.39
15.60	1.78	2.26	2.79	3.37	4.01	4.71	5.46
15.80	1.81	2.29	2.82	3.41	4.06	4.77	5.53
16.00	1.83	2.31	2.86	3.46	4.11	4.83	5.60

CURVAS VERTICALES - Longitud 300 metros - T = 150 m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del p.e.v.						
<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	10	20	30	40	50	60	70
2.00	0.00	0.01	0.03	0.05	0.09	0.12	0.16
2.20	0.00	0.01	0.03	0.06	0.09	0.13	0.18
2.40	0.00	0.02	0.04	0.06	0.10	0.14	0.20
2.60	0.00	0.02	0.04	0.07	0.11	0.16	0.21
2.80	0.00	0.02	0.04	0.07	0.12	0.17	0.23
3.00	0.01	0.02	0.05	0.08	0.12	0.18	0.25
3.20	0.01	0.02	0.05	0.09	0.13	0.19	0.26
3.40	0.01	0.02	0.05	0.09	0.14	0.20	0.28
3.60	0.01	0.02	0.05	0.10	0.15	0.22	0.29
3.80	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16	0.23	0.31
4.00	0.01	0.03	0.06	0.11	0.17	0.24	0.33
4.20	0.01	0.03	0.06	0.11	0.18	0.25	0.34
4.40	0.01	0.03	0.07	0.12	0.18	0.26	0.36
4.60	0.01	0.03	0.07	0.12	0.19	0.28	0.38
4.80	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.29	0.39
5.00	0.01	0.03	0.08	0.13	0.21	0.30	0.41
5.20	0.01	0.03	0.08	0.14	0.22	0.31	0.42
5.40	0.01	0.04	0.08	0.14	0.23	0.32	0.44
5.60	0.01	0.04	0.08	0.15	0.23	0.34	0.46
5.80	0.01	0.04	0.09	0.15	0.24	0.35	0.47
6.00	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49
6.20	0.01	0.04	0.09	0.17	0.26	0.37	0.51
6.40	0.01	0.04	0.10	0.17	0.27	0.38	0.52
6.60	0.01	0.04	0.10	0.18	0.27	0.40	0.54
6.80	0.01	0.05	0.10	0.18	0.28	0.41	0.56
7.00	0.01	0.05	0.11	0.19	0.29	0.42	0.57
7.20	0.01	0.05	0.11	0.19	0.30	0.43	0.59
7.40	0.01	0.05	0.11	0.20	0.31	0.44	0.60
7.60	0.01	0.05	0.11	0.20	0.32	0.46	0.62
7.80	0.01	0.05	0.12	0.21	0.32	0.47	0.64
8.00	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.48	0.65
8.20	0.01	0.05	0.12	0.22	0.34	0.49	0.67
8.40	0.01	0.06	0.13	0.22	0.35	0.50	0.69
8.60	0.01	0.06	0.13	0.23	0.36	0.52	0.70
8.80	0.01	0.06	0.13	0.23	0.37	0.53	0.72

CURVAS VERTICALES - Longitud 300 metros - T =150 m

<i>i%</i>	Abscisas a partir del P.C.V.							
<i>i1 ± i2</i>	80	90	100	110	120	130	140	150
2.00	0.21	0.27	0.33	0.40	0.48	0.56	0.65	0.75
2.20	0.23	0.30	0.37	0.44	0.53	0.62	0.72	0.83
2.40	0.26	0.32	0.40	0.48	0.58	0.68	0.78	0.90
2.60	0.28	0.35	0.43	0.52	0.62	0.73	0.85	0.98
2.80	0.30	0.38	0.47	0.56	0.67	0.79	0.91	1.05
3.00	0.32	0.40	0.50	0.60	0.72	0.84	0.98	1.13
3.20	0.34	0.43	0.53	0.65	0.77	0.90	1.05	1.20
3.40	0.36	0.46	0.57	0.69	0.82	0.96	1.11	1.28
3.60	0.38	0.49	0.60	0.73	0.86	1.01	1.18	1.35
3.80	0.41	0.51	0.63	0.77	0.91	1.07	1.24	1,43
4.00	0.43	0.54	0.67	0.81	0.96	1.13	1.31	1.50
4.20	0.45	0.57	0.70	0.85	1.01	1.18	1.37	1.58
4.40	0.47	0.59	0.73	0.89	1.06	1.24	1.44	1.65
4.60	0.49	0.62	0.77	0.93	1.10	1.30	1.50	1.73
4.80	0.51	0.65	0.80	0.97	1.15	1.35	1.57	1.80
5.00	0.53	0.68	0.83	1.01	1.20	1.41	1.63	1.88
5.20	0.55	0.70	0.87	1.05	1.25	1.46	1.70	1.95
5.40	0.58	0.73	0.90	1.09	1.30	1.52	1.76	2.03
5.60	0.60	0.76	0.93	1.13	1.34	1.58	1.83	2.10
5.80	0.62	0.78	0.97	1.17	1.39	1.63	1.89	2.18
6.00	0.64	0.81	1.00	1.21	1.44	1.69	1.96	2.25
6.20	0.66	0.84	1.03	1.25	1.49	1.75	2.03	2.33
6.40	0.68	0.86	1.07	1.29	1.54	1.80	2.09	2.40
6.60	0.70	0.89	1.10	1.33	1.58	1.86	2.16	2.48
6.80	0.72	0.92	1.13	1.37	1.63	1.92	2.22	2.55
7.00	0.75	0.95	1.17	1.41	1.68	1.97	2.29	2.63
7.20	0.77	0.97	1.20	1.45	1.73	2.03	2.35	2.70
7.40	0.79	1.00	1.23	1.49	1.78	2.08	2.42	2.78
7.60	0.81	1.03	1.27	1.53	1.82	2.14	2.48	2.85
7.80	0.83	1.05	1.30	1.57	1.87	2.20	2.55	2.93
8.00	0.85	1.08	1.33	1.61	1.92	2.25	2.61	3.00
8.20	0.87	1.11	1.37	1.65	1.97	2.31	2.68	3.08
8.40	0.90	1.13	1.40	1.69	2.02	2.37	2.74	3.15
8.60	0.92	1.16	1.43	1.73	2.06	2.42	2.81	3.23
8.80	0.94	1.19	1.47	1.77	2.11	2.48	2.87	3.30

CURVAS VERTICALES · Longitud 300 metros · T = 150 m

<i>i</i> %	Abscisas a partir del p.e.v.						
	<i>i</i> 1 ± <i>i</i> 2	10	20	30	40	50	60
9.00	0.02	0.06	0.14	0.24	0.37	0.54	0.74
9.20	0.02	0.06	0.14	0.24	0.38	0.55	0.75
9.40	0.02	0.06	0.14	0.25	0.39	0.56	0.77
9.60	0.02	0.06	0.14	0.26	0.40	0.58	0.78
9.80	0.02	0.07	0.15	0.26	0.41	0.59	0.80
10.00	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.60	0.82
10.20	0.02	0.07	0.15	0.27	0.42	0.61	0.83
10.40	0.02	0.07	0.16	0.28	0.43	0.62	0.85
10.60	0.02	0.07	0.16	0.28	0.44	0.64	0.87
10.80	0.02	0.07	0.16	0.29	0.45	0.65	0.88
11.00	0.02	0.07	0.17	0.29	0.46	0.66	0.90
11.20	0.02	0.07	0.17	0.30	0.47	0.67	0.91
11.40	0.02	0.08	0.17	0.30	0.48	0.68	0.93
11.60	0.02	0.08	0.17	0.31	0.48	0.70	0.95
11.80	0.02	0.08	0.18	0.31	0.49	0.71	0.96
12.00	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50	0.72	0.98
12.20	0.02	0.08	0.18	0.33	0.51	0.73	1.00
12.40	0.02	0.08	0.19	0.33	0.52	0.74	1.01
12.60	0.02	0.08	0.19	0.34	0.52	0.76	1.03
12.80	0.02	0.09	0.19	0.34	0.53	0.77	1.05
13.00	0.02	0.09	0.20	0.35	0.54	0.78	1.06
13.20	0.02	0.09	0.20	0.35	0.55	0.79	1.08
13.40	0.02	0.09	0.20	0.36	0.56	0.80	1.09
13.60	0.02	0.09	0.20	0.36	0.57	0.82	1.11
13.80	0.02	0.09	0.21	0.37	0.57	0.83	1.13
14.00	0.02	0.09	0.21	0.37	0.58	0.84	1.14
14.20	0.02	0.09	0.21	0.38	0.59	0.85	1.16
14.40	0.02	0.10	0.22	0.38	0.60	0.86	1.18
14.60	0.02	0.10	0.22	0.39	0.61	0.88	1.19
14.80	0.02	0.10	0.22	0.39	0.62	0.89	1.21
15.00	0.02	0.10	0.23	0.40	0.62	0.90	1.23
15.20	0.03	0.10	0.23	0.41	0.63	0.91	1.24
15.40	0.03	0.10	0.23	0.41	0.64	0.92	1.26
15.60	0.03	0.10	0.23	0.42	0.65	0.94	1.27
15.80	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66	0.95	1.29
16.00	0.03	0.11	0.24	0.43	0.67	0.96	1.31

CURVAS VERTICALES - Longitud 300 metros - T = 150 m

$i\%$	Abscisas a partir del P.C.V.							
$i1 \pm i2$	80	90	100	110	120	130	140	150
9.00	0.96	1.22	1.50	1.81	2.16	2.54	2.94	3.38
9.20	0.98	1.24	1.53	1.85	2.20	2.59	3.01	3.45
9.40	1.00	1.27	1.57	1.90	2.25	2.65	3.07	3.53
9.60	1.02	1.30	1.60	1.94	2.30	2.70	3.14	3.60
9.80	1.05	1.32	1.63	1.98	2.35	2.76	3.20	3.68
10.00	1.07	1.35	1.67	2.02	2.40	2.82	3.27	3.75
10.20	1.09	1.38	1.70	2.06	2.45	2.87	3.33	3.83
10.40	1.11	1.40	1.73	2.10	2.50	2.93	3.40	3.90
10.60	1.13	1.43	1.77	2.14	2.54	2.99	3.46	3.98
10.80	1.15	1.46	1.80	2.18	2.59	3.04	3.53	4.05
11.00	1.17	1.49	1.83	2.22	2.64	3.10	3.59	4.13
11.20	1.19	1.51	1.87	2.26	2.69	3.15	3.66	4.20
11.40	1.22	1.54	1.90	2.30	2.74	3.21	3.72	4.28
11.60	1.24	1.57	1.93	2.34	2.78	3.27	3.79	4.35
11.80	1.26	1.59	1.97	2.38	2.83	3.32	3.85	4.43
12.00	1.28	1.62	2.00	2.42	2.88	3.38	3.92	4.50
12.20	1.30	1.65	2.03	2.46	2.93	3.44	3.99	4.58
12.40	1.32	1.67	2.07	2.50	2.98	3.49	4.05	4.65
12.60	1.34	1.70	2.10	2.54	3.02	3.55	4.12	4.73
12.80	1.36	1.73	2.13	2.58	3.07	3.60	4.18	4.80
13.00	1.39	1.76	2.17	2.62	3.12	3.66	4.25	4.88
13.20	1.41	1.78	2.20	2.66	3.17	3.72	4.31	4.95
13.40	1.43	1.81	2.23	2.70	3.22	3.77	4.38	5.03
13.60	1.45	1.84	2.27	2.74	3.26	3.83	4.44	5.10
13.80	1.47	1.86	2.30	2.78	3.33	3.89	4.51	5.18
14.00	1.49	1.89	2.33	2.82	3.36	3.94	4.57	5.25
14.20	1.51	1.92	2.37	2.86	3.41	4.00	4.64	5.33
14.40	1.54	1.94	2.40	2.90	3.46	4.06	4.70	5.40
14.60	1.56	1.97	2.43	2.94	3.50	4.11	4.77	5.48
14.80	1.58	2.00	2.47	2.98	3.55	4.17	4.83	5.55
15.00	1.60	2.03	2.50	3.02	3.60	4.22	4.90	5.63
15.20	1.62	2.05	2.53	3.06	3.65	4.28	4.97	5.70
15.40	1.64	2.08	2.57	3.10	3.70	4.34	5.03	5.78
15.60	1.66	2.11	2.60	3.15	3.74	4.39	5.10	5.85
15.80	1.69	2.13	2.63	3.19	3.79	4.45	5.16	5.92
16.00	1.71	2.16	2.67	3.23	3.84	4.51	5.23	6.00

CARTERA PARA DISEÑO DE RASANTE

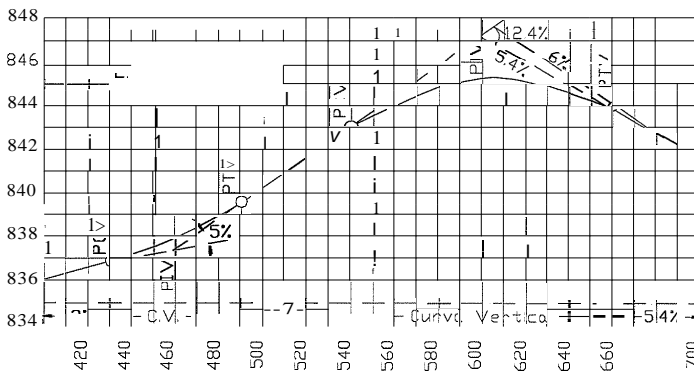
Abscisas enm	Pendientes (%)	Cotas en la tango	Corrección de pendiente	Cotas rojas	
KO+400		836.20		836.20	
410		36.40		36.40	
420		36.60		36.60	
PCV 430	+ 2 %	36.80	0.00	36.80	
435		36.90	+ 0.01	36.91	
440		37.00	0.04	37.04	
445		37.10	0.09	37.19	
450		37.20	0.17	37.37	
455		37.30	0.26	37.56	
PIV 460		- 1 -	37.40	0.38	37.78
465		37.75	0.26	38.01	
470		38.10	0.17	38.27	
475		38.45	0.09	38.54	
480		38.80	0.04	38.84	
485		39.15	0.01	39.16	
PTV 490		39.50	0.00	39.50	
500	+ 7 %	40.20		40.20	
510		40.90		40.90	
520		41.60		41.60	
530		42.30		42.30	
PCV 540	- 1 -	43.00	0.00	43.00	
550		43.70	-0.05	43.65	
560		44.40	0.21	44.19	
570		45.10	0.47	44.63	
580		45.80	0.83	44.97	
590		46.50	1.29	45.21	
PIV 600			47.20	1.86	45.34
610			46.66	1.29	45.37
620			46.12	0.83	45.29
630			45.58	0.47	45.11
640		45.04	0.21	44.83	
650	+ 5.4 %	44.50	0.05	44.45	
PTV 660		43.96	0.00	43.96	
670		43.42		43.42	
680		42.88		42.88	
690		42.34		42.34	
700		41.80		841.80	

Diseño de curvas verticales

Un ejercicio de aplicación de las tablas anteriores se ofrece en la figura 96, que muestra el diseño de dos curvas verticales sucesivas: una cóncava de 60 m y una convexa de 120 m de longitud. Se han empleado estas curvas para unir o empalmar alineamientos rectos de perfil, así: la primera, uno de +2% con otro de +7%, o sea de $i = -5\%$, la segunda, uno de +7% con otro de -5,4%, o sea de $i = 12,4\%$.

Requisito indispensable, de orden práctico, para el uso en el diseño de las curvas tabuladas es el de que el PIV corresponda a una abscisa de decámetro completo. Tal el caso de la primera curva, en que PIV tiene como abscisa 460. Cuando esto no se logra con pendientes expresadas en números enteros, es preciso fraccionar una de ellas, o ambas, en busca de la abscisa requerida. Así si en la segunda curva hubieren de empalmarse 7% con 6%, las dos tangentes se cruzarían en una abscisa intermedia entre 600 y 610; en cambio, se ubica el PIV en la abscisa 600 reduciendo a 5,4% la pendiente del 6%.

Escogida la longitud de cada curva vertical de acuerdo con las especificaciones de la vía, se procede a calcularla para el diseño de la rasante mediante una cartera de oficina cuyo modelo se presenta en la página anterior. Del cotejo entre los datos consignados en cada una de las columnas de la cartera y los que ofrece la línea de rasante de la figura 96 se deduce el procedimiento para determinar, por puntos, toda la curva cóncava como la convexa. Con un curvígrafo se dibujan una y otra.



- Figura 96 -

Las correcciones de pendiente, para cada una de las curvas del ejercicio propuesto, se han tomado de las tablas en la forma siguiente: Para la cóncava de 60 m de longitud, de la página 259 en el renglón correspondiente al valor $i = 5,0$; Y para la convexa de 120 m, de la página 266 en el renglón correspondiente $i = 12,4$.

Como las parábolas son simétricas, se aplican en su segunda rama los mismos valores de la primera en el sentido progresivo del abscisado pero en orden descendente de dichos valores. En las curvas cóncavas las correcciones de pendiente se suman a las cotas respectivas de las tangentes y en las convexas las primeras se restan de las segundas.

ALINEAMIENTOS HORIZONTAL y VERTICAL

Los alineamientos horizontal y vertical de una carretera no deben estudiarse independientemente; uno es complemento del otro y combinaciones deficientes pueden perjudicar notablemente un trazado. Para facilitar la mejor combinación de los dos alineamientos y obtener un proyecto que garantice seguridad, velocidad de diseño y buena apariencia, se presentan las recomendaciones siguientes:

- a) Los alineamientos en recta o con baja curvatura, a costa de pendientes fuertes, o alineamientos con pendientes bajas pero con excesiva curvatura, constituyen los denominados "proyectos pobres". Un proyecto lógico es aquel en que ambos alineamientos están estrechamente vinculados, ofreciendo seguridad y capacidad máximas, operación fácil y uniforme y apariencia agradable dentro de las posibilidades que proporcione la topografía.
- b) Una curva horizontal cerrada no debe coincidir con la parte superior de una curva vertical convexa pronunciada. Esta coincidencia ofrece peligro por que el conductor no puede percibir el cambio de alineamiento horizontal, especialmente de noche, pues las luces del vehículo se pierden en el espacio. El peligro de esta combinación puede evitarse si la curva horizontal es más larga que la vertical, en forma que la larga sea la guía del conductor.

- c) Las oportunidades de paso o adelantamiento deberán ofrecerse el mayor número de veces posible, respetando los valores mínimos recomendados. Muchos accidentes se presentan durante las maniobras de paso efectuadas en tramos de carretera no aptos para realizarlas.
- d) En las intersecciones de carreteras debe procurarse que la curvatura horizontal y la vertical sean del menor grado posible, por razones primordiales de visibilidad..

Zonas de separación

El uso de zonas de separación o separadores en las carreteras obedece a la necesidad de dividir en éstas el tráfico de direcciones opuestas, característica principal de las carreteras especiales y multicarriles. En las carreteras rurales las zonas de separación deben tener un ancho suficiente para dar plena libertad a los vehículos que viajan en uno y otro sentido, y reducen el efecto de las luces de éstos en la noche. Ese ancho varía entre 1,20 m y 12,00 m, con tendencia a mayores valores.

La variación en el ancho de la zona y el empleo de perfiles separados para los alineamientos horizontales se consideran ventajosos para el proyecto y para la operación de los vehículos en cada carretera unidireccional.

Paraderos y áreas de descanso

En las carreteras con tráfico intenso y pesado es deseable y funcional establecer condiciones de seguridad y comodidad para los usuarios. De ahí la conveniencia de construir obras adicionales como paraderos y áreas de descanso.

Los paraderos son áreas pequeñas, usualmente revestidas y colocadas al lado de las bermas, cuya finalidad es facilitar la entrada o salida de los pasajeros de los buses, la entrega de correo, paradas de emergencia, etc.

Las áreas de descanso son similares a la de los paraderos pero destinados a utilizarse por períodos de tiempo mayores. Su localización y cantidad son función del volumen del tráfico, tipo de la carretera y tierras adyacentes.

Iluminación

Experiencias extranjeras demuestran que el índice de accidentes en las carreteras es tres veces mayor de noche que de día, a pesar de que en la noche el tráfico es sólo un tercio del total. La iluminación de las carreteras disminuye los accidentes y ayuda a aumentar la velocidad de 15 a 30 Km/h.

La iluminación de las vías rurales es deseable para reducir los peligros en el tránsito nocturno aunque su necesidad es mucho menor que en las áreas urbanas. En general, la iluminación en las carreteras solamente es recomendable en puntos críticos como intersecciones, puentes, túneles y en vías con intencionalidad lateral acentuada.

Con el objeto de disminuir el efecto del resplandor de la iluminación en la superficie de rodadura de las carreteras, los focos de luz deben colocarse a una altura comprendida entre 7,50 y 10 m y los soportes deben ser postes uniformes, situados a distancia no menor de 1,80 del borde del carril de tráfico adyacente.

Intersecciones

Las intersecciones son los lugares en donde dos o más carreteras se unen o cruzan. Constituyen una parte muy importante de las carreteras, ya que mucho de su eficiencia, seguridad, velocidad, costo de operación y capacidad dependen de su proyecto. Hay dos tipos de intersecciones. Intersecciones a nivel o pasos a nivel e intersecciones a desnivel, intercambios o pasos elevados.

Las intersecciones a nivel se clasifican, de acuerdo con el número de ramales de que constan, así: de tres ramales (T o Y), de cuatro ramales, múltiples y de glorieta. Las hay sin canalizar y canalizadas. Y las intersecciones a desnivel o a niveles diferentes se clasifican en los tipos siguientes, según los ramales y la forma de conexión: en "T" o trompeta; en "Y"; trébol parcial con rampas en dos cuadrantes; trébol; diamante; direccional, y glorieta.

Numerosos factores intervienen para elegir el tipo de intersección, pero los más importantes son el volumen horario de proyecto, la composición del tráfico y la velocidad de diseño.

El estudio referente a intersecciones de carreteras es complejo y vasto, primordialmente en la coordinación de los alineamientos vertical y horizontal, de las secciones transversales, de ancho de calzada, etc., hasta el punto que ha dado lugar a tratados especiales sobre la materia en el diseño geométrico avanzado. Por ello se hace simplemente referencia a él en el presente texto sobre trazado general de carreteras.

CAPITULO

VOLUMENES PARA LA CONSTRUCCION

Una vez localizada en el terreno la línea definida en el diseño en planta, esto es, el eje de la carretera, se nivela éste con nivel de precisión partiendo de un BM del trazado preliminar y chequeando cotas con los BM sucesivos del mismo. Dicho eje se materializará con puntos de madera hincados a ras de tierra y adjuntos a estacas que llevan anotadas las abscisas respectivas, colocados cada 10 m. Se estacan también los puntos de tangencia de las curvas y todos cuantos sean necesarios para detallar el perfil longitudinal.

Con relación a la cota de cada punto de esa nivelación se colocan las respectivas estacas de talud, denominadas también de chaflán, las cuales permiten configurar una sección en corte o en terraplén en cada abscisa, cuya área es base para el cálculo de los volúmenes en el movimiento de tierras.

Taludes

Se denominan taludes los planos laterales que limitan las excavaciones en los cortes y los volúmenes de los terraplanes en la construcción de una vía terrestre de comunicación. Los taludes se miden por el ángulo que forman tales planos con la vertical en cada sección recta de la vía, medida determinada en tanto por uno, en que la unidad tiene sentido vertical. Así, en los cortes de 1/2 por 1, o simplemente del 1/2, es un talud cuya inclinación es de 0.50 m por m, y del 1 por 1, o simplemente del 1, es decir, de un ángulo de 45° con la vertical. En los terraplanes el talud de 1.5 por 1, ó 3 por 2, corresponde al de descanso natural de las tierras, utilizándose también el de 2 por 1, 3 por 1 y hasta 4 por 1.

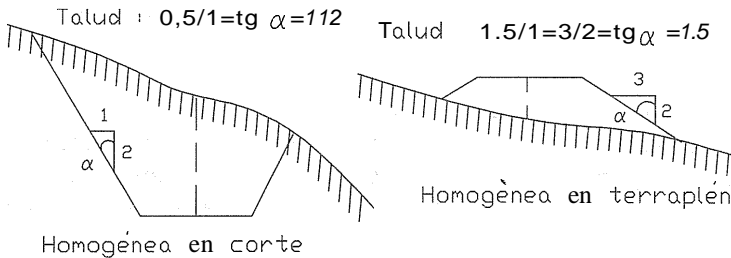
Estacas de chaflán

Se llaman estacas de chaflán y comúnmente chaflanes, aquellas que se colocan en los puntos en donde la línea del talud corta la superficie

natural del terreno en cada sección transversal. Hay que precisar estos puntos, tanto para acometer los trabajos de movimiento de tierras como para calcular los volúmenes de corte o desmonte y en terraplenes o relleno.

de sección

Si una sección transversal de la explanación de una vía corresponde totalmente a corte o a terraplén se denomina homogénea, y si parte de ella está en corte y el resto en terraplén se denomina mixta. En la figura 97 se presentan los tipos de secciones homogéneas en corte y en terraplén, en su forma más simple. Y la figura 98 muestra dos tipos de secciones mixtas.



- Figura 97 -

Cota de trabajo

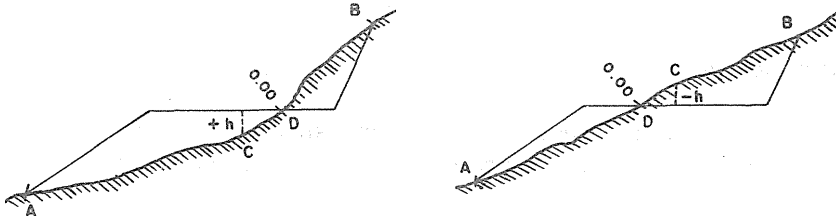
Por cota de trabajo se entiende la diferencia entre la cota roja, la de la subrasante y la cota negra, la del terreno, en un punto dado del eje de la vía. Convencionalmente se distinguen con el signo (-) las cotas de trabajo en corte y con el signo (+) las cotas de trabajo en terraplén.

Ceros o puntos de paso

Los ceros son los puntos en que la cota roja es igual a la cota negra, o sea aquellos en que se pasa de corte a terraplén, tanto en sentido longitudinal del eje como en el trasversal del mismo. Según la situación de los ceros en la sección transversal reciben tres denominaciones: ceros laterales, ceros en el eje y ceros en chaflanes. Los gráficos siguientes detallan esta clasificación.

Ceros Laterales

Tipos de secciones transversales mixtas:

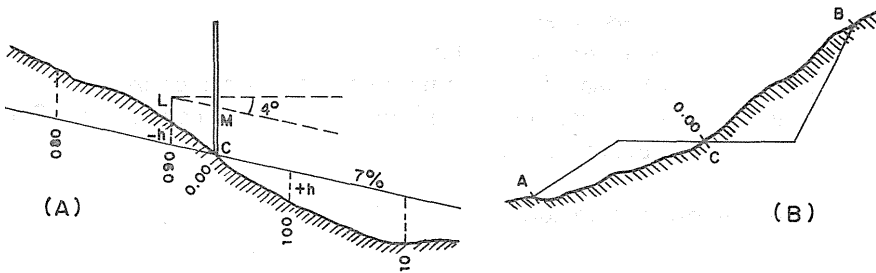


- Figura 98 -

- B estacas de chaflán en terraplén
- B estacas de chaflán en corte
- e estacas de centro o en el
- D ceros a la derecha o a la izquierda
- $\pm h =$ cotas de en o en corte.

Ceros en el eje

Los ceros en el eje se localizan en el terreno por el procedimiento siguiente: Los signos contrarios en las cotas de trabajo de dos puntos de abscisas consecutivas indican la existencia ceros intermedios; en uno de tales puntos (el 0,90, por ejemplo, de la figura 99-A) se instala un nivel sobre una vara de altura en el abney se marca el ángulo que corresponde a la pendiente, bajando para un -7%, por ejemplo);

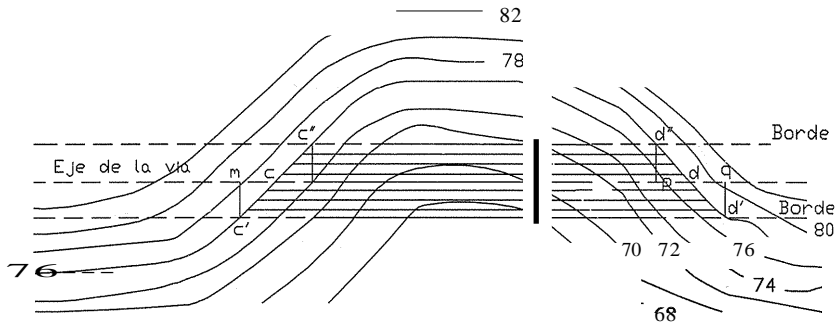


- Figura 99 -

se hace desplazar la mira M a lo largo del eje entre las estacas 0,90 y 100, Y cuando en ella se haga la lectura $CM = L + h$ el pie de la mira estará en los ceros (0,00); se mide la distancia desde la estaca 0,90 y se obtiene así la abscisa de los ceros en el eje. La figura 99-B muestra la sección transversal característica en tal abscisa.

Ceros en los chaflanes

Los ceros en los chaflanes son los que corresponden a puntos en donde los bordes de la banca de la carretera intersectan la superficie natural del terreno, y se determinan por la abscisa del eje en frente de la cual están situados. En la figura 100, que corresponde a la proyección horizontal de un tramo recto de banca, entre curvas de nivel que configuran el paso por una cañada, se indica este tipo de ceros.



- Figura 100 -

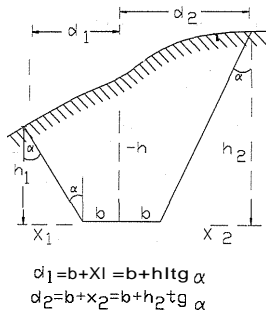
- c, d = ceros en el eje
 c', c'', dI, d'' = ceros en los chaflanes
 m, n, p, q = abscisas de cada uno de estos últimos ceros
 $clcc''$ y $didd''$ = intersecciones del plano de la banca con la superficie natural del terreno.

Posición de las estacas de chaflán

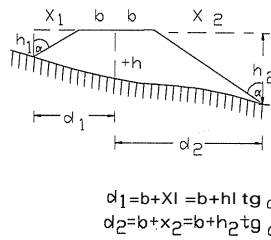
Cada estaca de chaflán está determinada por su distancia al eje y su altura sobre la subrasante de la carretera, que es el plano de referencia

en los trabajos de chaflanado. De las secciones homogéneas en corte y en terraplén que aparecen en la figuras 101-A y 101-B se deduce la relación que fija la posición de las estacas de chaflán.

$$\begin{aligned} d_1 &= b + x_1 = b + h_1 \operatorname{tg} \alpha & d_1 &= b + x_1 = b + h_1 \operatorname{tg} \alpha \\ d_2 &= b + x_2 = b + h_2 \operatorname{tg} \alpha & d_2 &= b + x_2 = b + h_2 \operatorname{tg} \alpha \end{aligned}$$



- Figura 101 A -



- Figura 101 B -

De manera general puede establecerse que la distancia al eje de toda estaca de chaflán es:

$$d = b + h \operatorname{tg} \alpha$$

- b = semibanca
- h = altura de chaflán sobre la plataforma
- tg α = talud

Colocación de las estacas de chaflán

De toda sección que va a chaflanarse se conocen: ancho de banca, talud y cota de trabajo.

Existen dos procedimientos para colocar estacas de chaflán: uno de ejecución directa en el terreno en cada punto abscisado del eje localizado en la vía, y otro levantando el perfil trasversal del terreno en cada uno de los puntos para dibujarlo, diseñar sobre él la sección respectiva de la vía y deducir de este gráfico la distancia del eje a la correspondiente estaca de chaflán para colocarla después con esa distancia en el terreno.

El sistema de colocación directa de chaflanes en el terreno es el siguiente: se sitúa una mira sobre el punto del eje en la abscisa dada y con el nivel Locke se hace en ella una lectura tal que la visual o altura instrumental quede a metros completos sobre la subrasante de la vía, si se trata de corte. Si se trata de terraplén con cota de trabajo inferior a 1,00 m, sobre la mira colocada en el punto dado se hace una lectura igual al valor de dicha cota, con lo cual la visual queda a la altura de la subrasante; y si la cota es superior a uno o más metros con fracción, sobre la mira allí colocada se hace una lectura igual a esa fracción, de manera que la visual queda a uno o más metros debajo de la subrasante. En estas condiciones se hace correr la mira sobre la normal al eje en el punto considerado (Figs. 101 A y B) para encontrar un valor vertical (h_1 o h_2) con el cual se calcula la distancia horizontal (d_1 o d_2). Si no se satisface la ecuación general $d = b + h \operatorname{tg}$, se realizan tanteos hasta lograr esta igualdad.

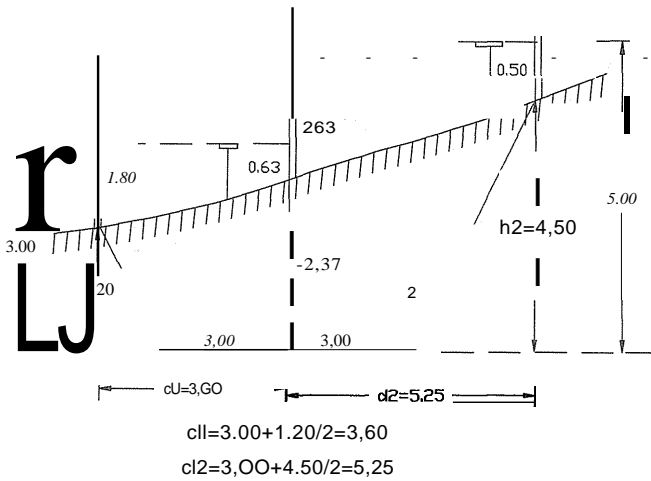
El procedimiento es menos oneroso y prolongado de cuanto aparenta, y la práctica de esta labor reduce a su mínimo los tanteos y muchas veces los elimina. Ejemplos numéricos explican el sistema de trabajo en cada caso, como los presentados a continuación.

Sección homogénea en corte.

Si la cota de trabajo en corte es -2,37 m (Fig 102), sobre la mira situada en el eje debe leerse un complemento para fijar la altura de la visual del Locke en metros completos; por ejemplo: 1,63, 2,63, 3,63, etc., cuando va a colocarse el chaflán alto, o 0,63 si va a colocarse en la parte baja de la sección. Sea este último el caso dado: la altura de la visual será $0,63 + 2,37 = 3,00$ m. Conseguida esta altura se traslada la mira al punto probable del chaflán en donde se lee en ella 1,80, por ejemplo; la diferencia $3,00 - 1,80 = 1,20$ es el valor para (h_1) que se aplica en la ecuación general $dI = 3,00 + 1,20 \times \operatorname{tg} = 3,00 + 1,20/2 = 3,60$ m, pues el talud es de 1/2. Si al medir en el terreno la distancia de la mira coincide con la calculada (dI), el pie de la mira indica la posición del chaflán y allí se coloca la estaca correspondiente de la izquierda, en la cual se marca la altura de 1,20 m sobre la subrasante con signo (-). Cuando tal coincidencia no ocurre debe efectuarse el ajuste conducente para obtenerla.

Para colocar el chaflán de la derecha, hacia arriba, se instala el nivel Locke en forma que la mira situada en el eje se lea 2,63 para fijar una

altura de visual de $2,37 + 2,63 = 5,00$ m. Conseguida ésta se traslada la mira sobre la normal al punto probable del chaflán, en donde se leyere, por ejemplo, 0,50; la diferencia $5,00 - 0,50 = 4,50$ es un valor para (h_2) que, aplicado a la ecuación general, determina la distancia $d_2 = 3,00 + 4,50/2 = 5,25$ m que debe coincidir con la medida en el terreno entre el eje y la mira si ésta acertó a colocarse en el sitio del chaflán, en donde se clavará una estaca con la anotación (-4,50).



- Figura 102 -

Los datos registrados en esta sección, en corte, se consignan en la cartera de chaflanes así:

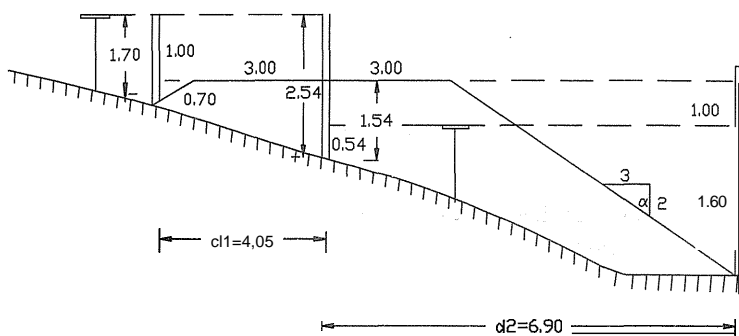
Chaflán izquierdo	Centro	Chaflán derecho
<u>-1.20</u>	-2,37	<u>-4,50</u>
3,60		5,25

Sección homogénea en terraplén.

Dado que la cota de trabajo en terraplén sea 1,54 m y vaya a colocarse el chaflán debajo, en la mira situada en el eje (Fig. 103) se lee la fracción 0,54, con lo cual la visual de Locke estará a 1,00 m debajo del nivel de la subrasante de la Vía. En esta posición de la visual, se traslada la mira

al punto probable de chaflán, en donde se lea, por ejemplo, 1,60; el valor de (h_2) será $1,00 + 1,60 = 2,60$ que, aplicado a la ecuación general, determinará la distancia $d_2 = 3,00 + 2,60 \text{ tga} = 3,00 + 1,5 \times 2,60 = 6,90$ m, la cual debe coincidir con la medida del terreno entre el eje y la mira si ésta acertó a colocarse en el sitio del chaflán, en donde se clavará una estaca con la anotación (+2,60). Si no, se hacen tanteos hasta acertar. Para terraplén el talud es $3/2$, o sea 1,5.

Para colocar el chaflán de la izquierda, hacia arriba, se instala el Locke en forma que la mira situada en el eje se lea 2,54. con lo cual la visual estará a 1,00 m por encima de la subrasante. En esta situación, se traslada la mira al punto probable del chaflán, en donde se lea 1,70, por ejemplo; el valor de (h_1) será $1,70 - 1,00 = 0,70$ que, aplicado a la ecuación general, determinará una distancia $d_1 = 3,00 + 1,5 \times 0,70 = 4,05$ m, la cual debe coincidir con la medida en el terreno del eje hasta la mira, si ésta acertó a colocarse en el sitio del chaflán, en donde se clavará una estaca con la anotación (+0,70).



- Figura 103 -

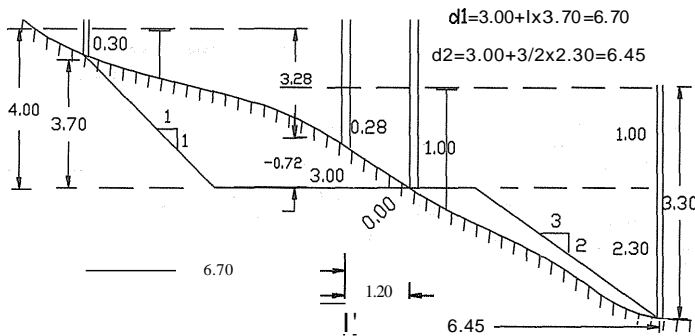
Los datos registrados en esta sección, en terraplén, se consignan en la cartera de chaflanes así:

Chaflán izquierdo	Centro	Chaflán derecho
$\frac{+0,70}{4,05}$	+1,54	$\frac{+2,60}{6,90}$

Sección mixta.

En una sección mixta, la posición inicial del nivel Locke es análoga a la de uno u otro de los casos anteriores de chaflanado, según que la cota de trabajo sea cero, negativa o positiva, y las estacas de chaflán se colocan en la forma antes indicada para el corte y para el terraplén. Se agrega la colocación de los ceros laterales.

La figura 104 presenta una sección mixta con cota de trabajo en corte (-0,72). Las cifras y niveles allí anotados, que tienen como plano de referencia el de la subrasante de la vía, prolongando a derecha e izquierda, indican el procedimiento para colocar el chaflán en corte hacia arriba de la sección y el cero lateral y el chaflán en terraplén hacia abajo.



- Figura 104 -

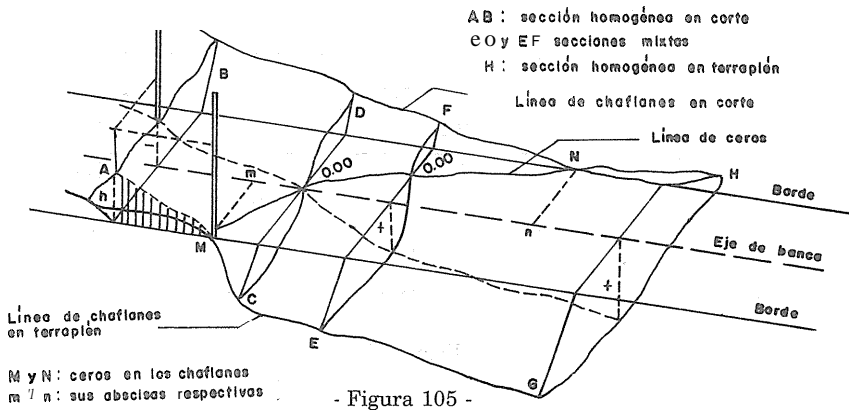
Como talud para el corte se ha asumido el de 1 por 1, esto es, de $\alpha = 45^\circ$ o $\text{tg } \alpha = 1$. Para el terraplén el habitual es de 3 por 2 o sea 1,5.

Los datos de las características descritas se consignan en la cartera así:

Chaflán izquierdo	Centro	Chaflán derecho
<u>-3,70</u>	-0,72	<u>+2,30</u>
6,70	<u>0,00</u>	6,45
	1,20	

Ceros en los chaflanes.

Para ubicar los ceros en los chaflanes (M) se busca sobre una sección AE inmediata a estos un punto (A) del terreno (Fig. 105) situado a media banca del eje, del lado de los ceros, cuya altura (h) sobre la subrasante se determina con base en la cota de trabajo y mediante lectura hecha sobre una mira colocada en el eje. En (A) se instala la vara de un nivel Abney, en el cual se fija la pendiente longitudinal de la vía a lo largo del borde en donde está instalada y en el sentido en que tales ceros deben encontrarse; se desplaza luego la mira sobre ese borde paralelamente al eje y a distancia de media banca de éste, hasta que con la visual fija en el Abney se haga en la mira una lectura igual a la suma de la longitud de la vara del Abney y la altura (h). El pie de la mira estará entonces en los ceros en los chaflanes (M), y la abscisa (m) en frente de la cual se han localizado se determina con la medida, a lo largo del eje, de la distancia entre la estaca de centro de la sección (AE) y el punto (m).



La existencia de ceros en los chaflanes está determinada entre dos secciones transversales consecutivas cuando éstas, de un mismo lado de la vía, corresponden la una a corte (-) y la otra a terraplén (+).

Las estacas

Las estacas-testigos de los puntos del eje localizado de la vía presentan dos caras labradas opuestas; en una se marca la abscisa y en otra la cota de trabajo con el signo que le corresponda. Las dos caras se orientan en el sentido de la dirección del eje.

Las estacas de chaflán tienen también dos caras labradas, en una de las cuales se marca la altura del punto del chaflán sobre la subrasante, en los cortes, o la altura de ésta sobre el punto de chaflán, en los terraplenes, con el signo respectivo; esta cara se orienta hacia el centro de la banca. En la otra cara se marca la abscisa del eje.

Las estacas para señalar los ceros en el terreno tienen sólo una cara labrada, en la cual se marcan los ceros (0,00), y se clavan inclinadas en los puntos correspondientes con la cara hacia arriba.

CALCULO DE AREAS

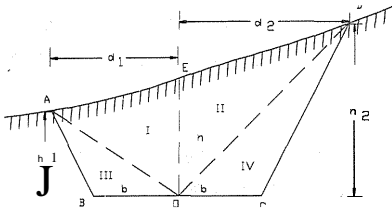
Para determinar el volumen de material en el movimiento de tierras entre dos secciones transversales consecutivas, es preciso calcular previamente las áreas de tales secciones con los datos obtenidos en el terreno y consignados en la cartera de chaflanes, denominada también cartera de cubicación.

Al efecto pueden considerarse dos tipos de secciones transversales: simples, o sean aquellas en que el perfil natural del terreno por su forma más o menos regular, queda determinado solamente por la cota de centro y por las cotas laterales de los chaflanes; y compuestas, aquellas que por las ondulaciones sensibles de ese perfil requieren, para detallar las irregularidades del terreno, además de las cotas de centro y de los chaflanes, cotas de otros puntos intermedios referidas a la subrasante de la vía.

Se consideran en seguida las secciones simples en su triple forma de homogéneas en corte, en terraplén y mixtas.

Secciones homogéneas simples

El área ABCD (fig. 106) de una sección homogénea simple en corte se fracciona en cuatro triángulos, cuyas áreas pueden calcularse con elementos conocidos así:



- Figura 106 -

$$I = \frac{1}{2} h d_1$$

$$II = \frac{1}{2} h d_2$$

$$III = \frac{1}{2} b h_1$$

$$IV = \frac{1}{2} b h_2$$

$$\text{Total } S = \frac{1}{2} [h (d_1 + d_2) + b (h_1 + h_2)]$$

Los datos del terreno tomados en esta sección, aparecen consignados en la cartera de chaflanes así:

-h

Un sistema de cálculo del área, para una sección de este tipo, que podría llamarse de "cálculo abreviado", es el más rápido y se explica fácilmente. Los datos de la cartera se suponen como tres quebrados, colocando imaginariamente como denominador del intermedio el valor de la semi-banca, sin tomar en cuenta los signos de las cifras, así:

h
(b)

Con base en este esquema, las operaciones para obtener el valor del área S se efectúan del siguiente modo: a quien opere una máquina calculadora pueden dictarse los factores para dos productos únicamente, que la propia máquina suma. Tales productos son: la semisuma de los numeradores extremos por la semi-banca o también la mitad de la semi-banca por la suma de dichos numeradores, y la semisuma de los denominadores extremos por la cota de trabajo o la mitad de esta cota por la suma de tales denominadores, según la facilidad que ofrezcan, a quien dicta, estos breves cálculos mentales. Debe tenerse cuidado de dictar igual número de decimales para los dos productos que se suman.

Estas operaciones corresponden exactamente a las indicadas en la fórmula deducida para el cálculo del área S.

Regla de las cruces

Un procedimiento de cálculo de áreas, que se aplica a todo tipo de secciones chaflanadas, es el denominado "Regla de las cruces". Según éste, los datos de la cartera, en una sección como la considerada, se suponen como cinco quebrados, colocando imaginariamente un cero (0) como denominador del intermedio y agregando dos quebrados extremos, iguales, que tengan cero por numerador y la semibanca por denominador.

$$\begin{array}{ccc} \text{O} & h & \text{O} \\ b & \text{O} & b \end{array}$$

El área se obtiene tomando la mitad de la suma de los productos de los términos de los quebrados, indicados con líneas continuas, y restando la mitad de la suma de los productos de los términos de los quebrados que se indican con líneas interrumpidas, así:

$$S = \frac{1}{2} (bh_1 + dIh + hd_2 + h_2b - 0)$$

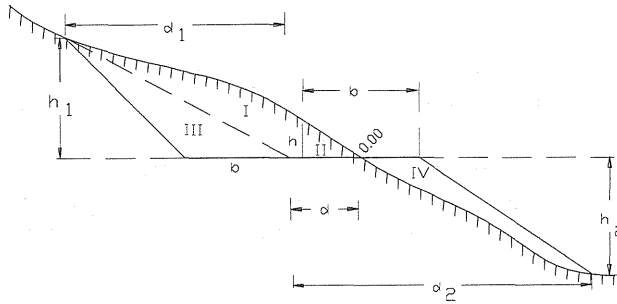
o sea $S = \frac{1}{2} [h (dI + d_2) + b (h_1 + h_2)]$

que es la expresión deducida para el valor del área S.

Para una sección homogénea simple en terraplén todos los sistemas y fórmulas de cálculo son exactamente iguales a las indicados para la sección homogénea en corte, pues la nomenclatura y relaciones de aquélla corresponden en rigor a las del gráfico invertido de ésta.

Secciones mixtas simples

En las secciones mixtas deben calcularse por separado las áreas en corte y las áreas en terraplén, pues en la construcción los volúmenes de una y otra índole se computan separadamente. Fraccionada la superficie de esta sección en cuatro triángulos, se tiene en la figura 107 las áreas siguientes:



- Figura 107 -

Para la sección en corte,

$$I = \frac{1}{2} h d_1$$

$$II = \frac{1}{2} h d$$

$$III = \frac{1}{2} b h_1$$

$$Sc = \frac{1}{2} [h (d + d_1) + b h_1]$$

Para la parte de sección en terraplén,

$$St = IV = \frac{1}{2} (b + d) h_2$$

En la cartera de chaflanes los datos de esta sección se consignan en la forma siguiente:

$$\begin{array}{r} -h \\ \quad 0,00 \\ \quad \quad d \end{array}$$

Para aplicar la regla de las cruces estos datos se suponen así:

$$\frac{0}{b} \times \frac{h_1}{d_1} \times \frac{0,00}{d} \quad \bigcirc$$

El área de la sección en corte será,

$$Sc = \frac{1}{2} (bh_1 + d_1h + hd - 0)$$

$$\text{o sea, } Sc = \frac{1}{2} [h (d + d_1) + bh_1]$$

El área de la sección en terraplén será,

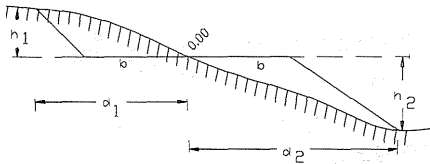
$$St = \frac{1}{2} (h_2b - dh_2) = \frac{1}{2} h_2 (b - d)$$

Si la parte de la sección en terraplén fuese mayor que la de corte, esto es, que la cota de trabajo fuese positiva, la Regla de las cruces tiene aplicación idéntica.

La regla del "cálculo abreviado" tiene también aplicación en las áreas mixtas, para el sector que contenga el eje de la vía.

Cuando el cero de la sección mixta está en el eje la Regla de las cruces es también aplicable.

Los datos de esta sección (fig. 108), en la cartera de chaflanes, se consignan así:



$$0,00$$

- Figura 108 -

Aplicando la Regla de las cruces se tiene como anteriormente:

$$\frac{0}{b} \times \frac{h_1}{d_1} \quad \frac{0,00}{0} \times \frac{h_2}{d_2} \times \frac{0}{b}$$

$$\text{La sección en corte es } Sc = \frac{1}{2} (bh_1 - 0) = \frac{1}{2} bh_1$$

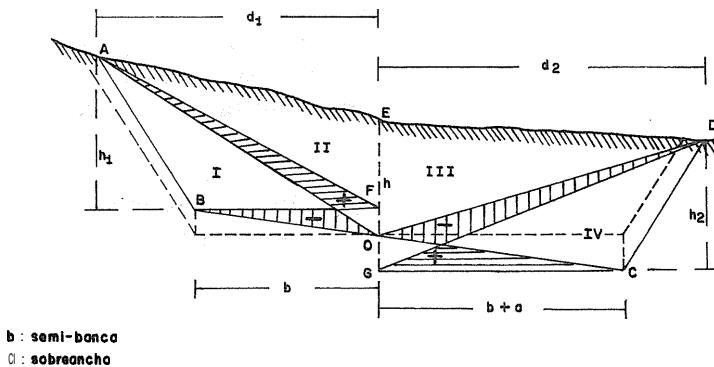
$$\text{Y la sección en terraplén es } St = \frac{1}{2} (bh_2 - 0) = \frac{1}{2} bh_2$$

Se trata, en este caso, del simple cálculo de áreas en cada uno de los dos triángulos, para lo cual basta la representación mental de la sección y asignar los correspondientes valores de base y altura al triángulo de corte y al de terraplén, efectuando los semi-productos separadamente.

Secciones simples en curva

En las curvas horizontales, como se sabe, la subrasante lleva la inclinación que indique el peralte. y cuando una calzada de doble vía carece del ancho suficiente es necesario dotarlo de sobrancho en la construcción.

Para chaflanar una sección de estas características se procede en forma semejante a la indicada en las secciones simples sin peralte ni sobrancho, pero adoptando como plano horizontal de referencia el que pasa por uno u otro de los bordes de la plataforma inclinada, según el



- Figura 109 -

lado de la sección que vaya a chaflanarse. De esta manera, los datos de la cartera ofrecen la misma presentación que los tomados en las secciones sin peralte ni sobreancho, como aparece en la sección homogénea en corte de la figura 109.

Los datos de esta sección se consignan en la cartera así:

$$\begin{array}{r} - h_1 \\ d_1 \end{array} \quad -h$$

Aplicando la Regla de las cruces,

$$\frac{0}{b} \times \frac{h_1}{d_1} \times \frac{h}{0} \times \frac{h_2}{d_2} \times \frac{0}{b+a}$$

$$\text{o sea, } S = \frac{1}{2} [bh_1 + d_1h + hd_2 + h_2(b+a) - 0]$$

Si se registra cuanto cada uno de los productos del segundo miembro de esta igualdad representado en la figura 109, se advierte que por compensación muy aproximada de errores el valor total de la expresión corresponde al área de la sección considerada.

Así lo comprueba la evaluación gráfica de los cuatro triángulos que integran la sección, dos a la izquierda y dos a la derecha, calculados con los datos de la cartera:

$$\begin{array}{ll} I: ABF = \frac{1}{2}bh_1 & III: EOD = \frac{1}{2}hd_2 \\ II: AOE = \frac{1}{2}d_1h & W:GDC = \frac{1}{2}h_2(b+a) \end{array}$$

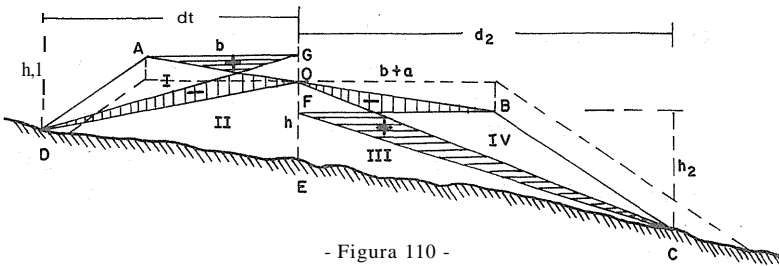
$$\text{Area total: } S = \frac{1}{2} [bh_1 + dlh + hd_2 + h_2(b+a)]$$

Al sumar las áreas I y II se registra computado doblemente' el triángulo AOF, que aparece sombreado y con signo (+), y queda sin computarse el triángulo BOF, sombreado también (-), que pertenece al área de la sección por evaluar. y al sumar las áreas III y IV se computa de más el triángulo OGC, sombreado y con signo (+) y queda sin computarse el triángulo OGD, sombreado y con signo (-), que es parte de la sección aludida.

Se considera que la suma algebraica de los cuatro pequeños triángulos de error, sombreados en la figura y dos a dos de igual base y alturas diferentes, sea aproximadamente igual a cero. Aunque la sección ABCD está representada en la cartera por datos análogos a los de una sección homogénea sin sobreancho y peralte, no puede determinarse el área por el sistema del cálculo abreviado.

Sección homogénea en terraplén.

Una sección de este tipo, correspondiente a un volumen de terraplén en curva, esto es, con sobreancho y peralte, se calcula en la misma forma indicada para la sección homogénea en corte, adoptando como líneas horizontales de referencia las que pasan por uno u otro de los bordes de la plataforma inclinada. La figura 110 representa la sección en terraplén y en ella se utiliza una nomenclatura análoga a la figura 109 para comprobar que la Regla de las cruces tiene aplicación en el cálculo de área.



- Figura 110 -

Los datos de esta sección se consignan en la cartera así:

$$\begin{array}{r} + h_1 \\ + h \\ d_1 \end{array}$$

Aplicando la Regla de las cruces,

$$\frac{0}{b} \times \frac{h_1}{d_1} \times \frac{h}{0} \times \frac{h_2}{d_2} \times \frac{0}{b+a}$$

$$\text{Area } S = \frac{1}{2} [bh_1 + d_1h + hd_2 + h_2(b+a) - 0]$$

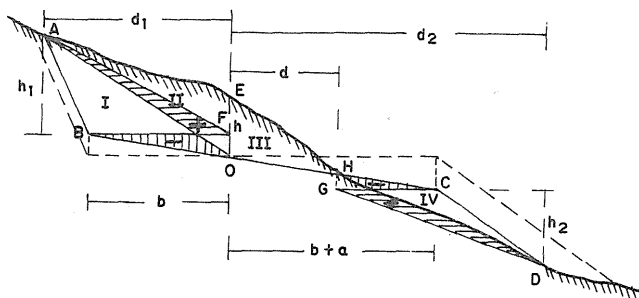
Esta expresión es igual a la que corresponde al cálculo geométrico de la sección ADCB descompuesta en cuatro triángulos, tomando en cuenta la compensación de los pequeños triángulos de error con sus signos respectivos, como lo demuestran las operaciones siguientes:

	Errores
I: $AGD = \frac{1}{2} bh_1$	+AGO
II: $DOE = \frac{1}{2} dlh$	-DGO
III: $COE = \frac{1}{2} hd_2$	+ COF
IV: $CBF = \frac{1}{2} h_2(b+a)$	-BOF
<hr/>	
$S = \frac{1}{2} [bh_1 + d_1h + hd_2 + h_2(b+a)]$	0,00 aprox.

Con los datos de cartera de esta sección, como con los de la sección del caso anterior, sólo puede aplicarse el sistema de la Regla de las cruces para la determinación del área.

Sección mixta.

Para una sección mixta con sobrancho y peralte tiene aplicación la Regla de las cruces en el cálculo de áreas, con aproximación aceptable. La figura 111 y los desarrollos subsiguientes así lo demuestran.



- Figura 111 -

Los datos de esta sección en el terreno se consignan en la cartera de chaflanes, así:

$$\begin{array}{r} -h \\ 0,00 \\ d \end{array}$$

Aplicando la Regla de las cruces,

$$\begin{array}{r} \circ \\ h \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,00 \\ d \end{array} \quad \begin{array}{r} \circ \\ b + a \end{array}$$

se obtienen las áreas respectivas de las secciones en corte y en terraplén, en la forma siguiente:

$$Sc = \frac{1}{2} (bh_1 + dlh + hd - 0)$$

$$St = \frac{1}{2} [h_2(b + a) - h_2d] = \frac{1}{2} h_2 [(b + a) - d]$$

Las áreas a que corresponden los términos de la primera de estas expresiones son exactamente las geométricas, así:

$$\text{I: } ABF = \frac{1}{2} bh_1$$

$$\text{II: } AEü = \frac{1}{2} dlh$$

$$\text{III: } EüR = \frac{1}{2} hd$$

$$Sc: ABRE = \frac{1}{2} (bh_1 + dlh + hd)$$

Al computar en la semibanca izquierda los triángulos I y II de corte se calcula como error en (+) el triángulo AüF y como error en (-) el BüF. El primero de estos dos últimos pequeños triángulos es un poco mayor que el segundo, pues ya que tienen igual base y diferente altura es mayor el de mayor altura. El área del triángulo III de corte corresponde exactamente a los datos del terreno.

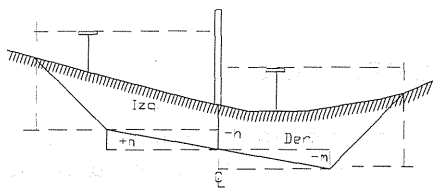
En la parte de terraplén de la semibanca derecha, al calcular el área (St) del triángulo IV no se logra tampoco una compensación, pues el triángulo HGD en (+) es mayor que el HGC en (-) por la razón antes mencionada.

Dentro de una sección mixta con sobreancho y peralte no hay, pues, lugar a compensación de errores, pero los registrados en una sección de estas características, en la cual la inclinación del terreno tenga el mismo sentido que el de la banca, se compensarán aproximadamente con los de otra sección semejante en la cual el sentido de la inclinación natural del terreno sea contrario al de la banca peraltada.

En las secciones mixtas simples, con sobreancho y peralte, tiene aplicación la regla del "cálculo abreviado" para el sector de área que obtenga tanto el eje de la vía como la semibanca sin sobreancho.

Cota nominal de ~~trabajo~~

Como ya se dijo, para chaflanar una sección peraltada deben fijarse, a cada lado de la banca, un plano horizontal de referencia a la altura del respectivo borde. Para precisar la cota de estos planos, con relación a las cuales la altura de la visual del nivel Locke debe estar a metros completos por encima o por debajo, se determina para cada lado una "cota nominal de trabajo" que permita iniciar la labor de chaflanado con base en la cota de trabajo en el eje, consignada en la cartera. Esa cota se deduce en la forma que se explica en las figuras siguientes.

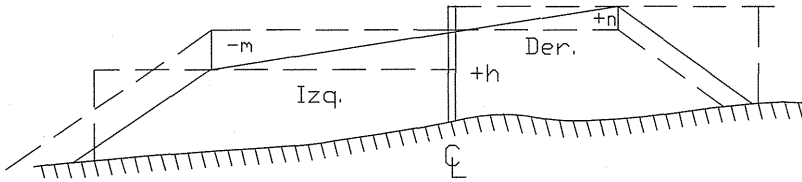


- Figura 112 -

La figura 112 representa una sección peraltada con cota de trabajo en corte. Se tiene allí que la cota nominal de trabajo para chaflanar hacia la izquierda es: $-h + n$ y que la cota nominal de trabajo para chaflanar hacia la derecha es: $-h$ m. Los valores (n) y (m) se calculan en función de la inclinación del peralte, dado en %, y del ancho de la semibanca a uno y otro lado.

La figura 113 representa una sección peraltada con cota de trabajo en terraplén, en la cual la cota nominal de trabajo para chaflanar hacia la

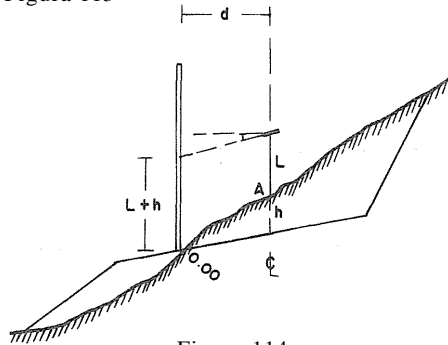
izquierda es: $+h - m$, y la cota de trabajo para chaflanar hacia la derecha es: $+h + n$.



- Figura 113 -

Colocación de ceros laterales

Para la colocación de ceros laterales en una sección transversal con peralte, se opera como lo indica la figura 114. En el punto A del centro se instala el nivel Abney en el cual se marca la pendiente que corresponde al peralte, y se hace deslizar la mira sobre la transversal hasta que en ella se haga la lectura igual a la suma de la longitud (L) de la vara del nivel y la cota de trabajo (h). El pie de la mira señalará el punto de los ceros laterales; Allí se clavará la estaca respectiva y se medirá su distancia (d) hasta el punto central A. Tales ceros se anotan en la cartera de chaflanes con el quebrado: $0,00/d$.



- Figura 114 -

SECCIONES COMPUESTAS

Se denominan secciones transversales compuestas aquellas en que, por las irregularidades del terreno, es preciso acotar diferentes puntos del perfil a fin de calcular las áreas con la mayor aproximación posible.

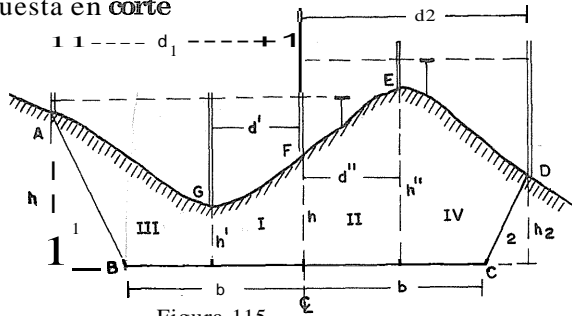
Para acotar los puntos esenciales del perfil de una sección transversal compuesta se toma como plano de referencia el de la subrasante de la vía en esa sección. Con base en la cota de trabajo y utilizando un nivel Locke se hace, en la mira situada en el eje (Fig. 115), una lectura tal que la

altura de la visual quede a metros completos sobre dicho plano si se opera con cota de trabajo en corte, o debajo de él si esta cota corresponde a terraplén. Instalado así el nivel de mano se hará correr la mira a lo largo del perfil, a uno y otro lado del eje, acotando los puntos que indiquen variaciones sensibles del terreno y anotando cada uno de ellos en la cartera mediante un quebrado cuyo numerador es la cota (h) del punto y el denominador es la distancia (d) al eje. En la figura (b) es la senlbanca.

En el estudio de esta clase de secciones se considerarán: homogéneas y mixtas sin sobreancho ni peralte, y homogéneas y mixtas con sobreancho y peralte. Los gráficos y desarrollos que se consignan en seguida permiten deducir las fórmulas para cálculo de áreas.

Sección homogénea compuesta en corte

Para determinar el área ABCDEFG se calculan y suman las áreas de los cuatro trapezios en que está dividida



- Figura 115 -

y se restan las de los triángulos extremos así:

$$\begin{aligned}
 &+ \text{ I: } \frac{1}{2} (h + h')d \\
 &+ \text{ II: } \frac{1}{2} (h + h'')d \\
 &+ \text{ III: } \frac{1}{2} (h' + h_1) (dI - di) \qquad -1 \frac{1}{2} [h_1 (dI - b)] \\
 &+ \text{ IV: } \frac{1}{2} (h''' + h_2) (d_2 - dII) \qquad -2 \frac{1}{2} [h_2 (d_2 - b)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S = &\frac{1}{2} [di (h + h') + dII (h + h'') + (h' + h_1) (dI - di) \\
 &+ (h''' + h_2) (d_2 - dII) - h_1 (dI - b) - h_2 (d_2 - b)]
 \end{aligned}$$

Efectuando estas operaciones y simplificando los términos opuestos:

$$S = \frac{1}{2} (d/h + d''h + h \cdot d_1 - h_1 d_1 + h'' d_2 - h_2 d'' + h_1 b + h_2 b)$$

La Regla de las cruces para el cálculo de áreas tiene, en secciones de esta clase, la más útil de las aplicaciones como se comprueba a continuación.

Los datos del terreno en la sección considerada se anotan en la cartera así:

$$\begin{array}{cccc} -h_1 & h & -h & h'' \\ \hline d_1 & d & d & d'' \end{array}$$

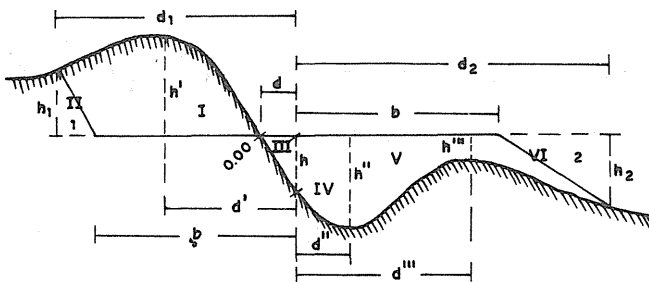
Aplicando la Regla de las cruces,

$$\begin{array}{cccccc} \frac{0}{b} & \times & \frac{h_1}{d_1} & \times & \frac{h'}{d'} & \times & \frac{h''}{d''} & \times & \frac{h_2}{d_2} & \times & \frac{0}{b} \end{array}$$

$$S = \frac{1}{2} (bh_1 + dIh^1 + d/h + hd'' + h''d_2 + h_2b - hId^1 - d''h_2)$$

Si se trata de una sección homogénea en terraplén, al realizar un gráfico y desarrollos análogos a los anteriores se obtiene esta misma fórmula de cálculo aplicada a los datos respectivos.

Sección mixta compuesta



- Figura 116 -

El área de la sección en corte, (fig. 116), situada a la izquierda de los ceros (0,00), es igual a la suma del triángulo (I) y del trapecio (ID menos el triángulo extremo (1). Luego,

$$Sc = \frac{1}{2} [h'(d' - d) + (h' + h_1) (d_1 - d') - h_1 (d_1 - b)]$$

Efectuando estas operaciones y simplificando,

$$Sc = \frac{1}{2} (h'd_1 - h'd - h_1d' + h_1b)$$

El área de la sección en terraplén, situada a la derecha de los (0,00), es igual a la suma del triángulo (HI) y de los trapecios IV, V y VI, menos el triángulo extremo (2). Luego,

$$St = \frac{1}{2} [hd + (h + h!)d!! + (h!! + h!!!)(d!!! - d!!) + (h!!! + h_2) (d_2 - d!!!) - h_2 (d_2 - b)]$$

Efectuando operaciones y simplificando,

$$St = \frac{1}{2} (hd + hd!! + h!!d!!! - h!!!d!! + h!!!d_2 - h_2d!!! + h_2b)$$

Los datos de esta sección en el terreno se consignan en la cartera así:

$\frac{h_1}{dI}$	$\frac{h!}{d!}$	$\frac{0,00}{d}$	$+$	h
------------------	-----------------	------------------	-----	-----

Aplicando la regla de las cruces

$$\frac{0}{b} \times \frac{h_1}{d_1} \times \frac{h'}{d'} \times \frac{0,00}{d} \times \frac{h}{0} \times \frac{h''}{d''} \times \frac{h'''}{d'''} \times \frac{h_2}{d_2} \times \frac{0}{b}$$

$$Sc = \frac{1}{2} (bh_1 + d_1h' - h'd - h_1d')$$

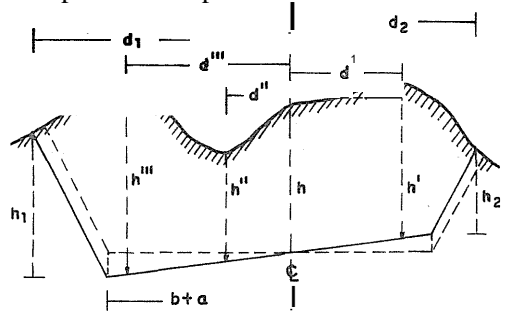
$$St = \frac{1}{2} (dh + hd'' + h''d''' + h'''d_2 + h_2b - d''h''' - d'''h_2)$$

Estas dos igualdades corresponden con exactitud a las deducidas geoméricamente.

Sección homogénea compuesta, con peralte y sobreebancho

La figura 117 presenta una sección de este tipo y en ella se usa la misma nomenclatura de las secciones compuestas sin peralte ni sobreebancho. Su diferencia con éstas estriba en que el plano de referencia para el acotamiento de los diferentes puntos del perfil no es horizontal sino inclinado, de acuerdo con el porcentaje del peralte.

Por consiguiente, la nivelación con Locke de la sección trasversal en el terreno se realiza tal como se indicó en la figura 115, pero teniendo en cuenta que la cota de cada punto referida al plano horizontal debe incrementarse en (+) o en (-), según que la plataforma inclinada de la



- Figura 117 -

vía baje o suba, a uno y a otro lado del eje, con respecto a dicho plano. Tales incrementos se calculan en función del peralte y de la respectiva distancia al eje de los puntos nivelados.

Para acotar los puntos del terreno cuya distancia al eje sea mayor que la semibanca, esto es, aquellos cuya proyección esté por fuera de los bordes de la vía, se toma como plano horizontal de referencia el que se extiende a uno y a otro lado a la altura del respectivo borde. Los puntos de chaflán, ya en corte o en terraplén, están siempre en estas condiciones.

Los datos en el terreno de una sección como la indicada en la figura 117, se consignan en la cartera así:

-h

Aplicando la Regla de las cruces con la adopción, en este caso, de la semibanca más el sobreebancho de la izquierda ($b + a$) como denominador del quebrado extremo de ese lado.

$$S = \frac{1}{2} \left[h_1 (b + a) + d_1 h''' + d''' h'' + d'' h + h d' + h' d_2 + h_2 b - h_1 d''' - h''' d'' - d' h_2 \right]$$

Esta expresión corresponde geoméricamente a la suma de las áreas de todos los trapecios, no rectángulos, de la sección considerada, menos las áreas de los dos triángulos extremos, sobre la base de que las cotas de los puntos de detalle del perfil (h' , h'' , h''') se refieren a la plataforma inclinada cuando su proyección está dentro de ella, o a cada uno de los planos horizontales que se extienden lateralmente a la altura del respectivo borde de esa plataforma, cuando se proyectan fuera.

Sección mixta compuesta con **peralte** y **sobreancho**

La figura 118 presenta esta sección. Para el acotamiento de los diferentes puntos del perfil trasversal se toman como planos de referencia así: el indicado por la inclinación hacia la izquierda de la plataforma peraltada, con el sobreancho en ese lado, para los puntos del terreno que sobre ella se proyectan, así estén por encima o por debajo, es decir, en corte o en terraplén, y los dos planos horizontales que se extienden lateralmente a la altura de uno y otro de los bordes de la plataforma, para los puntos cuya proyección esté fuera de ésta, tanto en corte hacia la izquierda como en terraplén hacia la derecha.

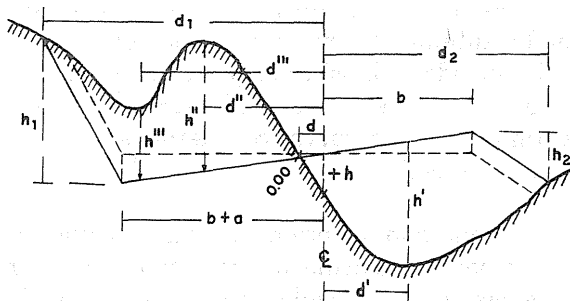


Figura 118-

Los datos de una sección de las características descritas se consignan en la cartera así:

$$\begin{array}{c} 0,00 \\ d \end{array} + h$$

Aplicando la Regla de las cruces,

$$\frac{0}{b+a} \times \frac{h_1}{d_1} \quad \frac{h''}{d''} \times \frac{0,00}{d} \times \frac{h}{0} \quad \frac{h^2}{d_2} \times \frac{0}{b}$$

Area de sección en corte:

$$Sc = \frac{1}{2} [h_1 (b + a) + d_1 h''' + d''' h'' - h_1 d''' - h''' d'' - dh'']$$

Area de la sección en terraplén:

$$St = \frac{1}{2} (dh + hd' + h'd_2 + h_2 b - d'h_2)$$

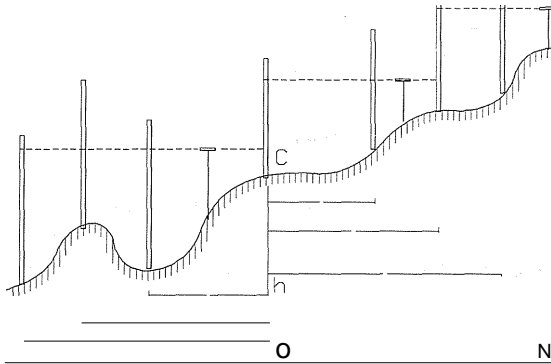
Los valores h' , h'' y h''' corresponden a los tomados desde el perfil del terreno hasta la subrasante, siguiendo la inclinación del peralte.

AREAS MEDIDAS CON PLANIMETRO

El segundo procedimiento anunciado para colocar estacas de chaflán consiste en el levantamiento cuidadoso del perfil trasversal en cada abscisa del eje localizado en la vía. Ese perfil se dibuja a escala adecuada en papel milimetrado y en él se diseña la sección correspondiente de la banca, sea en tangente o en curva, con detalles de ancho, sobrancho, peraltes y taludes respectivos.

Del gráfico así elaborado se obtiene dos datos, útiles en su orden para la construcción y para el cálculo de volúmenes en el movimiento de tierras: las distancias del eje a cada uno de los puntos de talud, con las cuales se colocarán en el terreno las estacas de chaflán en cada sección trasversal, y el área de cada sección medida con planímetro para el consiguiente cálculo de volúmenes.

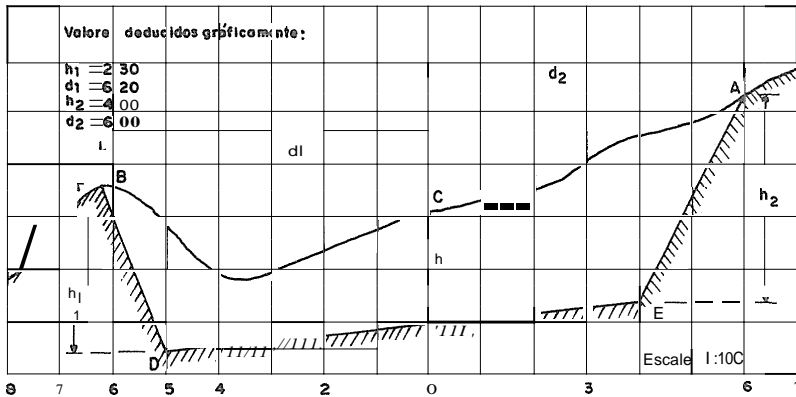
Para el levantamiento de los perfiles transversales se toman como referencias en cada punto abscisado del eje la recta horizontal MN (Fig. 119), que pasa por el centro O de la subrasante, y la cota de trabajo en el corte (h) en aquel punto. Sea C este punto de la línea localizada, en donde se sitúa inicialmente una mira; con un nivel Locke se hace en ésta una lectura, de preferencia complementaria del valor de la cota de trabajo a fin de obtener una altura de visual en metros completos sobre la horizontal MN, y se efectúa la nivelación geométrica de la transversal a uno y otro lado del eje con la amplitud suficiente, anotando en una cartera las cotas y abscisas indispensables que registren las irregularidades notables del terreno. Algunos ingenieros de trazado realizan el levantamiento de estos perfiles con nivel de precisión.



- Figura 119 -

Con las anotaciones de cartera aludidas se dibuja el perfil levantado en papel milimetrado, a la escala 1:100 usualmente. Se traza allí la sección en corte de la carretera (Fig. 120) con los detalles correspondientes, por ejemplo: cota de trabajo 2,20 m; ancho de banca 8,00 m; talud del 1/2; sobreebanco a la izquierda 1,00 m y peralte 0,10. De este gráfico, ya se dijo, se obtienen el área de la sección de la vía medida con el planímetro y las distancias (d_1) y (d_2) del centro C a cada uno de los puntos de talud A y B. Se obtienen también las alturas respectivas (h_1) y (h_2) de estos puntos sobre la horizontal que se extiende a uno y otro lado de la vía, a la altura de los bordes de la banca D y E. Con las distancias mencionadas se colocan luego en el terreno las estacas de

chaflán A y B, en las cuales se marcarán, en su orden y con signo (-), las alturas (h_1)'y (h_2). La escala debe ser igual para las abscisas y ordenadas.



- Figura 120 -

Si se trata de una sección con cota de trabajo en terraplén, el levantamiento del perfil transversal se realiza de forma análoga a la del caso de la sección en corte, tomando como referencia dicha cota y la recta horizontal que pasa por el eje de la subrasante. La sección quedará totalmente por encima del perfil del terreno si es homogénea en terraplén, o parte encima y parte debajo si es mixta.

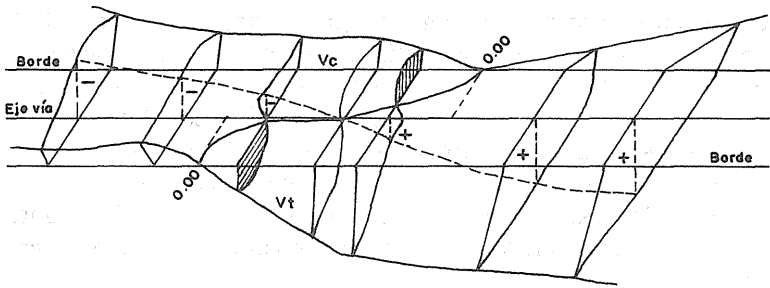
CALCULO DE VOLUMENES

Una vez determinadas las áreas de las secciones transversales en un sector de carretera localizado, ya por el sistema de colocación directa de estacas de chaflán o por el de levantamiento de perfiles y dibujo de tales secciones y su medición con planímetro, se procede al cálculo de los volúmenes comprendidos entre cada dos secciones consecutivas. Para los efectos de este cálculo es preciso definir los tipos de volumen geométrico que más se aproximen a la magnitud de las masas de excavación y de terraplén en el movimiento de tierras. La figura 121 da una idea de esos diferentes volúmenes en un sector de carretera en tangente.

Ya que las secciones que aparecen en la figura son paralelas pero no iguales, el volumen comprendido entre dos de ellas consecutivas, sea en

corte o en terraplén, tiene la mayor semejanza a un prismoide como el indicado en la figura 122, que es un sólido limitado en sus bases por dos polígonos cualesquiera, situados en planos paralelos y por triángulos y trapecios lateralmente. Su volumen se calcula por la formula:

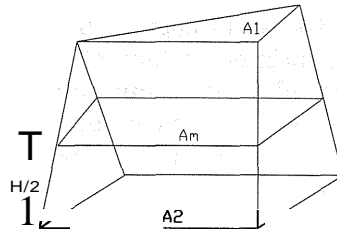
$$V = \frac{H}{6}(A1 + A2 + 4Am)$$



- Figura 121 -

H: altura del prismoide o distancia entre bases **A1** y **A2**; áreas de las bases paralelas.

Am: área de la sección paralela a las bases, en la mitad de la altura.



- Figura 122 -

Como la aplicación de la fórmula prismoidal en la cubicación de volúmenes en explanación de carreteras implicaría la labor adicional de determinar en el terreno una sección en la mitad de las dos que limitan el volumen por calcular, ordinariamente se emplea el método de las áreas medias que consiste en tomar la semisuma de dos áreas consecutivas y multiplicarla por la distancia entre ellas. Este método ofrece resultados suficientemente aproximados, especialmente cuando tales áreas difieren poco entre sí, caso en el cual se estima que el error no alcanza a 1%. En terrenos con fuertes pendientes transversales la aplicación del método puede ocasionar errores de 2% o más, pero es el generalizado en los cálculos prácticos de movimiento de tierras.

Cuando se requieran volúmenes con mayor precisión debe emplearse la fórmula prismoidal.

Las pirámides de terraplén (V_t) y de corte (V_c), (Fig. 121), con vértice en los ceros en los chaflanes, se cubican de conformidad con la fórmula geométrica del terreno del tercio del producto de la base por la altura.

CARTERA DE CUBICACION

Se presenta en la página siguiente un modelo de Cartera de Cubicación, cuyas doce columnas se utilizan así: en las de Abscisas y Cotas Negras se consignan los datos tomados de la cartera de nivelación de la línea localizada; en la de Cotas Rojas y Pendientes, los tomados de la plancha de perfil de dicha línea; en la de Taludes se anotan los que indiquen el estudio de la clase de terreno en el sector respectivo, y en las de Peralte y Sobreebanco los que indiquen en las curvas horizontales las normas que se adopten según el radio de cada curva y el ancho de la calzada.

En el centro de la columna de Secciones se anotan las cotas de trabajo, que son la diferencia entre la cota negra y la cota roja en cada abscisa, con su respectivo signo (-) para corte y (+) para terraplén. Los ceros sobre el eje (0,00) se toman en el terreno por el procedimiento indicado en la página 303 y en las abscisas correspondientes se anotan en la primera columna, en un renglón de la cartera que se lleva en blanco al campo y que se ha previsto con base en la existencia de tales ceros en la plancha del perfil de localización. Las abscisas y sus respectivas cotas de trabajo se consignan dejando un renglón de por medio.

A uno y otro lado de cada cota de trabajo se anotan, en forma de quebrado, los datos de los chaflanes, de los ceros laterales, de los ceros en los chaflanes y de detalles de irregularidades en el perfil cuando la sección transversal es compuesta. Los ceros en los chaflanes se obtienen como se indican en la página 310 y se anotan también en forma de quebrado, en el cual el numerador expresa los (0,00) y el denominador el ancho de la semibanca en la sección transversal que corresponde a tales ceros, cuya abscisa, medida sobre el eje, se anotan en la primera columna de un renglón de por medio entre los que corresponden a las dos secciones inmediatas chaflanadas. En la cartera se traza la línea de ceros, punteada, como se indica en el modelo.

CARRERA DE CUBICACION (Ancho de banca : 6.00 mt.)

Absisas	Cotas rojas	Pendientes	Taludes	Zanatas	S. ancho	SECCIONES			ÁREAS		VOLUMENES		
						lza.	Centro	Der.	Corte	Terrap.	Corte	Terrap.	
040	1.362.06	1.359.80				0.60	0.00	- 2.26	- 3.80	13.84	0.21		
						3.90	2.30		4.90			102.200	6.750
030	60.30	59.10				+ 1.20	0.00	- 1.20	- 2.30	6.60	1.14		
			0%			4.80	1.10		4.15			23.683	12.141
024.30	58.70	58.70	+			+ 2.08		--0.00	- 1.14	1.71	3.12		
						0.12			3.57			5.052	31.884
020	56.84	58.40				+ 3.10		+ 1.56	0.00 -0.80	0.64	n.71		
015.50						7.65		1.40	0.00 3.40			0.960	120.001
PT 012.10	56.12	57.93			0.50 d	+ 4.04		+ 1.81	3.00 0.40			18.67	
						9.06			4.10				38.514
010	56.07	57.e0			0.60	+ 3.40		+ 1.73	0.90			18.01	
			0%			aJO			4.95				130.350
K8+000	56.36	57.20	+		IDO	+ 1.60		+ 0.84	+ 0.60			7.93	
994.80						5.40			0.00 4.90				51.732
989.20	56.55	56.55			1.00	+ 1.10		-0.00	4.00 0.82	1.64	1.65	3.061	
						4.65			4.41			33.442	9.666
980	56.68	56.00			1.00	+0.70	0.00	-0.68	-1.70	5.63	0.45		
						4.05	1.70		4.85			84.037	3.825
pe 968.75	56.65	55.21			0.50 d	+0.50	ODO	- 1.44	- 2.50	9.31	0.23		
964.00						3.74	3.45		2.10			93.669	1.694
960	56.22	54.60				-0.60	3.00	-1.62	- 3.20	12.10			9.250
			7.0%			3.50			4.60			153.050	
950	56.16	53.90				-1.78		- 2.26	- 3.90	18.51			
						3.89			4.93			216.050	
940	56.18	53.20				- 2.16		- 2.98	- 4.86	24.70			
K.7						4.0e			5.43		Pasan	653454	595.468

VOLUMENES PARA LA CONSTRUCCION

En la columna de Areas se consignan las calculadas en metros cuadrados para cada sección, con aproximación al decímetro, y separadamente para corte y terraplén, utilizando al efecto el método del "cálculo abreviado", que es práctico y fácil para la generalidad de los casos, o la Regla de las cruces, indispensable para secciones compuestas o secciones simples con sobreebanco.

Finalmente, en la columna de volúmenes se consignan los calculados en metros cúbicos con aproximación al decímetro, esto es, con tres cifras decimales, y separadamente para corte y para terraplén. Estos cálculos se efectúan por el sistema de las áreas medidas, que consiste en multiplicar la media aritmética de dos áreas contiguas por la distancia entre ellas. Los resultados se anotan en el renglón intermedio a los correspondientes a tales áreas y se suman, en cada página, para obtener totales parciales por kilómetro. Se anotan también los volúmenes de las 3 pirámides con vértice en los cerros, en los chaflanes de abscisa 964,00, 994,80 Y 015,50, la primera en terraplén y las otras en corte.

LOS VOLUMENES EN LAS CURVAS

En las curvas horizontales de carreteras las secciones transversales son verticales como en las tangentes pero ya no paralelas, pues toman una dirección radial. La cubicación en este caso, por el sistema de las áreas medias, ocasiona un error mayor al considerado anteriormente y el uso de la fórmula prismoidal requiere una corrección por curvatura si se buscan volúmenes con la mayor aproximación posible.

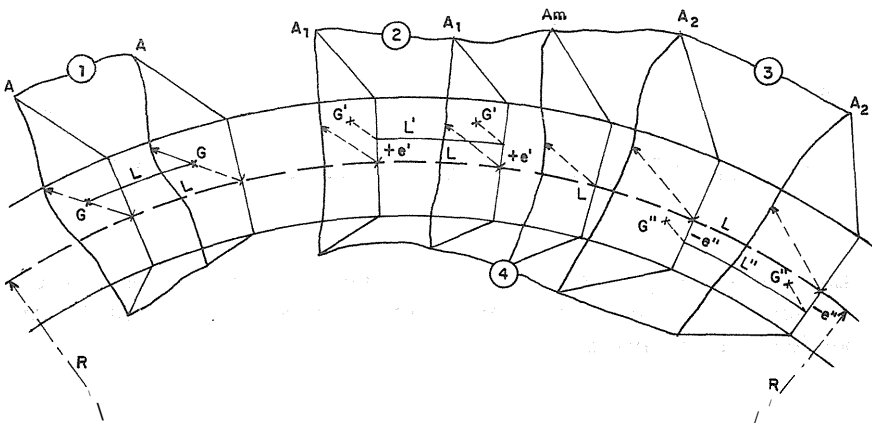
Corrección por curvatura

En rigor, los volúmenes en movimientos de tierras en curva deberían calcularse geoméricamente como sólidos en revolución. De acuerdo con el Teorema de Pappus, el volumen de un sólido generado por la revolución de un área plana en torno a un eje situado en el plano de esa área pero fuera de ella, es igual al producto del área dada por la longitud del recorrido de su centro de gravedad. El toroide, por ejemplo, es generado por la revolución de un círculo cuyo centro recorre una circunferencia, y su volumen es igual al producto del área del círculo por la longitud de la circunferencia; el volumen de un sector del toroide se obtiene multiplicando el área del círculo por la longitud del arco de circunferencia respectivo.

La precisión de estos cálculos en la práctica de construcción de carreteras no es posible, por lo cual debe adoptarse un sistema que proporcione los resultados más aproximados.

En la hipótesis de que dos secciones transversales consecutivas en curva fuesen iguales y de que su centro de gravedad siguiese una trayectoria paralela al eje de la vía en el plano vertical, esto es, igual al sector de ese eje comprendido entre ellas, el volumen exacto estaría dado por el producto del área de una de las secciones y la distancia que las separa. Si las dos secciones fuesen iguales e igual su excentricidad, la corrección para el cálculo de volumen es fácil. Pero cuando tanto las áreas como las excentricidades de las secciones son diferentes, que es el caso corriente, la solución teórica es compleja; debe, entonces, adoptarse una fórmula aproximada para el cálculo de los volúmenes en las curvas horizontales de una vía, fórmula prismoidal en curvatura que se deduce más adelante.

La figura 123 presenta en planta, un tramo de curva horizontal con indicación del eje y de los bordes de la vía, y en perspectiva de secciones homogéneas en corte, de área y posición de su centro de gravedad diferentes. Entre tales secciones se encierran volúmenes cuyos valores se van a deducir.



- Figura 123 -

Sobre esta figura se hacen tres consideraciones:

- a) Si las secciones A son iguales y su centro de gravedad G está en la vertical que pasa por el eje de la vía, el volumen exacto del sólido (1), cuya longitud es L medida en el eje, será

$$V=AL$$

- b) Si las secciones A son iguales y es igual también su excentricidad, (+e') hacia afuera de la curva o (-e') hacia adentro, siendo L' la longitud del arco del círculo recorrido por el centro de gravedad G', L el arco del eje de la curva medido entre las secciones y R el radio de la curva, se tiene

$$\frac{L'}{L} = \frac{R \pm e'}{R}$$

En el sólido (2) el volumen exacto o verdadero será $V_v = A L'$ y el volumen nominal, o sea el calculado en función de L como diferencia de abscisas de las secciones, será $V_n = A L$.

Haciendo la relación entre estos dos volúmenes e igualando valores:

$$\frac{V_v}{V_n} = \frac{L'}{L} \quad \text{y} \quad \frac{V_v}{V_n} = \frac{R \pm e'}{R}$$

De donde

$$V_v = V_n \frac{R \pm e'}{R} \quad \text{o sea} \quad V_v = A L \frac{R \pm e'}{R} = L \left(A \frac{R \pm e'}{R} \right)$$

La expresión $(A \frac{R \pm e'}{R})$ es el valor del área corregida por concepto de curvatura, esto es, aumentada o disminuida en una cantidad que depende de su excentricidad.

Efectuando en el sólido (3) las mismas deducciones que en el sólido (2) y considerando que las secciones iguales A_2 tengan igual excentricidad (+e") o (-e") y que la distancia entre aquellas sea L, el volumen verdadero de ese sólido, con la corrección del área por curvatura, será:

$$VV = L (A_2 R \pm \frac{e''}{R})$$

El sólido (4) está limitado por las secciones A1 y A2, no sólo de áreas diferentes sino de excentricidades cualesquiera ($\pm e^1$) y ($\pm e^n$). Para determinar su volumen por la fórmula prismoidal, debe chaflanarse y calcularse el área de una sección adicional intermedia (Am) y precisarse las correcciones por curvatura de las tres áreas.

Conocidas esas correcciones en cada una de las áreas A1 y A2, puede asumirse que entre estas dos secciones la excentricidad de las intermedias varía uniformemente y que, en tal virtud, la excentricidad de la sección (Am) sea el promedio de las excentricidades de A1 y A2. En consecuencia esta sección corregida será:

$$A_m \frac{\frac{R \pm e^1}{R} + \frac{R \pm e^n}{R}}{2} = A_m R \pm \frac{e^1 + R \pm e^n}{2R}$$

$$A_m \frac{2R \pm (e^1 + e^n)}{2R} = A_m \frac{R \pm \frac{e^1 + e^n}{2}}{R}$$

y el volumen verdadero del sólido (4), considerado como prismoide, será:

$$V_v = \frac{L}{6} [A_1(R \pm e) \pm \frac{4A_m (R \pm \frac{e^1 + e^n}{2})}{R} + A_2 (R \pm e)]$$

El cálculo, mediante esta expresión, resulta demasiado largo. Puede entonces utilizarse la simple fórmula prismoidal en tangente, con una corrección por curvatura.

Término de corrección

Con la sola fórmula prismoidal el volumen del sólido (4), considerado como nominal, sería:

$$V_n = \frac{L}{6} (A_1 + 4A_m + A_2)$$

El término de corrección por curvatura se obtiene restando el volumen del prismoide recto del volumen del prismoide curvo, es decir, el volumen nominal del volumen verdadero:

Corrección

$$C = V_v - V_n = \frac{L}{6} \left[\frac{A_1(R \pm e')}{R} \pm \frac{4A_m \left(R \pm \frac{e' + e''}{2} \right)}{R} + \frac{A_2(R \pm e'')}{R} \right]$$

$$\frac{L}{6} (A_1 + 4A_m + A_2)$$

Factorizando y efectuando operaciones:

$$C = \frac{L}{6R} (A_1 R \pm A_1 e' + 4A_m R \pm 2A_m e' \pm 2A_m e'' + A_2 R \pm A_2 e'' - A_1 R - 4A_m R - R)$$

Eliminando términos opuestos:

$$C = \frac{L}{6R} (\pm A_1 e' \pm 2A_m e' \pm 2A_m e'' \pm A_2 e'')$$

$$= \frac{L}{6R} [\pm (A_1 + 2A_m)e' \pm (A_2 + 2A_m)e'']$$

Términos de corrección

$$C = \pm \frac{L}{6R} [(A_1 + 2A_m)e' + (A_2 + 2A_m)e'']$$

De la igualdad $C = V_v - V_n$ se deduce $V_v = V_n + C$

Es decir, que para calcular el volumen verdadero en curva se utiliza la fórmula prismoidal en tangente, adicionada del término de corrección con el signo que le corresponda. La expresión de este término puede simplificarse en la forma que se indica en seguida.

Si en tal expresión se supone, con error aceptable, que:

$$A_m = \frac{A_1 + A_2}{2} \text{ o sea } 2A_m = A_1 + A_2$$

y se sustituye este último valor en la expresión del término de corrección, se tiene

$$\begin{aligned} C &= \pm \frac{L}{6R} [(A_1 + A_1 + A_2)e' + (A_2 + A_1 + A_2)e''] \\ &= \pm \frac{L}{6R} (2A_1e' + A_2e' + 2A_2e'' + A_1e'') \end{aligned}$$

Puede suponerse también, para reducirse a dos los términos del paréntesis y ya que la diferencia entre excentricidades de secciones contiguas no es considerable por la configuración natural del terreno, que sean iguales (e') y (e''). Se simplifica entonces la expresión así:

$$C = \pm \frac{L}{6R} (3A_1e' + 3A_2e'') = \pm \frac{L}{2R} (A_1e' + A_2e'')$$

El signo será (+) o (-) según los signos y los valores de (e') y (e'') y los valores de A_1 y A_2 .

El volumen, con la fórmula prismoidal, se calcula:

$$V = \frac{L}{6} (A_1 + 4A_m + A_2) \pm \frac{L}{2R} (A_1e' + A_2e'')$$

y como en el término de corrección no aparece referencia alguna de la sección intermedia (A_m), pueden también calcularse los volúmenes en curva con la fórmula de las áreas medias y la corrección de tales áreas, así:

$$V = \frac{L}{2} (A_1 + A_2) \pm \frac{L}{2R} (A_1e' + A_2e'')$$

Determinación de la excentricidad

Para obtener los valores de la excentricidad de cada sección trasversal y remplazados en la expresión del término de corrección, se procede como pasa a explicarse.

Una sección transversal homogénea simple, es decir, determinada en el perfil del terreno por las cotas de centro y de los dos chaflanes, pueden considerarse como la más común. Y se adopta sin sobreancho ni peralte, a pesar de que son estas características de las secciones en curva, para facilitar la deducción de una fórmula práctica de cálculo cuya aplicación se demostrará, más adelante, que es general.

Sea la sección ABCDEF (Fig. 124), en la cual la prolongación de sus taludes se intersecta en el punto \ddot{O} .

Nomenclatura:

d_1 y d_2 = distancia del centro a los chaflanes.

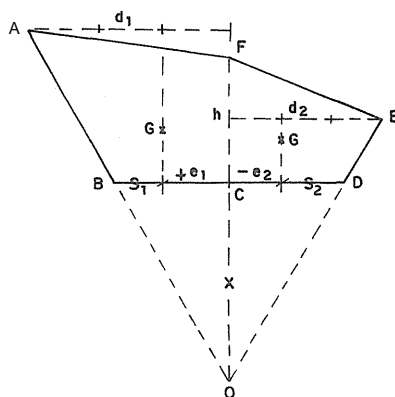
h = cota de trabajo.

$\ddot{O}FA$ = triángulo exterior S_1 con excentricidad $+e_1 = d_1/3$

$\ddot{O}FE$ = triángulo interior S_2 con excentricidad $-e_2 = d_2/3$

Se considera el centro de la curva hacia la derecha.

Analizando el momento estático de las áreas con relación al eje $\ddot{O}F$ y según el principio de que el momento total de área es igual a la suma de los momentos parciales se tiene, denominando (e) la excentricidad del área total:



- Figura 124 -

$$(S_1 + S_2) = S_1 e_1 - S_2 e_2 = S_1 d_1/3 - S_2 d_2/3$$

$$\text{De donde } e = \frac{\frac{1}{3}(S_1 d_1 - S_2 d_2)}{S_1 + S_2}$$

Remplazando las áreas de los triángulos S_1 y S_2 por su valor y factorizando en el denominador,

$$e = \frac{\frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} (h+x) d_1 d_1 - \frac{1}{2} (h+x) d_2 d_2 \right]}{\frac{1}{2} (h+x) (d_1 + d_2)}$$

Se tiene, todavía, simplificando y transformando:

$$e = \frac{\frac{1}{3} (d_1^2 - d_2^2)}{d_1 + d_2} = \frac{\frac{1}{3} (d_1 + d_2) (d_1 - d_2)}{d_1 + d_2}$$

O finalmente

$$e = \frac{1}{3} (d_1 - d_2)$$

Esta excentricidad corresponde al área de la sección ABCDEF, pues si a cada uno de los triángulos S1 y S2 se sustrae el triángulo inferior BCO, igual en ambos, la diferencia de sus momentos de área corresponde al momento de área de dicha sección.

Aplicando el valor encontrado a las respectivas excentricidades de las secciones en el término de corrección por curvatura, se tiene:

$$C = \pm \frac{L}{2R} (A_1 e' + A_2 e'') = \pm \frac{L}{2R} \left[(A_1 \frac{1}{3} (d'_1 - d''_1) + A_2 \frac{1}{3} (d''_1 - d''_2)) \right]$$

$$\text{Corrección } C = \pm \frac{L}{6R} [(A_1 (d'_1 - d''_1) + A_2 (d''_1 - d''_2))]$$

La corrección se da, así, en unidades de volumen y el coeficiente $1/6R$ es constante para la cubicación de cada curva.

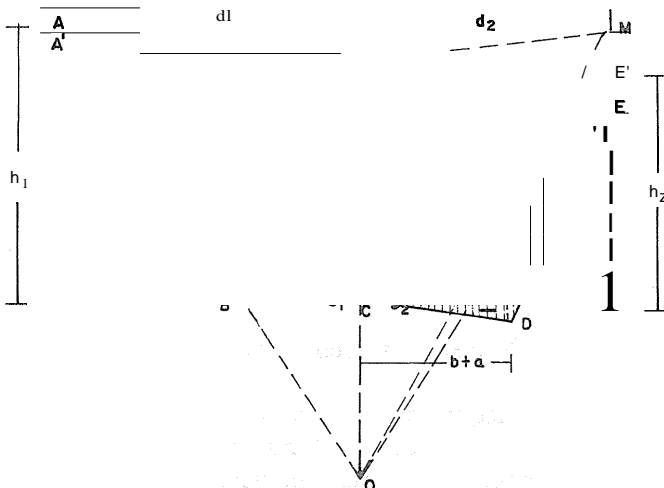
Si la curva es de deflexión derecha, como la considerada en esta deducción, la corrección de cada área será positiva o negativa según el signo de $(d_1 - d_2)$, y si es izquierda será positiva o negativa según el signo de la diferencia $(d_2 - d_1)$; es decir, el minuendo del paréntesis debe corresponder a la distancia del chaflán exterior en la curva.

El signo de la corrección total del volumen estará de acuerdo con los resultados que se obtengan. En general (d_1) es uniformemente mayor o menor que (d_2) a todo lo largo de una curva y, por consiguiente, la corrección por curvatura a lo largo del sólido es uniformemente positiva o negativa.

Generalización de la fórmula

Como antes se dijo, las características de la sección transversal de una carretera en curva son, en primer término, el peralte y, en segundo, el sobreancho cuando se requiere. Entonces, como la sección representada en la figura 124, de la cual se dedujo la fórmula para determinar la excentricidad, carece de peralte y sobreancho, si se comprueba que una sección típica en curva puede transformarse en otra sin peralte ni sobreancho, de áreas respectivamente equivalentes a uno y otro lado del eje de la vía, estará demostrado que la fórmula en referencia tiene aplicación general.

En efecto, dada una sección de la forma ABCDEF (Fig. 125) con sobreancho y peralte, se transforma primeramente en otra de la forma A'B'CD'F, con el mismo sobreancho pero sin peralte y conservando los valores (d_1 , h_1) y (d_2 , h_2) de los chaflanes primitivos; estas dos áreas son prácticamente equivalentes como lo enseñan los incrementos en más y en menos que aparecen sombreados en la figura y que establecen compensaciones muy aproximadas.

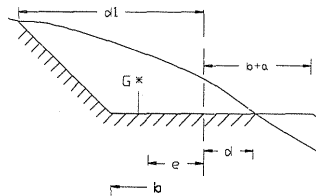


- Figura 125 -

Se prolonga luego la línea de talud A'B' hasta su intersección con la prolongación del eje FC en el punto O, el cual se une con E' en busca de configurar los triángulos SI y S2 de la figura 124, representativos de las áreas laterales de la sección considerada. La recta OE' aumenta ligeramente el recorte sufrido por el área del sector derecho de la sección, constituyendo un error aceptable dentro de la tasa de aproximaciones corrientes en el movimiento de tierras en carreteras.

El triángulo FOE', logrado a la derecha, debe contar, como el de la izquierda FOA', con un triángulo parcial de vértice común en O, ajeno al área de la sección dada. En consecuencia, se desplaza el vértice E' del triángulo derecho, paralelamente a su base OF, en forma de conservar invariable la distancia (d₂) del chaflán, hasta que el lado OM pase por el punto N, simétrico de B'. Los triángulos FOM y FúE' tienen la misma área y quedan así configurados los triángulos A'OF y MOF que desempeñan, en su orden, la función de los triángulos SI y S₂ de la figura 124. Se comprueba así la generalización de la fórmula que determina la excentricidad de una sección homogénea, en corte o en terraplén, para el cálculo de volúmenes de tierras en las curvas.

Cuando se trata de una sección mixta en curva, la excentricidad del sector de área que contiene el eje de la banca se calcula por la siguiente fórmula que indica el Ingeniero Jorge Triana en su libro sobre Trazado y Construcción de Caminos, de acuerdo con un gráfico



- Figura 126 -

y nomenclatura análogos a los de la figura 126, en la cual el centro de la curva está hacia la derecha:

$$e = 1/3[b + (d1 - d)]$$

Aplicando esta expresión a cada una de las excentricidades (e') y (e'') de dos secciones entre las cuales va a calcularse el volumen y reemplazando sus valores en el término de corrección por curvatura:

$$C = \pm \frac{L}{2R} (A_1 e' + A_2 e'') \quad \text{se tiene:}$$

$$C = \pm \frac{L}{2R} \left[A_1 \frac{1}{3} [b + (d'_1 - d')] + A_2 \frac{1}{3} [b + (d''_1 - d'')] \right]$$

Corrección

$$C = \pm \frac{L}{6R} [A_1 [b + (d'_1 - d)] + A_2 [b + (d''_1 - d)]]$$

Volumen de ~~áreas medias~~ **áreas medias**

Como se ve, el cálculo de los volúmenes en curva utilizando el término de corrección por curvatura, permite una aproximación mayor al cómputo real de metros cúbicos por mover. Sin embargo, el sistema usual en Colombia para ese cálculo es el denominado por las áreas medias, que se aplica para volúmenes tanto en tangentes como en curvas y en éstas últimas sin corrección alguna; las firmas de ingenieros constructores de carreteras del país aceptan el sistema con el criterio de que prácticamente no es posible la aplicación de cálculos precisos, dadas las irregularidades del terreno, y que los errores alternantes en más o en menos, que resultan en la aplicación del método usual, pueden compensarse y no acumularse en un solo sentido.

REFERENCIAS DE LOCALIZACION

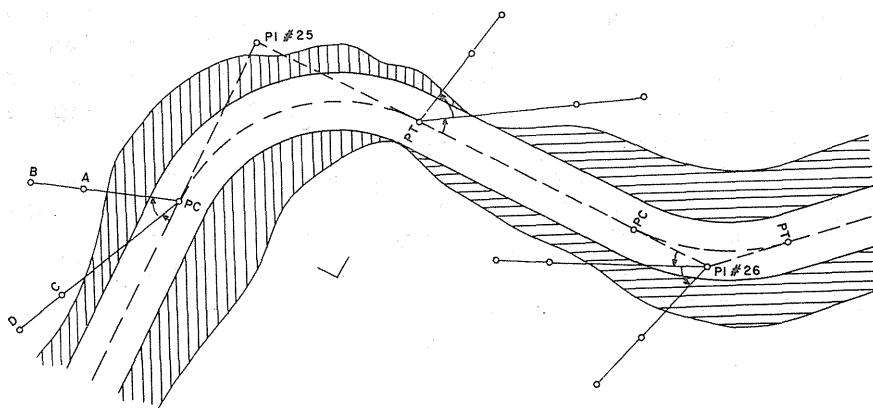
Una vez colocadas las estacas de chaflán, sea por el procedimiento de cálculos directos sobre el terreno o por el de levantamiento de perfiles transversales para deducir gráficamente las distancias del eje de la vía a los puntos de chaflán o a los ceros laterales y colocar luego en el terreno las estacas correspondientes, se procede a referenciar los puntos principales del eje localizado de la carretera como PC, PT o **PI** de cada curva horizontal.

La referenciación de uno cualquiera de esos puntos consiste en colocar en el terreno, fuera de la línea de chaflanes, cuatro puntos con puntilla y sendas estacas testigos que permitan, después de efectuado el movimiento de tierras, restablecer sobre la banca de la vía cada uno de

los puntos referenciados y removidos en la construcción, con base en los cuales se efectúa el replanteo o proyección completa del eje, inicialmente localizado en la superficie natural del terreno, sobre dicha banca.

La colocación de referencias, de cada punto, se efectúa en igual forma a la indicada en las páginas 25 y 26 de este texto para referencial' los vértices de la línea preliminar, escogiendo los sitios de mayor protección para tales referencias, extraños a zonas en donde los trabajos de explanación puedan removerlos o cubrirlos.

En la figura 127 se muestra un sector de carretera con dos curvas, representado por el eje de la vía en trazo punteado; por sus dos bordes paralelos en trazo continuo y por las líneas laterales de chaflanes que figuran un corte cerrado en la parte izquierda y un terraplén homogéneo en la derecha. La ubicación de las referencias de PC y PT de la primera curva, que allí aparecen, se determinan con el tránsito instalado sucesivamente en uno y otro de tales puntos antes de acometer el movimiento de tierras, y la respectiva anotación en la cartera de tránsito de localización se efectúa en la forma indicada en el modelo de cartera que se ofrece en la página 40.



- Figura 127 -

Cuando quiera que el PI de una curva quede dentro de la banca, como en el caso de la segunda curva en la figura, es necesario referencial' el PC y el PT; únicamente se referencia el PI tal como aparece en el mismo gráfico, colocando las estacas hacia la derecha si a ese lado sube el terreno, de manera que el terraplén no alcance a cubrirlos. Las referen-

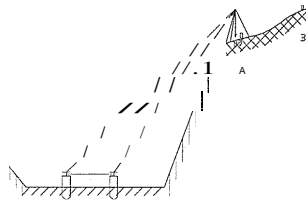
cias del PI se anotan en la cartera en la misma forma en que lo están las del PC y el PT de la curva indicada en la cartera modelo, en un punto del eje de la segunda página situado entre los renglones del PC y el PT de la curva a que pertenece el PI referenciado.

También como en la referenciación de los vértices de la preliminar, en las cuatro estacas-testigos de las referencias de cada punto de localización se hace con crayola una misma anotación. ASÍ, por ejemplo, en las cuatro estacas correspondientes al PI número 26: R - PI 26, o en las del PC de abscisa 316,18: R PC 316,18.

Replanteo del eje de la vía

Después de efectuado el lloramiento de tierras en un tramo de la carretera en construcción se realiza la labor de "bajar referencias" en las curvas, consistente en materializar con punto y puntilla sobre la banca explanada la proyección horizontal de cada uno de los puntos que se referenciaron previamente.

Al efecto, con base en las anotaciones hechas en la cartera de tránsito de localización, se buscan en el terreno los cuatro puntos con puntilla correspondientes a cada punto referenciado del eje de la vía y se procede a utilizarlos. Por ejemplo, si se opera en el PC de la primera curva de la figura 127, se centra el tránsito en A; se da vista a B con el anteojo invertido; se transita y en esa dirección se clavan, a uno y otro lado del centro aproximado de la banca, estacas con puntilla salientes entre las cuales se temple un hilo, como se muestra en la figura 128; se traslada el tránsito a C y con el anteojo invertido se da vista a D; se transita y en tal dirección se intersecta el hilo antes templado. Un cadenero deslizará la plomada sobre el hilo tenso hasta el punto en que la visual del tránsito indique, el cual se precisará con puntilla y será el correspondiente al punto referenciado.



- Figura 128 -

En una curva en que sólo se referencia el PI, una vez restablecido éste sobre la banca se centra allí el tránsito y con vistas sucesivas al PT de la anterior y al PC de la siguiente se materializan PC y PT de la curva en cuestión, valiéndose de la longitud de la tangente que para esta curva figura en la cartera de localización.

Materializados sobre la banca todos los PC y PT de las curvas de un sector de carretera explanado se procede a replantear en forma completa el eje de la vía, utilizando las abscisas y deflexiones consignadas en la cartera mencionada. Para esto se opera con el tránsito instalado convenientemente en los puntos de tangencia del alineamiento, hasta dejar estacado y abscisado el eje sobre la banca en la misma forma en que lo estuvo sobre la superficie inicial del terreno.

Utilidad del replanteo

Replanteado este eje en cada sector, se nivela con aparato de precisión partiendo de la cota de un BM inmediato. La labor de replanteo, así complementada, tiene una doble utilidad:

- a) Se mide a lado y lado de cada estaca abscisada del eje el semiancho de la vía en tangente y las respectivas magnitudes en curva, con sobreaño o sin éste, con lo cual se comprueba si la construcción se ha ceñido a las especificaciones de la obra o se deminencionan las correcciones a que haya lugar.

El eje replanteado permite también demarcar la transición del ancho de la vía en tangente al sobreaño de las curvas que lo requieran.

- b) Como en los trabajos de movimiento de tierras no es posible, en una primera entrega de obra ejecutada, situar la plataforma o corona de la vía en coincidencia exacta con la subrasante del proyecto, la nivelación del eje replanteado permite comparar en cada abscisa la cota obtenida con la de la subrasante e indicar con precisión las correcciones del caso. Estas correcciones se marcan en la cara posterior de cada estaca con signos (-) para cortar y (+) para terraplenar, análogamente a como se marcan las cotas de trabajo en la localización.

Paralelamente con la nivelación de los puntos abscisados del eje replanteado se efectúa la de los bordes de la banca en cada sección transversal, a fin de comparar las cotas que se tomen con las que allí corresponden a la subrasante del proyecto y marcar sobre estacas laterales, debidamente colocadas, las correcciones en (+) o en (-) que ajusten el plano de subrasante de la vía a las condiciones de bombeo en las tangentes, de peralte en las curvas y de tránsito del peraltado entre una y otras.

Se utiliza adicionalmente la nivelación de puntos laterales de la banca para determinar cotas de fondo en la construcción de cunetas, con revestimiento o sin él.

CAPITULO

SISTEMAS DE MOVIMIENTO DE TIERRAS

El proyecto de alineamiento vertical o diseño de la subrasante en el perfil debe elaborarse bajo un doble punto de vista: de sujeción a las especificaciones sobre diseño geométrico que en cada caso se señalen, como las pendientes y distancias de visibilidad, y de economía en el costo del movimiento de tierras y de obras de arte procurando, en cuanto sea posible, una compensación de volúmenes en corte y en terraplén.

Si realizada la cubicación de un sector de carretera con base en el alineamiento vertical proyectado resultasen descompensaciones notables en aquellos volúmenes, puede revisarse el diseño de ese alineamiento en procura de remediarlas.

Tres son, primordialmente, las operaciones relacionadas con el movimiento de tierras en una construcción vial: Excavación, transporte y formación de terraplenes. El costo de la primera y de la última depende principalmente de la naturaleza del terreno, al paso que el del transporte o acarreo del material depende del sentido y la distancia en que debe efectuarse y de la acertada organización de los trabajos.

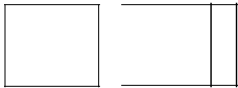
En el estudio económico de las obras de tierra hay que tener en cuenta los cambios de volumen que sufre el terreno en el proceso de las operaciones mencionadas. para la excavación se considera el volumen en banco de los materiales en su estado natural, que es el calculado en la cartera de cubicación. Para el acarreo, el volumen suelto que recibe un aumento sobre el anterior, pues el material, apedazado o disgregado durante la extracción, sufre un esponjamiento debido a las oquedades o vacíos producidos entre las partículas al ser depositado en los vehículos de transporte. Y para el terraplén debe computarse un volumen menor al de excavación, pues el material apisonado se contrae por compactación mecánica y adquiere una densidad superior a la de su posición original.

Esta variabilidad volumétrica se establece por medio de coeficientes de conversión que se clasifican en dos: uno de expansión para cubicar el material suelto o de acarreo y uno de comprensibilidad o contracción para determinar el volumen compactado de los terraplenes en relación con el volumen medido en corte del material utilizado.

Cuando se trata de roca dura el coeficiente de expansión es aún mayor que el de los otros materiales, pues como para extraerlo es indispensable el uso de explosivos su volumen suelto aumenta en la medida en que los trozos sean más pequeños porque los vacíos entre ellos son mayores. Cuando se utiliza la roca fragmentada para formar terraplenes, que se denominan entonces "pedraplenes", no hay naturalmente contracción alguna y la acción del apisonado logra apenas reducir el volumen del material suelto. Puede también mezclarse la roca con la tierra en proporción conveniente para conseguir mayor consolidación.

Factor de **carga**

Como quiera que los contratos de obras de movimiento de tierra se calculan usualmente en metros cúbicos de excavación, es decir, en volumen medido en corte, y los contratistas necesitan medir el volumen del material suelto para determinar el número y la capacidad de los vehículos de acarreo requeridos en el trabajo, es indispensable conocer, así sea aproximadamente, el coeficiente de expansión de los diferentes materiales por mover. Este coeficiente se da en porcentaje y permite deducir un factor volumétrico de conversión, denominado factor de carga (f_c), en la forma siguiente:



Volumen de corte: $A=100$

Volumen de acarreo: $B=100+N$

N : porcentaje de aumento de volumen

Puede escribirse:

$$\frac{A}{B} = \frac{100}{100 + N} = f_c$$

De donde, $A = B \cdot f_c$

Es decir que el volumen medido en corte es igual a la capacidad de la unidad de acarreo por el respectivo factor de carga.

Ejemplo: Se dispone de una volqueta de 2.5 m^3 de capacidad que debe acarrear arcilla como material de excavación, al cual asigna el 40% como coeficiente de expansión. Se tiene entonces:

$$A = 2.5 \times f_c \quad \text{y} \quad f_c = \frac{100}{140} = 0.72$$

luego, $A = 2.5 \times 0.72 = 1.8 \text{ m}^3$

La volqueta llena acarrea 1.8 m^3 de arcilla en corte.

El factor de carga permite también determinar el peso de material suelto que acarrea un vehículo, multiplicando por este factor el peso de un volumen equivalente en corte. Para esto es necesario conocer la densidad aproximada del material en banco.

Ejemplo: Determinar el peso de los 2.5 m^3 de arcilla suelta que carga la volqueta del ejemplo anterior, sobre la base de que un metro cúbico de arcilla en corte tiene un peso aproximado de 1750 kg.

- a) Los 2.5 m^3 de arcilla suelta equivalen a 1.8 m^3 del material en banco, que pesan $1.8 \times 1750 = 3150 \text{ kg}$.
- b) El peso de los 2.5 m^3 de arcilla acarreada puede, pues, calcularse:

$$2.5 \times 1750 \times 0.72 = 3150 \text{ kg}$$

La firma Caterpillar Americas Co., ha publicado datos deducidos de sus experiencias sobre densidad y porcentaje de expansión aproximados de materiales en obras de movimiento de tierra, de los cuales se recogen en el cuadro de la página siguiente los correspondientes a materiales de mayor conocimiento en nuestro medio:

La densidad y el coeficiente o porcentaje de expansión de los materiales varían sensiblemente según estos factores: naturaleza del terreno, mayor o menor profundidad de donde éste sea extraído, cantidad de agua que pueda contener, forma de excavar y medio de transporte.

Como ya se dijo, en los contratos de movimiento de tierras el precio unitario estipulado para corte se aplica a volúmenes medidos en banco o posición original y éstos mismos volúmenes rigen para el pago de transporte de material; es decir, que el aumento de volumen por expansión

o esponjamiento no cuenta para los pagos adicionales de acarreo, cuando se estipulan, pero es un factor importante para prever la capacidad del equipo de transporte por parte del contratista.

CARACTERISTICAS APROXIMADAS DE ALGUNOS MATERIALES

Material	kg por m ³ en banco	Porcentaje de expansión	Factor de carga	Kg por m ³ suelto
Arcilla en banco	1750	40	0.72	1260
Arcilla y grava	1270	40	0.72	915
Idem. mojadadas	1380	40	0.72	995
Tierra común	1550	25	0.80	1240
Idem. mojada	2000	25	0.80	1600
Grava, 6 a 51 mm	1680	12	0.89	1495
Idem. mojada	2250	12	0.89	2000
Roca fragmentada	2620	65	0.61	1600

Factor de reducción de volumen

Entre el volumen de material en banco o posición natural y el de este material consolidado por medios mecánicos, en la formación de un terraplén, se produce una reducción significativa por la diferencia entre la densidad en aquella condición original y la exigida por la compactación que se estipule.

La determinación racional de un coeficiente de comprensibilidad como factor volumétrico de conversión para calcular esta reducción resultaría muy compleja por la variabilidad de condiciones que en ella influyen, como densidad original de los materiales empleados en el terraplén, la heterogeneidad de éstos, el tamaño de sus partículas, contenido de humedad y grado de compactación prevista para el apisonado.

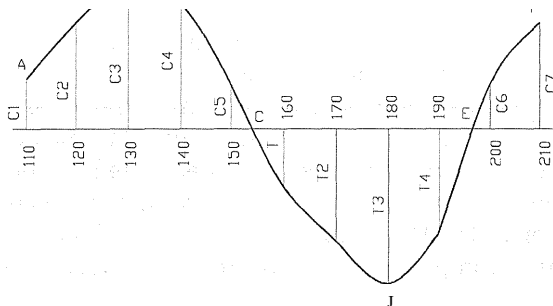
En la reducción de volumen de los terraplenes con relación al de los materiales medidos en banco influye, además, la prescindencia de materiales inadecuados para la obra, entre los cuales figura como constante la capa vegetal de los terrenos, de espesor muy variado y que suele utilizarse, en parte, para extenderla sobre los taludes de los terraplenes a título de vegetación protectora.

Como factor total y generalizado de reducción de volumen para terraplenes el Ministerio de Obras Públicas acepta el de 25%, sin discriminar lo concerniente a contracción por compactación y a remoción de materiales inadecuados.

Estudio de **perfiles**

Las áreas representativas de cortes y terraplenes en el proyecto de alineamiento vertical dan una idea general sobre la magnitud de los volúmenes de tierras por mover y sobre la posibilidad de compensarse o no unos con otros. Pero no permiten apreciar, siquiera con aproximación, esa magnitud, dado que se carece allí de toda referencia sobre valor de áreas en las secciones trasversales del sector de carretera que haya de examinarse.

Para facilidad de realizar un estudio concreto sobre movimiento de tierras en un proyecto de construcción se requiere, entonces, un gráfico que represente con precisión los volúmenes de corte y de terraplén comprendidos entre abscisas determinadas del eje de la vía, y que permita establecer compensaciones longitudinales y distancias de acarreo de masas en cualquier sentido. Estas distancias son mínimas en el caso de compensaciones transversales, esto es, en secciones mixtas en las cuales con el material de corte se forma el terraplén. Pero el caso corriente es el de material sobrante de excavación en algunos tramos y faltante para terraplenes en otros, y cuando es indispensable precisar las distancias de acarreo para efectuar compensaciones longitudinales o para escoger zonas de **bote** de material inútil y **zonas** de préstamo para la formación de terraplenes, según lo aconsejen las conveniencias económicas del trabajo.



- Figura 129 -

El gráfico en cuestión lo ofrecen dos sistemas conocidos: la curva de las áreas y el diagrama de masas.

Curva de las áreas

La curva de las áreas se elabora y utiliza en la forma que se indica en la figura 129.

Sobre un eje horizontal en papel milimetrado se trazan, en cada abscisa, normales sobre las cuales se lleva a escala dada una magnitud que represente, en metros cuadrados, el área de la respectiva sección transversal del trayecto de carretera en estudio. Las normales de corte se llevan hacia arriba y las de terraplén hacia abajo, y cada normal representativa de una sección mixta se dimensiona como equivalente al exceso de una de las áreas sobre la otra.

De esta manera, ABCDEF es la curva de las áreas. El área de cada trapecio limitado por dos ordenadas consecutivas representa el volumen comprendido entre las secciones correspondientes. Así, por ejemplo, entre las ordenadas C_2 y C_s correspondientes a las abscisas 120 y 130 de la figura en referencia, se calcula el área del trapecio por la fórmula

$$\frac{C_2 + C_s}{2} \times 10$$

que es exactamente la fórmula de áreas medias para el cálculo de volúmenes entre dos abscisas consecutivas.

Las áreas limitadas por la curva hacia arriba del eje representan en verdadera magnitud los volúmenes de corte y hacia abajo los volúmenes en terraplén. Pueden estudiarse allí las compensaciones longitudinales posibles por medio de tanteos y utilizando un planímetro. Por ejemplo: en el tramo que muestra la figura 129 puede medirse el área de corte comprendida entre los puntos E y F Y determinar un sector equivalente en el área del terraplén EDC, limitado por una ordenada, con lo cual se habrá logrado una compensación de volúmenes entre la abscisa 210 y la que indique el pie de la ordenada aludida. En seguida se mide el resto del área EDC de terraplén y se determina un sector equivalente en el área CBA de corte, limitado también por una ordenada, lograndose así, una compensación entre las abscisas que indiquen los pies de las dos ordenadas en mención.

A fin de obtener la distancia media de transporte para realizar cada una de las dos compensaciones dispuestas en el gráfico, deben buscarse los centros de gravedad de cada par de áreas equivalentes. La distancia entre los respectivos pares de tales centros será la distancia media de transporte requerida.

El sector que restare del área de corte CBA indica el volumen de material que habrá que llevar a una zona de bote, si con él no se lograra una tercera compensación de la abscisa 110 hacia atrás.

Puesto que entre el volumen de material en corte y el del terraplén compactado existe una reducción que se asume, según se explicó ya, en un 25% como factor general, para el estudio de compensación entre cortes y terraplenes debe existir proporcionalidad entre las áreas que representan, en la curva, los volúmenes correspondientes. Esta proporcionalidad se obtiene reduciendo en 25% todas las magnitudes longitudinales que representan áreas de secciones transversales en corte, o aumentando en 33% todas las que representen áreas de secciones en terraplén.

Lo anterior, porque asumir 25% como factor de reducción quiere decir que con 100 m³ de corte, sólo puede consolidarse 75 m³ de terraplén, o que 100 m³ de terraplén se forman con

$$100 \times \frac{100}{75} = 100 \times 1.33 = 133 \text{ m}^3 \text{ de corte}$$

La larga y bastante compleja labor de tanteos en busca de la compensación de volúmenes en la curva de las áreas y de los centros de gravedad de figuras irregulares para establecer las distancias medias de acarreo, no hace práctico el sistema de esta curva y le atribuye ventajas evidentes al del diagrama de masas.

DIAGRAMA DE MASAS

El sistema del diagrama de masas, ideado por el alemán Bruckner, reduce el problema a determinar gráficamente la integral de la curva de las áreas, o sea la de los volúmenes o curva de masas, que permite realizar breve y fácilmente los tanteos precisos para fijar las compensaciones económicamente convenientes y sus distancias medias transporte.

Pasa a indicarse, primeramente, el procedimiento para elaborar la curva de masas; se señalarán después las propiedades de esta curva, y luego se deducirá de las características del diagrama la manera de obtener las compensaciones de volúmenes y las respectivas distancias medias de acarreo.

Curva de masas

Con un ejemplo numérico se explica claramente el proceso de elaboración de la curva de masas, que se dibuja en la misma plancha de papel milimetrado en donde se consigne el perfil del eje de la vía localizada y la subrasante del proyecto.

El estudio sobre movimiento de tierras para una construcción se adelanta por sectores de carretera y en estas longitudes parciales se traza y utiliza esa curva. En la página siguiente se presentan modelo de cartera para elaboración de curva de masas, cuyas columnas se emplean en la forma que a continuación se explica:

Las cifras anotadas en las tres primeras columnas se toman de la Cartera de Cubicación y se consignan en renglones alternados, asignando el signo (+) a los volúmenes en corte y el signo (-) a los volúmenes en terraplén. Para facilitar operaciones se adoptan en el ejemplo abscisas completas y cifras enteras también para los volúmenes.

En la columna cuarta se anota como factor de conversión el usual de 25% para todo el sector de vía considerado, u otro que específicamente se indique como resultado de un análisis de suelos. Y en la quinta se consignan, en los respectivos renglones, los volúmenes de terraplén incrementados en 33%

Para efectos de compensación de volúmenes resulta prácticamente lo mismo reducir en un 25% el volumen de material de corte, o sea multiplicarlo por 0,75, y conservar invariable el volumen del terraplén, que aumentar en 33% el volumen requerido de terraplén, o sea multiplicarlo por 1.33, sin modificar el volumen de material de corte disponible. El segundo de estos procedimientos es más usual por la circunstancia de que no se reducen sino se aumentan algunas magnitudes representativas de los volúmenes en el gráfico y se agrandan así las áreas, con la consiguiente ventaja de facilitar su medición geométrica o de efectuarla con planímetro.

CARTERA PARA ELABORAR LA CURVA DE MASAS

Abscisa	Cubicación m ³		Factor de conversión	Terraplenes corregidos	Cubicación acumulada	Ordenadas 1mm= 100 m ³	
	Corte (+)	Terraplén (-)					
K.8 + 340	(+) 200	(-)	25 %	(-)		0.00 mm.	
350	600				+ 200	+ 2.0	
360	1.000				+ 800	+ 8.0	
370	700				+ 1.800	+ 18.0	
380	400				+ 2.500	+25.0	
390	150	200			+ 2.900	+29.0	
400	100	600			266	+ 2.784	+ 27.8
410		1.100			798	+ 2.086	+20.9
420		1.600			1.463	+ 623	+ 6.2
430		1.000			2.128	-1.505	-15.0
440		500			1.330	- 2.836	- 28.4
450	300	250			665	3.500	- 35.0
460	800	100			332	- 3.532	-35.3
470	1.200				133	- 2.865	28.6
480	1.500					1.665	-16.7
490	900					-165	- 1.7
500	500					+ 735	+7.4
510	200					+ 1.235	+ 12.4
520						+ 1.435	+ 14.4

Si siguiendo el procedimiento de afectar los volúmenes de terraplén con el aumento relativo, en la columna quinta se anotan los productos de cada uno de tales volúmenes por el factor 1.33, todos bajo el signo (-) que les corresponde.

En la columna sexta se anotan los resultados sucesivos de la suma algebraica de todos los volúmenes netos de corte con los de terraplén corregidos. En esta forma se tiene, frente a cada abscisa, los volúmenes acumulados hasta ella con el signo que allí indique la suma.

En la última columna se consignan, traducidos a una escala dada, los valores de la columna anterior con su signo respectivo. Representan estos valores las ordenadas de la curva de masas, en la escala comúnmente usada de 1 cm por 1000 m³ o sea 1mm por 100 m³. Para grandes volúmenes se usa como escala: 1 cm = 2000 m³.

Ordinariamente los sectores de carreteras en estudio se toman entre puntos de paso longitudinal de corte a terraplén, o viceversa, es decir entre ceros en el eje. Entonces, como en el caso del ejemplo propuesto, en la abscisa inicial de la cartera se asume (0.00) como ordenada, pues ambas coinciden aproximadamente.

Propiedades de la curva de masas

Con la cartera en tal forma dispuesta se procede a dibujar la curva, en planchas de papel milimetrado en las cuales se dibuja también el perfil de los sectores de vía considerados.

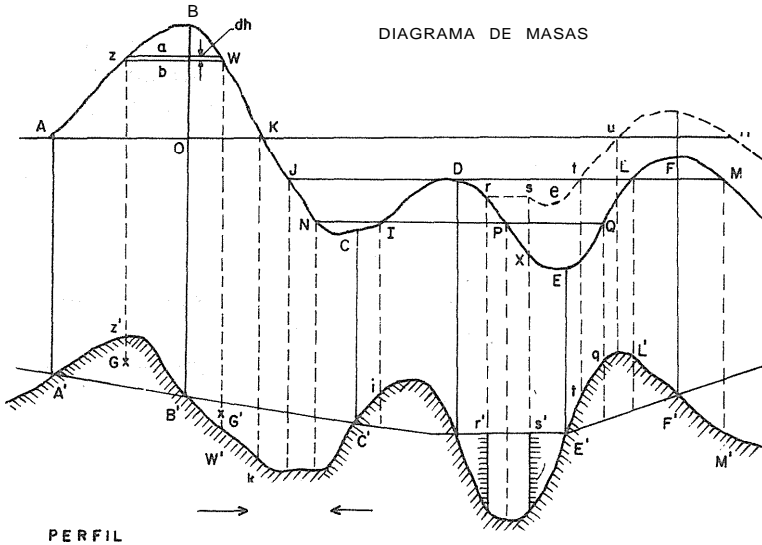
En la parte inferior de la figura 130 se presentan el perfil y la subrasante de un tramo dado, trazado con las escalas habituales: la horizontal 1:2000 y la vertical de 1:200. Se ha prescindido de la cuadrícula en esta figura para mayor claridad.

En la parte superior se toma una horizontal AH que se denomina línea de base y sobre ella, en los puntos correspondientes a las abscisas de perfil, se llevan las respectivas ordenadas anotadas en la cartera, hacia arriba las positivas y hacia abajo las negativas, a la escala adoptada. Se unen los puntos encontrados con línea ondulada y se obtiene la curva de masas ABCDEFM o diagrama de Bruckner.

Examinando comparativamente esta curva con la curva de las áreas (fig. 129), de la cual es integral, y con el perfil de localización adjunto se deducen como propiedades de la primera las siguientes:

- a) La curva crece en los cortes y decrece en los terraplenes y sus máximos y mínimos corresponden a las cruces de la curva de las áreas con

la horizontal y coinciden muy aproximadamente, en abscisa, con los ceros longitudinales del perfil.



- Figura 130 -

- b) Una tangente a la curva en un máximo o un mínimo es horizontal, como la recta JDLM.
- c) Una ordenada de la curva en cualquier punto, relacionada con la horizontal AH, representa los volúmenes acumulados hasta ese punto desde el origen de un corte o de un terraplén; así, la ordenada $Bü$ mide el total del volumen en corte comprendido entre las abscisas A' y B' . Esta propiedad se extiende a cualquier otra horizontal del diagrama.
- d) La diferencia entre dos ordenadas, con respecto a una horizontal cualquiera, da el volumen de corte o terraplén disponible entre ellas. Por ejemplo: la diferencia entre las ordenadas de los puntos J y K del diagrama, con relación a la horizontal AH, mide el volumen del terraplén comprendido entre las abscisas (k) y G); y la diferencia entre las de los puntos F y L, relacionadas con la horizontal JM, mide el volumen de corte comprendido entre las abscisas L' y F' .

- e) Entre las secciones correspondientes a los puntos de intersección de una horizontal con la curva existe compensación de corte y terraplén, pues la igualdad de ordenadas de esos puntos implica igualdad de volúmenes hasta ellos medidos. ASÍ, las intersecciones o ceros A y K del diagrama indican que entre las abscisas A1 y (k) hay compensación de volúmenes, esto es, que con la excavación efectuada entre A1 y B' se forma el terraplén entre E1 y (k). La ordenada máxima B \ddot{u} de la onda ABK del diagrama mide el volumen de tierras por mover en este caso.
- f) Cuando la curva está por encima de una horizontal, en una onda que determine compensación, indica que el movimiento de tierras debe realizarse de izquierda a derecha, tal como lo enseña la flecha en la figura entre las abscisas A1 y (k). Y cuando está por debajo indica que el acarreo debe efectuarse de derecha a izquierda, como lo señala la flecha entre las abscisas D1 y G).

Medida del transporte

Uno de los factores que más influyen en el costo del movimiento de tierras es la distancia a que deben llevarse las masas movidas. Es evidente que el transporte o longitud promedio de acarreo de un volumen de material excavado con destino a un terraplén es igual a la distancia entre los centros de gravedad de los volúmenes de corte y de relleno. y el diagrama de masas, que facilita precisar las abscisas de una línea localizada entre las cuales pueden establecerse compensaciones, permite también determinar la distancia media de transporte en cada caso.

En cualquier sistema que se emplee para acarrear una masa de tierras de un sitio a otro, la suma de los productos de cada unidad de volumen por su respectiva distancia de transporte será una constante e igual al producto del volumen total por la distancia entre los centros de gravedad de los volúmenes inicial y final de la masa movida.

Si se denomina vd cada uno de aquellos productos elementales, V el volumen total de masa y D la distancia de los centros de gravedad aludidos, o distancia media de transporte, puede escribirse:

$$\sum vd = VD \quad \text{de donde} \quad D = \frac{\sum vd}{V}$$

El valor V lo mide la ordenada correspondiente en el diagrama, y la representación gráfica de la sumatoria del numerador se deduce en la forma que se explica en seguida.

En una onda cualquiera del diagrama, por ejemplo ABK de la figura 130, se consideran dos horizontales (a) y (b) a la distancia infinitesimal (dh). El corte elemental (z) habrá de compensarse con el terraplén (w), transportándolo a una distancia

$$\frac{a + b}{2}$$

Por tanto, el trapecio elemental de bases (a) y (b) y altura (dh) tiene como área:

$$\frac{a + b}{2} dh$$

que representará el momento de transporte del volumen elemental

$$z = dh$$

$$\text{Integrando} \quad \int_0^{OBa} \frac{a + b}{2} dh = \text{área ABK}$$

El área ABK, integral del área del trapecio elemental, representará el momento del transporte del volumen V entre las abscisas A1 y (k), o sea la medida del transporte entre esos puntos. Áreas de esta índole se denominan "cantera de compensación" entre dos puntos.

Luego la distancia media de transporte se calcula por la fórmula

$$D = \frac{\text{área ABK}}{V}$$

El área se obtiene con un planímetro de acuerdo con las escalas horizontal y vertical dadas o aplicando la fórmula de Simpson, medida que se computa en unidades de transporte, y el volumen se obtiene evaluando la ordenada BO según la escala vertical.

Distancia ~~media~~ de ~~transporte~~

Determinada la manera de medir el transporte, el diagrama de masas facilita el estudio de todos los sistemas posibles de acarreo de tierras en un sector de construcción para adoptar el más conveniente y asumir una distancia media de transporte de acuerdo con el tipo de maquinaria disponible para la obra.

Conocidas las características de toda secante horizontal en el diagrama, cada una que se ensaye determina un sistema de transporte. Estas secantes se denominan ~~líneas~~ de compensación o compensadoras y su utilidad se explica a continuación sobre la figura 130.

Si se estudia AK como compensadora, ya se dijo que esto indica que entre Al y (k) hay compensación y que el volumen de excavación está medido por la ordenada BO. La distancia media de transporte puede calcularse por dos procedimientos: uno analítico y otro gráfico.

Analíticamente se aplica la fórmula

$$D \frac{ABK}{V}$$

La evaluación numérica del área ABK se realiza con base en las escalas del diagrama. Así, en la escala horizontal $1 = 2000$, 1 cm representa 20 metros, y en la vertical que se diere, $1 \text{ cm} = 1000 \text{ m}^3$. Un centímetro cuadrado representa, pues, 20.000 unidades de transporte (1 m^3 transportado un metro lineal). Si, por ejemplo dicha área mide 9.42 cm^2 , equivale a 188.400 unidades de transporte.

Para evaluar el volumen V basta medir la ordenada BO. En la escala vertical dada, si esa ordenada tiene, por ejemplo, 3.25 cm, equivale a 3250 m^3 .

La distancia media de transporte será:

$$D = \frac{188.400}{3250} = 57,97 \text{ m}$$

De la fórmula empleada se deduce que $ABK = DV$ o sea que la distancia D será la base media de un trapecio equivalente al área ABK que tiene por altura la ordenada V . En consecuencia, si con una recta horizontal se bisecta la ordenada BO , las intersecciones de esta recta con la curva determinarán la distancia D .

Ejemplo: Si se estiman como una sola recta las horizontales infinitamente próximas (a) y (b) y se supone que ella bisecta la ordenada BO , los puntos de intersección (z) y (w) con la curva proyectarán sobre el perfil del terreno las abscisas (z') y (w') que corresponden a los geocentros G y G' , o centros respectivos de gravedad de los volúmenes compensados de corte y terraplén, cuya distancia entre sí constituye la distancia media de transporte.

Como la utilidad del diagrama es primordialmente gráfica, el segundo procedimiento es más práctico y da una aproximación suficiente para determinar en cada caso la distancia media de transporte.

Utilidad de la compensadora

No pudiendo utilizarse como compensadora otro segmento de la línea de base AH por no existir ningún otro cruce de ésta con la curva, se estudia una más baja: $JDLM$, por ejemplo. Las intersecciones o ceros J , D , L y M señalan compensaciones sucesivas entre (j) y D' , entre D' y L' y entre L' y M' ; la ordenada máxima de cada una de estas tres ondas mide el respectivo volumen de excavación por mover; La situación de las dos primeras por debajo de la compensadora indica que ambos acarrees deben hacerse de derecha a izquierda, o sea hacia atrás por el sentido del abscisado, y la situación de la última por encima indica que el movimiento del material debe realizarse hacia adelante. Las correspondientes distancias medias de transporte se calculan por el procedimiento indicado.

Si se adoptan como compensadoras AK y $JDLM$ porque las distancias de transporte calculadas estuviesen dentro del límite previsto, queda un tramo de relleno sin compensación, es decir, que para formarlo debe

efectuarse un préstamo de material; es el tramo comprendido entre las abscisas (k) y (j), cuyo volumen está medido por la diferencia de ordenadas de los puntos K y J del diagrama.

En caso de que las distancias de transporte obtenidas debieran reducirse se estudiará una nueva compensadora como la NIPQ, que ofrece otro posible sistema de transporte con compensaciones entre (n) e (i), entre (i) y (p) y entre (p) y (q). Como el área de la cantera de compensación JNCID representa la medida del transporte de tierras entre (j) y D' y las otras áreas miden los correspondientes trasportes, el hecho de que las áreas de las canteras de compensación determinadas por la compensadora JM son evidentemente superiores a la del sistema determinado por la compensadora NQ indica que este segundo sistema establece menores distancias de transporte, pero registra un préstamo para un terraplén entre (j) y (n) y un desperdicio o material sobrante entre (q) y L'.

Por consiguiente, para hacer mínima la distancia de transporte debe estudiarse una compensadora que haga mínima la suma de las áreas de las canteras de compensación comprendidas entre ella y la curva de masas. Desde luego no es este sistema de acarreo necesariamente el más económico, pues implica préstamos y botes de material que pueden costar más que el ahorro en el transporte.

La comparación de estos dos sistemas de transporte en el diagrama permite la fácil adopción del más favorable económicamente.

En los contratos de obras de movimiento de tierras se estipula usualmente la denominada **distancia de transporte libre**, que es la máxima a la cual puede ser acarreado un material dentro del precio unitario pactado para excavación. Si el segundo de los sistemas considerados se ajusta a esta estipulación, debe estudiarse adicionalmente la conveniencia de formar el terraplén entre (j) y (n) con el material sobrante entre (q) y L', dado que sus volúmenes son dados a juzgar por la igualdad de las diferencias entre ordenadas de los puntos J y N Y Q y L del diagrama, o de formar dicho terraplén con material de préstamo y llevar a zonas de bote el sobrante.

También se estipula en los aludidos contratos el precio de **sobrecarreo**, que es el valor del transporte por metro cúbico de material en toda la longitud que exceda a la distancia de transporte libre, valor computado en Colombia por estación de 20 m o fracción, que se paga como unidad

completa. En el estudio mencionado debe establecerse si el costo de sobreacarreo para efectuar la compensación de los dos volúmenes iguales es mayor o menor que la suma de los siguientes costos: el de excavación del material de préstamo y demás relacionados con derechos de propiedad de predio; el de sobreacarreo, si lo hubiere, de este material, y el de sobreacarreo, si lo hubiere, a la zona de bote del material de excavación sobrante.

El transporte del material en referencia está determinado por el área del trapecio JNQL, cuya base media equivale a la distancia media de transporte. Esta distancia, disminuida de la distancia libre de transporte que se estipule, indica la longitud de sobreacarreo. Si el costo de sobreacarreo supera a los enumerados que implican las operaciones de préstamo, debe optarse por éste; de lo contrario se prefiere la compensación longitudinal, esto es, se ejecuta el sistema de transporte que dispone la compensadora JDLM.

Un método práctico de conveniencia económica para lograr compensaciones de escaso volumen en el movimiento de tierras, cuando resulta difícil o costosa la ubicación de bancos de préstamo o de zonas de bote, consiste en lo siguiente: Si falta material para un terraplén se aumenta el corte en un tramo inmediato con moderada amplitud en el ancho de explanación de la vía, y si sobra material de corte se vacía en terraplén vecino con la consiguiente y adecuada amplitud en el ancho de corona de la vía. Tratadistas de carreteras que analizan el punto de vista estético de las obras, aconsejan evitar que los préstamos afecten desagradablemente el aspecto de la zona del camino.

De la abscisa M' del perfil en adelante se realizarán estudios análogos para definir los métodos de trabajo en el movimiento de tierras, con base en el diagrama de masas que debe elaborarse en un sector de vía de suficiente amplitud para examinar las alternativas posibles en el sector.

Una modificación en la curva de masas

Supóngase que después de dibujar la curva de masas (fig. 130) se juzgó conveniente remplazar una obra baja de desagüe, que soportará el terraplén comprendido entre D' y E' , por un puente de vigas rectas sobre estribos ubicados dentro de las abscisas (l'') y (s') del perfil. Si el diseño original hubiese sido así, la eliminación del volumen de terraplén en el

espacio cubierto por la nueva obra determinaría allí la recta horizontal (rs) en la curva de masas, la cual hubiera continuado como línea punteada (setuf), paralela a la inicial xEQLF.

La modificación operada en el diagrama presenta una nueva situación para su estudio. La línea de base AH intersecta ahora la curva en los puntos (u) y H, lo cual indica que una posible compensadora Ku establece equilibrio de volúmenes entre las abscisas distantes (k) y (u'). Entonces, confirmada la adopción de la compensadora JDt, con alguna reducción de transporte con respecto al estudio anterior, subsiste el terraplén inicial no compensado entre (k) y (j), equivalente por igualdad de diferencia de ordenadas al volumen de corte entre (t') y (u'). Podría, así, efectuarse el análisis comparativo entre el importe del sobrecarreo en el trabajo de compensación y los costos inherentes al préstamo, y decidir.

La economía en el volumen de terraplén con la adopción del puente se traduce en la reducción del transporte entre D' y (t'), medido por el área Drset.

De la abscisa (t') o (u') hacia adelante, la disposición de movimiento de materiales estará regida por las indicaciones del perfil y del diagrama a la derecha de esa abscisa.

Límite máximo de acarreo económico

Cuando el trayecto por el cual hay que transportar un material de compensación es muy largo, puede suceder que sea más económico botar lo excavado en el corte y obtener de una zona de préstamo el material para el terraplén. La máxima longitud hasta la cual resulta económico ese transporte, se denomina límite ~~máximo de acarreo económico~~, y dicha longitud disminuida en la distancia de transporte libre se denomina límite ~~máximo de sobrecarreo económico~~.

El límite en mención depende en veces de condiciones locales y su determinación requiere una solución independiente, pero puede deducirse una fórmula de aplicación general.

Designando: $C_e =$ Costo de excavación de 1 m^3 , que incluye costo en distancia libre de acarreo.
 $C_s =$ Costo de sobrecarreo de 1 m^3 por unidad de sobrecarreo o estación de 20 m.

$L =$ Límite de sobreacarreo económico de unidades de sobreacarreo (20 m).

Se puede escribir:

Costo de 1 m^3 de corte y 1 m^3 de terraplén formado con el material proveniente del corte: $C_e + C_sL$.

Costo de 1 m^3 de corte y 1 m^3 de terraplén formado con el material proveniente de un préstamo situado a distancia libre de acarreo:

$$C_e + C_e$$

Igualando estas expresiones:

$$C_e + C_sL = C_e + C_e \quad \text{o} \quad C_sL = C_e$$

de donde, el límite máximo de sobreacarreo económico es

$$L = \frac{C_e}{C_s} = \frac{\text{costo de excavación de } 1 \text{ m}^3}{\text{costo de sobreacarreo de } 1 \text{ m}^3/\text{estación}}$$

Ejemplo: El precio unitario de corte de un material es de \$ 700 Y el precio de sobreacarreo por estación de 20 m es \$ 72. El límite máximo de sobreacarreo económico será:

$$L = 700 / 72 = 9,72 \text{ estaciones} = 9,72 \times 20 = 194,40 \text{ m}$$

Si se designa por (d) la distancia de transporte libre., dada en estaciones, y por L' el límite máximo de acarreo económico, se tiene

$$L' = (C_e/C_s) + d \text{ estaciones}$$

Los sobrearreos en el diagrama

Una de las mayores utilidades del diagrama de masas es la de la facilidad para determinar las distancias de sobreacarreo y los volúmenes de material correspondientes para los pagos a contratistas.

Es realmente impracticable, de otra manera, medir el exceso para cada carga y las mayores distancias de trasporte sobre la de acarreo libre.

En los pliegos de cargos para licitaciones en la adjudicación de contratos de construcción de carreteras se señala una distancia de trasporte o acarreo libre, que es aquélla que debe tomar en cuenta el licitante para que los precios unitarios de corte que propongan lleven incluido el costo de acarreo hasta esa distancia. Toda cantidad de material que deba trasportarse a distancias mayores se cobrará como exceso de acarreo por m^3 y por estación; es éste el sobreacarreo cuyo precio debe figurar también en la propuesta.

La distancia de trasporte libre está relacionada con el equipo mecánico que se requiera para la construcción. Así, según la máquina que haya de emplearse, pueden señalarse los siguientes límites para la distancia en cuestión:

Con bulldozer	hasta 100 m
Con traílla	hasta 300 m
Con moto- traílla	hasta 3 km
Con cargador y volquetas	más de 3 km

Definida esta distancia, en un estudio sobre movimiento de tierras se opera en el diagrama como pasa a explicarse.

La figura 131 presenta, en un tramo de vía localizada de 400 m de longitud, aproximadamente, el perfil y su correspondiente diagrama de masas, en el cual se ha adoptado como compensadora la recta AE que indica equilibrio de volúmenes entre las abscisas A' y C' y entre C' y E'.

Si la distancia libre de trasporte es de 60 m se toma en la escala del dibujo una longitud equivalente que, en situación horizontal, ocupe las posiciones de los segmentos (ab) en cada una de las dos canteras de compensación que muestra el diagrama.

En el estudio de la cantera de la izquierda ABC se registra lo siguiente: las intersecciones (a) y (b) con la curva indican que entre las abscisas (m') y (n') hay compensación, esto es, que en el corte n'B' se forma el terraplén m'B'; la ordenada Bx mide este volumen de material por mover; el área aBb representa el trasporte entre (m') y (n') que no paga acarreo porque su costo está computado en el precio unitario de

excavación; el área del rectángulo $MabN$ representa el transporte del volumen de corte $n'C'$, medido por la ordenada Nb , a través de los 60 m para formar el terraplén $A'm'$, transporte que es también libre de pago; la suma de las áreas AaM y NbC representa el exceso de transporte, que es la suma de los productos de los metros cúbicos por el exceso de distancia a la cual se deben transportar, exceso que constituye el sobreacarreo.

El problema práctico se concreta a obtener dos datos: el volumen de material en m^3 que debe pagar exceso de transporte y la distancia en la cual hay lugar al reconocimiento del sobreacarreo.

- a) Si la escala horizontal del diagrama es 1:2000 como la del perfil y la vertical $1\text{ cm} = 1000\text{ m}^3$, un centímetro cuadrado de área representa 20.000 unidades de transporte, como antes se explicó. En esta forma, si la medida total de las áreas AaM y NbC es, por ejemplo, de $7,8\text{ cm}^2$, esa medida equivale a $7,8 \times 20.000 = 156.000$ unidades de transporte (m^3 por m).

Dado que el precio estipulado de sobreacarreo sea de \$ 72 por m^3 / estación de 20 m, el volumen de sobreacarreo por estación será:

$$156.000/20 = 7.800\text{ m}^3$$

y el costo de sobreacarreo por estación,

$$7800 \times 72 = \$ 561.600$$

- b) En cuanto a la distancia de sobreacarreo, su determinación gráfica es igualmente breve. La distancia media de transporte en la cantera total de compensación ABC está dada por la longitud de la secante horizontal HI , trazada en el punto medio de la ordenada Nb que mide el volumen de material de sobreacarreo. Si esa longitud fuere, en la escala adoptada, de 9,4 cm, o sea de 188 m y dado que la distancia de acarreo libre es de 60 m, la distancia de sobreacarreo será de

$$188 - 60 = 128\text{ m} = 6,4\text{ estaciones} \approx 7\text{ estaciones}$$

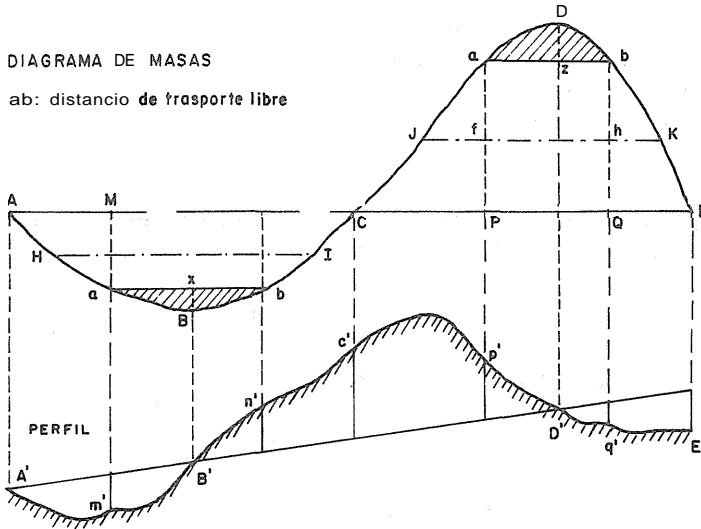
Luego el valor total de sobreacarreo será:

$$561.600 \times 7 = \$ 3'931.200$$

La distancia de sobrecarreo puede calcularse también, así: medidas las áreas AaM y NbC y traducido su total a unidades de transporte (156.000), se divide esta cifra por el equivalente en m^3 que indique la ordenada Nb en la escala vertical dada. Por ejemplo, si esta ordenada midiere 1,2 cm que equivale a $1200 m^3$, la distancia de sobrecarreo sería:

$$156.000/1200 = 130 m = 6,5 \text{ estaciones} \approx 7 \text{ estaciones}$$

Las unidades de transporte son un producto de volumen por distancia; su división por volumen da distancia.



- Figura 131 -

Un estudio análogo sobre la cantera de compensación CDE de la derecha (fig. 131) conduce a los resultados requeridos en el sistema de transporte que ella representa: (ab) es la distancia de transporte libre; el área aDb es la medida de transporte del volumen Dz en la distancia máxima ab sin sobrecosto por acarreo; el área $PabQ$ representa el transporte del volumen de corte $C'p'$, medido por la ordenada aP , a lo largo de (ab) , o sea transporte libre de pago; la suma de las áreas CaP y QbE representa el exceso de transporte, que debe pagarse adicionalmente; la longitud de la secante horizontal JK , trazada como mediatriz de la ordenada aP , equivale a la distancia media de transporte total para la

compensación de tierras entre las abscisas C' y E'; esa longitud, disminuida en la distancia de transporte libre (f_u), señala la distancia de sobrecarreo integrada por los segmentos Jf y hK; el segmento CE de la compensadora indica la distancia máxima de transporte en el movimiento de compensación dispuesto entre las abscisas C' y E'.

Si en una licitación para obras de tierra en una vía de comunicación se prescinde de fijar distancia de transporte libre para omitir el pago de sobrecarreo y evitar así variaciones en el presupuesto de la obra, la utilidad del diagrama de masas es aún mayor para el proponente, pues sólo un estudio juicioso y amplio de los posibles sistemas de transporte le permitirán definir adecuadamente un precio unitario único para corte, que incluya todo costo de acarreo.

En la elaboración del diagrama de masas juega un papel importante el estudio geotécnico de la vía. El análisis de los suelos de los cortes permite conocer si éstos son aptos para la construcción de los terraplenes, es decir, si su comportamiento mecánico después de la compactación es adecuado y se mantiene a través de la vida útil de la obra. En el caso de que los materiales de corte no reúnan las condiciones para ser sometidos al proceso mecánico de compactación deberá prescindirse de éstos y recurrir a bancos de préstamo.

USO DE COMPUTADORES EN EL DISEÑO DE VIAS

Se produce hoy gran variedad de minicomputadores, microcomputadores y microcomputadores de bolsillo que, cada uno en su capacidad, presenta una invaluable cooperación en el diseño de vías.

Por medio de minicomputadores y programas sofisticados se logra ver en pantalla la sucesión de secciones transversales de un diseño específico, dando al observador la sensación de conducir un vehículo a una velocidad de diseño para la evaluación del proyecto.

El microcomputador con menor versatilidad en su lenguaje y capacidad de memoria es la herramienta diaria de cálculos repetitivos, logrando gran rapidez y economía en labores de oficina; así, por ejemplo, el dibujo de 1 km de perfil elaborado a mano requiere de una hora promedio de trabajo, lo cual, con un micro y su graficador se logra realizar en un tiempo máximo de cinco minutos, con un mínimo de error.

Los documentos así elaborados conservan los formatos convencionales.

El equipo aconsejable para trabajos en diseño de vías constaría de:

- a) Microprocesador entre 64 y 128 k de memoria RAM (Random Access Memory) y un manejador incorporado para discos de ocho pulgadas.
- b) Impresora de matriz a puntos con 132 columnas.
- c) Graficador con papel en rollo y escritura en un color.

Existe en el mercado un conjunto especializado que logra compaginar el campo y la oficina, mediante un distanciómetro electrónico que graba los datos obtenidos en el campo de una cinta cassette, la cual es leída después por el micro en la oficina, en donde procesa carteras por impresora y planchas completas por Graficador.

Los microcomputadores de bolsillo ofrecen memoria suficiente para cálculos cortos que se pueden obtener con impresora o sin ésta, comprobando su eficiencia para cálculos de campo.

CAPITULO

EL DRENAJE EN CARRETERAS

Por el Ingeniero Pavo **Hernán Bravo Fernández**

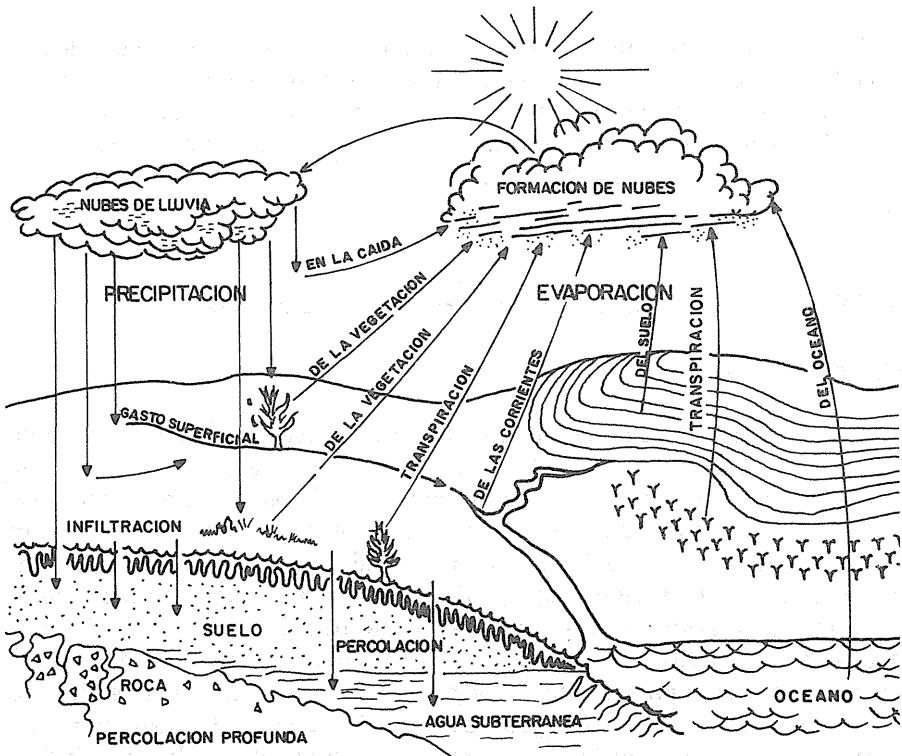
La vida útil de una carretera y su estado de conservación están supeditados, entre otros factores, al drenaje y subdrenaje previstos en la etapa de diseño y complementados durante el proceso de mantenimiento vial. La eficiente evacuación de las aguas, tanto naturales como superficiales, determinan la duración de la carretera y su nivel de servicio.

SECCION HIDRAULICA DE LAS OBRAS DE DRENAJE

Datos **cálculo**

Para el paso de una vía sobre cauces naturales se requiere el cálculo de la sección o área hidráulica de las estructuras, de manera que respondan adecuadamente a los máximos caudales obtenidos mediante la aplicación de fórmulas empíricas, para lo cual se debe contar con un registro suficiente de lluvias de donde se deducen las curvas de "Intensidad-Frecuencia-Duración". Este gráfico suministra el dato de Intensidad de lluvia requerido en las fórmulas para una duración y frecuencia dadas. Es necesario, además, disponer de mapas o cartas aerofotogramétricas de la región para conocer el área aferente, es decir, la superficie de la cuenca que verterá sus aguas al sitio de la obra. El coeficiente de escorrentía, incluido en las fórmulas que se presentan adelante, indica las condiciones de la cuenca y la permeabilidad del suelo; deberá consultarse de acuerdo con el tipo de terreno y su vegetación, utilizando cuadros donde se obtiene el valor propiamente por adoptar en cada caso. También se debe conocer la duración de la lluvia que hacemos igual al tiempo de concentración y la pendiente longitudinal del cauce.

Tales datos, aplicados en las fórmulas con el buen criterio que debe acompañar al proyectista, dan un margen de seguridad y economía en el dimensionamiento de las obras de drenaje de un proyecto vial. El presente capítulo se limita a presentar, en forma general, una reseña práctica de los factores hidráulicos e hidrológicos que intervienen en el cálculo y diseño de los elementos que conforman el drenaje para carreteras. Incluye, al final, un comentario acerca de consideraciones geotécnicas para cimentación de las obras y algunas generalidades sobre subdrenajes.



- Figura 132 -

REPRESENTACION DESCRIPTIVA DEL CICLO HIDROLOGICO

FACTORES BASICOS APLICADOS AL ESTUDIO DEL DRENAJE

Conviene definir, previamente, los factores básicos que intervienen en las fórmulas empíricas para el cálculo de máximos caudales.

La secuencia de los acontecimientos que presentan los varios movimientos del agua recibe el nombre de ciclo hidrológico. Estos acontecimientos son: precipitación, infiltración, evaporación, transpiración, intercepción, escurrimiento superficial, escurrimiento subterráneo y almacenaje.

A continuación se definen los principios hidráulicos e hidrológicos que se utilizarán en la presente reseña, que trata de introducir al estudiante en estas áreas de la Ingeniería aplicadas al drenaje vial.

Hidrología: Es la ciencia que trata de la precipitación del agua, encima y debajo de la superficie de la tierra.

Hidráulica: Ciencia de la hidrodinámica que trata del modo de conducir y elevar las aguas. Se define también como la ciencia que trata sobre las leyes del equilibrio y movimiento del agua y modo de aplicar éstos a la solución de problemas prácticos.

Precipitación pluvial: Es la caída del agua en forma líquida o sólida sobre la superficie de la tierra.

Intensidad: Es la mayor o menor cantidad de agua que cae en un lapso de tiempo determinado. Se expresa en mm, cm, o pulg/hora.

Frecuencia: Es la mayor o menor ocurrencia con que una lluvia de determinada duración e intensidad puede repetirse. Así, si durante 50 años se presenta una lluvia con una intensidad tal que es igualada o excedida diez veces, esa lluvia tendrá una frecuencia de 5 años.

Período de retorno: En el diseño, la frecuencia de recurrencia de lluvias de magnitud específica recibe el nombre de período de retorno, el cual es aplicado de acuerdo con la magnitud de la obra por diseñar. En nuestro medio son usuales los siguientes períodos de diseño: puentes 50 años, alcantarillas 25, obras menores 10, cunetas 5.

Tiempo de concentración: Es el tiempo requerido para que el agua que cae en el punto más alejado de la **cuenca** al punto de salida. Se expresa en minutos o en horas, según **lo** la fórmula.

Escorrentía: Es **agua** precipitación que se desplaza superficialmente. Se llama también escurrimiento superficial, descarga o caudal.

FORMULAS EMPIRICAS PARA CALCULAR LA SECCION HIDRAULICA DE UNA OBRA DE DRENAJE

Para la evaluación **los** métodos empíricos permiten estimar un área o sección hidráulica adecuada para alcantarillas y otras obras de drenaje.

Fórmula de A.N. Talbot. Profesor **la** Universidad de Illínois.

$$s = 0.183 C (A)^{0.75}$$

En la cual: s = Sección **hidráulica** en m².
 C = Coeficiente de escorrentía
 A = Area aferente en Ha.

Aplicable a cuencas con áreas entre 100 y 20.000 Ha. Es útil en la etapa de anteproyecto en una vía.

La fórmula supone una **máxima** (1) de 100 mm/hora. El coeficiente C depende de la **pendiente** del terreno drenado. Para diversas condiciones se recomiendan los valores siguientes:

Condición del Terreno	Valor de C
Terrenos rocosos, con pendientes abruptas.	1.00
Terrenos quebrados, con pendientes moderadas	0.66
Valles irregulares, muy anchos en comparación con el largo	0.50
Terrenos agrícolas ondulados, siendo el largo del valle 3 ó 4 veces el ancho	0.33
Zonas planas, no afectadas por acumulación de nieve o inundaciones.	0.20

Fórmula de Burki - Ziegler

Cuando la cuenca de la ~~que se~~ tiene un área aferente o tributaria mayor de 1.0 Km² Y ~~la fórmula~~, la fórmula indicada para estimar los caudales es la ~~que~~ la intensidad la lluvia y tiene la siguiente ~~expresión~~

$$Q = 69.5 C I A^{0.75} S^{0.25}$$

En donde

- C = Caudal en lt/seg
- C = Coeficiente de escorrentía
- I = Intensidad de la lluvia, correspondiente al tiempo de concentración, en mm/hora.
- S = Pendiente de la hoyo en m/Km.
- A = Area aferente o de escorrentía en Km².

Con el caudal de escorrentía se ~~la~~ fórmula empírica para encontrar el lado de la ~~que se~~ que se considera de sección cuadrada; la fórmula es aplicable en zonas ~~de~~ de lluviosidad media y fue obtenida mediante una ~~regresión~~ no lineal.

$$L = 0.824 Q^{0.359} \text{ (m); } Q \text{ en m}^3/\text{seg.}$$

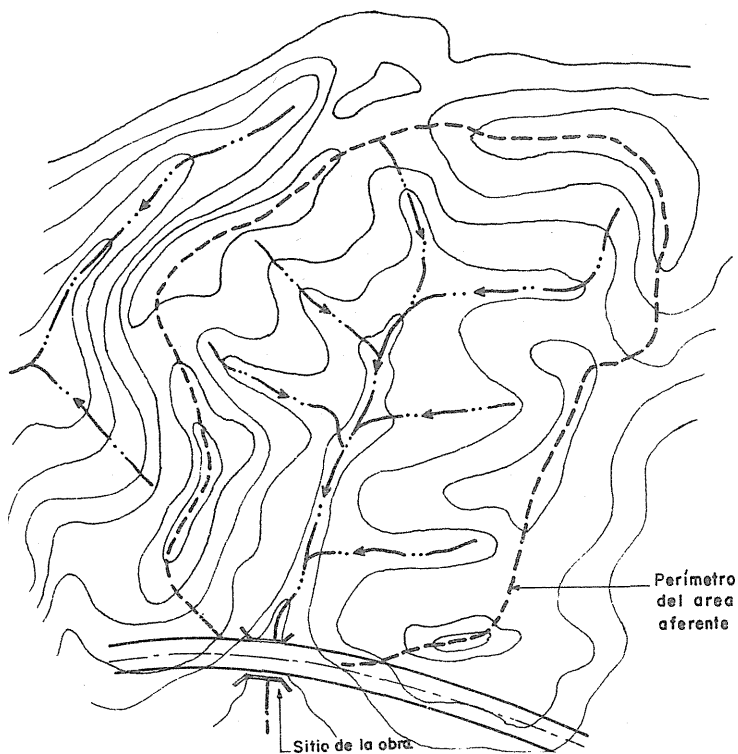
En la fórmula de Burki- ~~Ziegler~~ debe tenerse en cuenta el ~~de~~ de concentración de la hoyo, ~~será~~ será el mismo de la duración ~~la~~ la lluvia, pues en el momento en que ~~conlienza~~ conlienza a evacuar es de suponer que la cuenca no ~~es~~ es la lluvia será de suficiente duración para ~~simultánea~~ simultánea agua que cae sobre toda la ~~a~~ a la boca de la estructura de drenaje. La figura 133 ~~sobre~~ sobre la cual se demarca el área aferente de una cuenca.

El tiempo de concentración (tc) está dado por las siguientes fórmulas:

$$tc = 5.28 \left[\frac{L^2}{S} \right]^{\frac{1}{3}} \text{ (minutos)}$$

- L = Longitud del cauce en kilómetros
- S = Pendiente de cuenca en tanto por uno

IDENTIFICACION DEL AREA DE UNA CUENCA
AFERENTE A UNA OBRA DE DRENAJE



- Figura 133 -

$$te = \left[\frac{0.87L^3}{H} \right]^{0.385} \text{ (Horas). } \textit{(Kirpich)}$$

H = Diferencia de nivel, en metros, desde la obra hasta el nacimiento del cauce.

L = Longitud de la cuenca en kilómetros.

Ejemplos:

Calcular te para una cuenca que tiene 3.2 kilómetros de longitud y una diferencia de altura de 160 m, entre el sitio de la obra y su nacimiento.

Primera fórmula:

$$L = 3.2 \text{ kilómetros}$$

$$t_e = 5.28 \left[\frac{L^2}{S} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (\text{min})$$

$$s = \frac{160}{3200} = 0.05$$

$$t_e = 5.28 \left[\frac{3.2^2}{0.05} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$t_c = 5.28 (204.8)^{0.33}$$

$$t_c = 31 \text{ minutos.}$$

Segunda fórmula:

$$t_e = \left[\frac{0.87L^3}{H} \right]^{0.385} \quad (\text{Horas}).$$

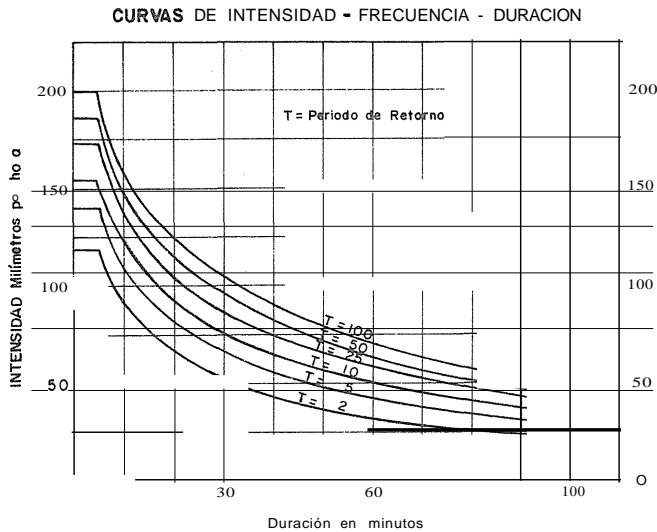
$$t_e = \frac{[0.87 \times 3.2^3]^{0.385}}{160}$$

$$t_e = \left[\frac{28.51}{160} \right]^{0.385}$$

$$t_c = (0.1781)^{0.385} = 0.51 \text{ Horas}$$

$$t_c = 31 \text{ minutos.}$$

El tiempo de concentración permite conocer una intensidad de lluvia (I) con base en las curvas de Intensidad-Frecuencia-Duración de la región y así calcular el caudal máximo de escorrentía Q con la fórmula. Un ejemplo de tales curvas se indica en la figura 134. Para la utilización de las curvas es necesario adoptar, previamente, un período de retorno, de acuerdo con la magnitud de la obra que se proyecta.



- Figura 134 -

Diseño de Cunetas

Hay varias metodologías para el diseño de cunetas, similares a las de canales abiertos. La más generalizada es la que tiene aplicación de la fórmula de Manning, para estudiar el caudal que es capaz de transportar la cuneta o zanja, con base en la estimación de las aguas de escorrentía para una lluvia máxima y una frecuencia o período de retorno adoptados previamente, que para cunetas se estima en 5 años.

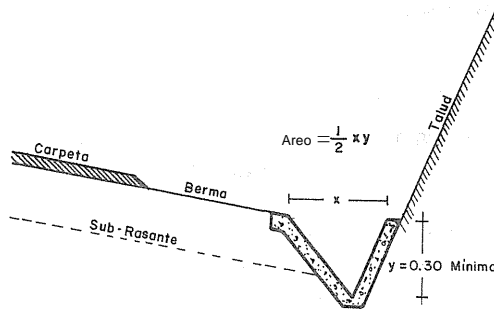
Fórmula de Manning:

$$q = (1/n) a r^{2/3} s^{1/2} \text{ (m}^3\text{/seg).}$$

En donde:

- q = Caudal que transporta la cuneta en m³/seg.
- r = Radio hidráulico (área/perímetro mojado).
- s = Pendiente en tanto por uno, que coincide con la pendiente de la Vía.
- n = Coeficiente de fricción (0.017 en concreto y 0.027 en tierra).
- a = Área de la cuneta en m², a plena sección.

CUNETA TRIANGULAR REVESTIDA



- Figura 135 -

Para encontrar el caudal de escorrentía, o sea, las aguas que caen sobre el área aferente y que debe ser evacuado por la cuneta, se aplica la fórmula racional:

$$Q = 0.28 C I A$$

En donde:

Q = Caudal en m^3/seg

C = Coeficiente de escorrentía

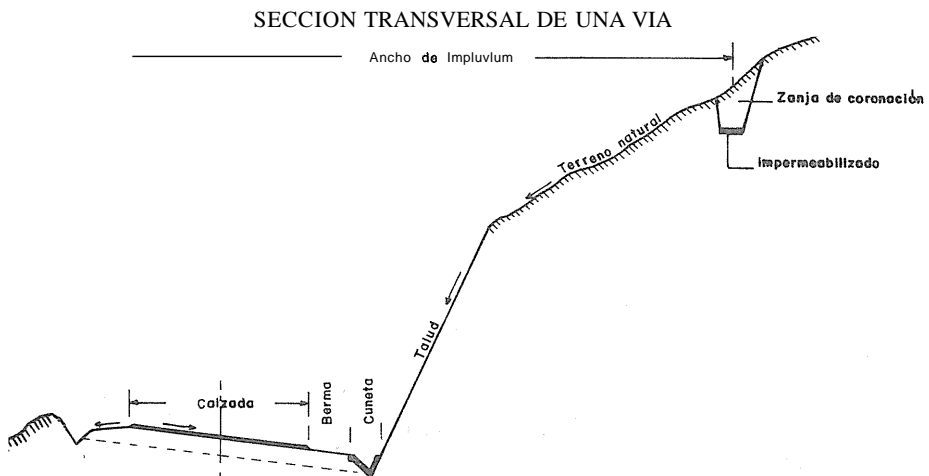
I = Intensidad de lluvia, correspondiente al tiempo de concentración, en mm/hora.

A = Área aferente en Km^2 .

Para determinar el área aferente A, que tributa las aguas lluvias hacia la cuneta, se toma sobre una sección transversal típica de la vía el ancho comprendido entre el eje de la calzada y la zanja de coronación, cuando ésta existe, por la longitud de la cuneta entre sumideros. El ancho se denomina también ancho de impluvium. Puede tomarse desde el borde exterior de la calzada cuando es en curva como la indica la figura 136. Cuando no existe zanja de coronación el método se torna laborioso, pues habría que escoger del proyecto sobre planos topográficos

un ancho típico promedio de acuerdo con la longitud de las laderas naturales aferentes. En proyectos en zona montañosa algunas firmas consultoras han adoptado anchos promedios hasta de 70 m. para el área aferente y posterior cálculo de la capacidad de la cuneta.

El coeficiente C se escoge de las tablas presentadas anteriormente y el tiempo de concentración o duración de lluvia se adopta entre 5 y 10 minutos para obtener la intensidad de lluvia en el gráfico respectivo.



- Figura 136 -

Cuando se trata de cunetas en tierra debe entrar en los cálculos el valor de la velocidad no erosiva para el tipo de suelo que se tenga en la explanación.

La comparación de los valores obtenidos para los dos caudales, el aferente y el que alcance a transportar la cuneta, permite conocer si la sección diseñada de la cuneta está en capacidad de cumplir su función hidráulica para las precipitaciones máximas del lugar, para una longitud dada y para diferentes pendientes de la vía.

Otro método se menciona en este capítulo para conocer la distancia mínima entre sumideros o alcantarillas, cuando ya se dispone de una

sección de cuneta. Consiste en igualar las dos fórmulas expresadas, la de Manning y la Racional y despejar la longitud de la cuneta, transformando el área aferente en los factores $B \times L$ (ancho de impluvium \times longitud de cuneta).

Se obtiene así, analíticamente y posteriormente graficando, longitudes máximas de cunetas para un diseño predeterminado de éstas y para diferentes pendientes longitudinales de la Vía.

de obras de drenaje

La determinación de la estructura que mejor se acomode a las condiciones hidráulicas y geotécnicas es una labor que requiere experiencia y suficiente capacidad técnica del Ingeniero.

En la escogencia del tipo de obra, además del cálculo de la sección hidráulica, debe tenerse en cuenta el suelo de cimentación y la posibilidad de que el cauce produzca arrastre de materiales que pudieran obstruirla o dañarla.

Hay una variedad de obras para el drenaje de las aguas naturales que cruza una carretera. Se destacan, entre otras, por su facilidad de construcción o disponibilidad de materiales, los siguientes tipos de estructuras:

Alcantarillas metálicas (de tubo circular o abovedado).

Alcantarillas de tubo de concreto simple de $\phi = 0.60$ m. y reforzado para diámetros mayores.

Alcantarillas de muros y losa, denominadas también tajeas, con una luz comprendida entre 1.0 y 5.0 m.

Alcantarillas de cajón o box-culvert.

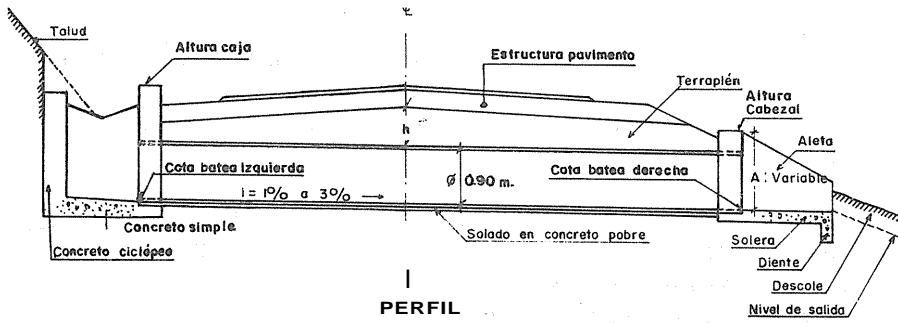
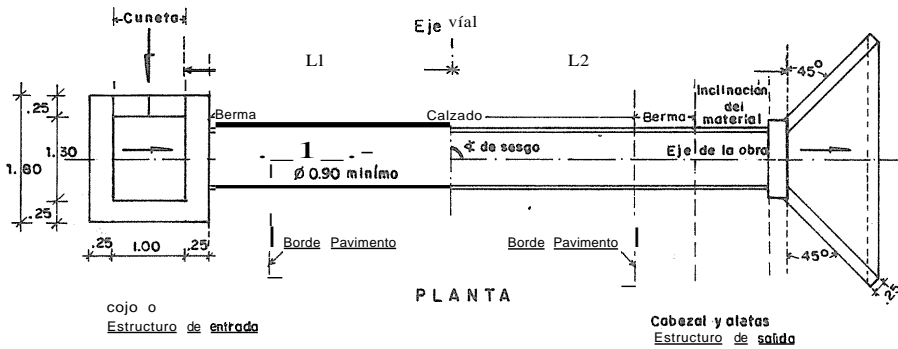
Alcantarillas de sección abovedada en concreto.

Pontones y puentes.

Para caminos de penetración está generalizada la batea, consistente en una placa de concreto a nivel de superficie del afirmado.

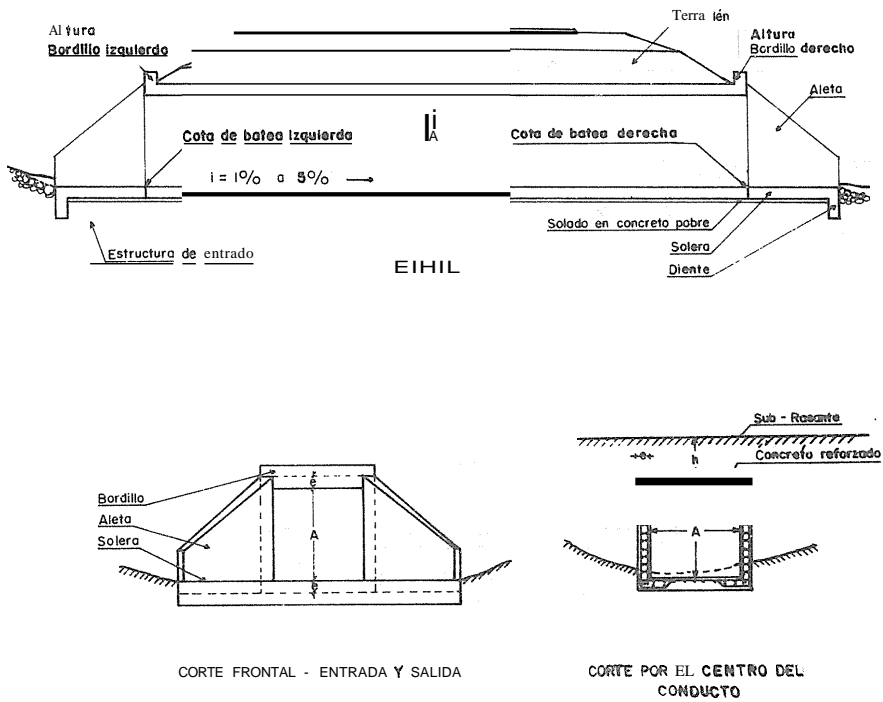
Las figuras ilustran sobre algunas de las obras más utilizadas en las carreteras.

ALCANTARILLA TIPICA DE TUBO



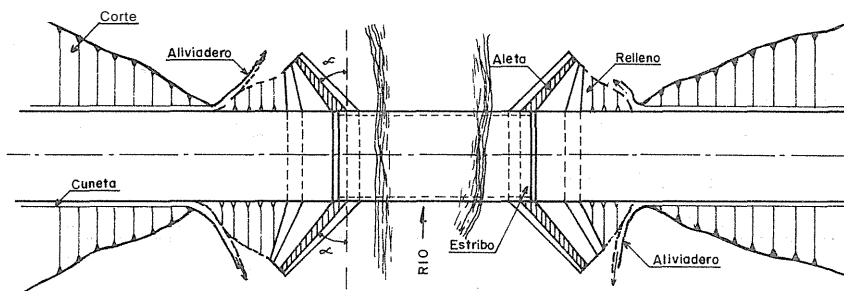
- Figura 137 -

ALCANTARILLA DE CAJON (BOX - CULVERT)

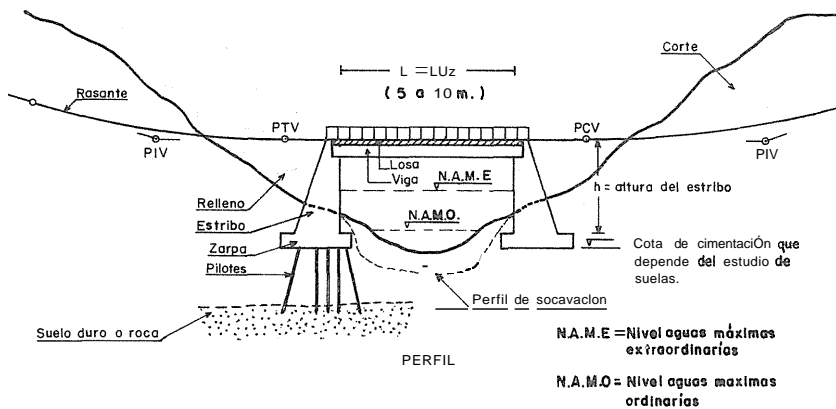


- Figura 138

PONTON



PLANTA



- Figura 139 -

LOCALIZACION DE LAS OBRAS

La eficiencia y operación de una alcantarilla dependen de su ubicación con respecto a la dirección de la corriente del cauce por evacuar. La colocación de una obra implica la restricción del paso natural de las aguas, especialmente en sus máximas crecientes. Por esta razón, es conveniente observar una serie de principios que suministran los manuales de drenaje para la localización de las alcantarillas, en procura de evitar futuras socavaciones o erosiones que la destruyan o encarezcan su conservación, o que se produzcan cambios bruscos en la dirección del cauce.

Principios Básicos

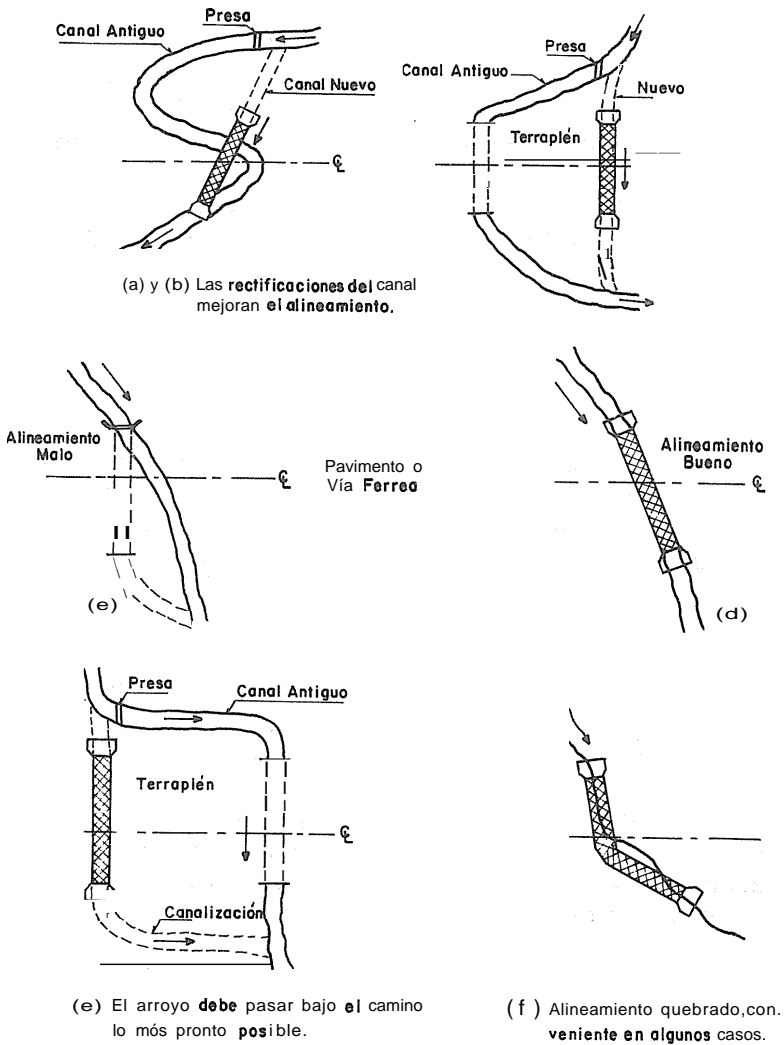
En lo posible, la corriente debe entrar y salir de la obra en la misma línea del cauce natural, ya sea variando ligeramente la dirección de éste o alineando oblicuamente el eje de la alcantarilla con respecto al eje de la vía. Un alineamiento oblicuo requiere mayor longitud, justificado por la eficiencia hidráulica y la seguridad del camino o carretera.

La velocidad adecuada de flujo para una alcantarilla es la que no ocasiona sedimento ni erosión. No es aconsejable velocidades que excedan los 3 m/seg, ni pendientes menores de 1.0 %.

La longitud necesaria para una alcantarilla depende de la anchura del camino, altura del terraplén, y los taludes, pendiente y oblicuidad. Los extremos de la alcantarilla deben diseñarse de manera que reciban adecuadamente los taludes del terraplén. Debe observarse que el eje vial no necesariamente divide la alcantarilla en dos partes iguales.

Los esquemas de la figura 140 indican algunos métodos recomendados para determinar el alineamiento correcto de las alcantarillas.

ALINEAMIENTO DE ALCANTARILLAS



- Figura 140 -

CONSIDERACIONES GEOTECNICAS RELACIONADAS CON LA CIMENTACION DE ALCANTARILLAS

Se considera que una alcantarilla es una obra con una luz comprendida entre 0.6 y 5.0 metros, con diversidad de diseños, de acuerdo con las condiciones hidráulicas y del suelo de cimentación. Existen entre este tipo de drenajes, obras rígidas y obras flexibles. Las primeras sufren deformaciones muy pequeñas bajo el peso del terraplén y sobre los lados de ellas. Las alcantarillas flexibles, generalmente de lámina corrugada, se usan mucho de sección circular pero tienen otras secciones como la ovoidal y la elíptica, apropiadas para gastos mayores que las que desalojan los conductos circulares.

Alcantarillas rígidas

En suelos muy blandos suele recurrirse a la construcción de cajones de concreto. Cuando el suelo tiende a ser cenagoso es preferible iniciar la construcción del terraplén para mejorar el piso y evitar así asentamientos muy grandes, que destruyen las obras rígidas convencionales o las deforman más allá de lo tolerable cuando son flexibles. Esta solución de construir la obra sobre parte del terraplén es posible si no se perjudica el comportamiento hidráulico al elevar la obra, o no se crea un almacenamiento de agua que pueda infiltrarse en el terraplén.

El cajón de concreto o box-culvert, es la estructura que resuelve el problema de falta de capacidad del suelo, pues le transmite a éste un mínimo de niveles de esfuerzo, cuando por capacidad hidráulica quede restringido el uso de tubería.

La estructura rígida del box soporta mejor los movimientos del terraplén sobre el terreno de cimentación compresible, pues aunque sufran agrietamientos que hayan de ser calafateados, su función no se ve esencialmente comprometida por el asentamiento y, al comunicar al terreno esfuerzos del orden de los que comunica el propio terraplén, se eliminan los problemas por asentamiento diferencial, de otro modo tan grave. Las alcantarillas en concreto reforzado deben tener un análisis estructural respectivo.

Estructuras flexibles

La flexibilidad de una alcantarilla metálica alivia considerablemente los estados de esfuerzos actuantes en la propia estructura, en comparación a una idealmente rígida, debido al fenómeno de arqueo sobre la bóveda, que puede ser hasta un 5% de la máxima dimensión vertical.

En los Manuales de Drenaje se especifica claramente la utilidad de estas tuberías según el requerimiento hidráulico y estructural de cada caso.

De otra parte, se recomienda dejar una contraflecha en el centro respecto a las orillas debido al mayor asentamiento que se produce en este punto cuando se construyen terraplenes en terreno compresible.

De los varios tipos de estructuras para drenajes que actualmente se usan en la tecnología de las vías terrestres, ninguno se debe considerar como la solución óptima de todos los problemas; todos tienen sus ventajas y sus inconvenientes.

Los tubos metálicos funcionan convenientemente aún en suelos de muy baja capacidad de carga, pues comunican al terreno de cimentación presiones muy bajas. Son también fáciles de y manejar y están disponibles en gran variedad de tamaños, secciones y calibres de lámina, lo que permite libertad para llegar al diseño óptimo en cada caso.

Las obras de concreto o mampostería resultan más baratas donde hay disponibilidad de materiales y el suelo de cimentación no plantea problemas especiales de capacidad de carga.

Hacen inconvenientes a las alcantarillas metálicas todas las aguas de naturaleza corrosiva, so pena de usar protecciones muy costosas sobre la lámina de acero. El concreto y la mampostería resisten así mismo mucho mejor el efecto erosivo de aguas a alta velocidad.

El subdrenaje de las carreteras

El sub-drenaje en obras viales es uno de los capítulos que requiere especial atención para asegurar la estabilidad y el buen funcionamiento de las obras ejecutadas en suelos o que descansan sobre ellos.

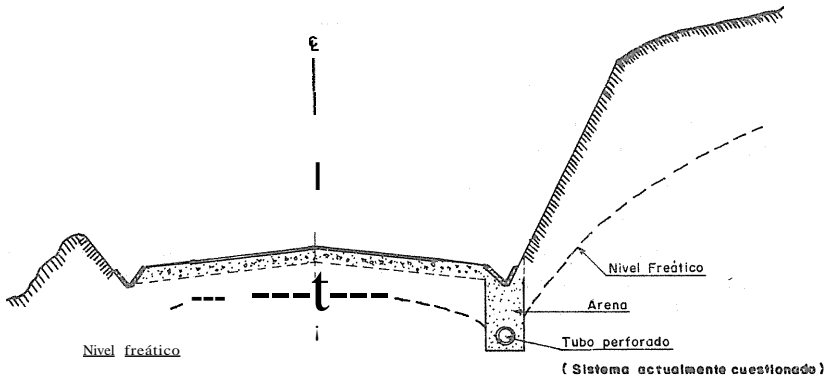
Esta importancia radica fundamentalmente en la gran influencia que el agua tiene en el comportamiento mecánico de los suelos y en la estabilidad de cortes y terraplenes. Ya sea que el agua se encuentre fluyendo a través de las masas de suelo o que esté en forma estática, su presencia afecta el comportamiento del suelo y la durabilidad de los pavimentos.

En muchos casos, un buen drenaje superficial es suficiente para garantizar un buen funcionamiento de las obras viales. Esto es especialmente cierto cuando el nivel freático es profundo y no existen flujos de agua en las masas de suelo próximas a la superficie. Sin embargo, estas condiciones óptimas no siempre se tienen y habrá necesidad de proyectar obras de sub-drenaje, tanto para abatir el nivel freático como para captar y canalizar los flujos de agua subterránea que pudieran afectar el buen funcionamiento de las estructuras de tierra.

Las obras de sub-drenaje más generalizadas son las de tubería perforada, cubierta con arena de gradación especificada pero está actualmente cuestionada por sufrir obstrucción según concepto de ingenieros de conservación; o bien, el filtro francés, consistente en la colocación de piedra a lo largo de la zanja construida debajo de la cuneta envueltas por una tela geotextil.

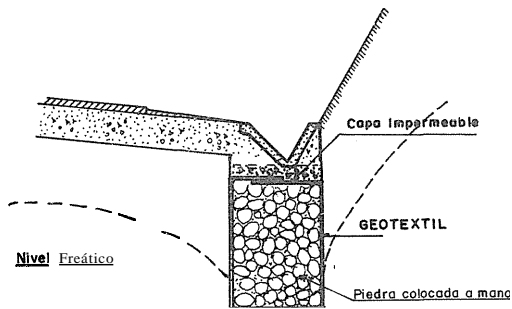
Un ejemplo de los dos tipos de sub-drenaje se muestra en las figuras siguientes:

SECCION TRANSVERSAL TIPICA
CON SUB-DRENAJE DE TUBERIA PERFORADA



- Figura 141 -

FILTRO FRANCÉS



- Figura 142 -

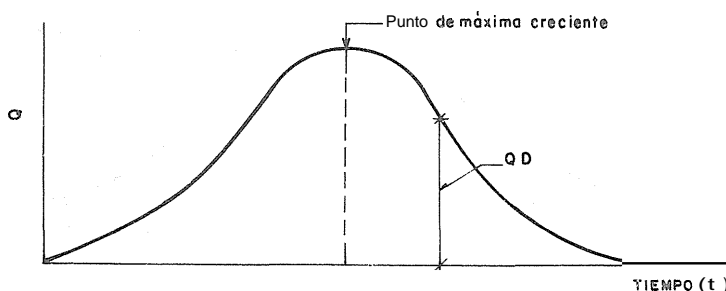
CALCULO DE AGUAS MAXIMAS PARA ESTRUCTURAS MAYORES DE DRENAJE

Para cuencas grandes, que requieren de obras mayores a las señaladas en las fórmulas empíricas descritas anteriormente, existen varios métodos para calcular caudales máximos, utilizados universalmente. El más extendido es del Hidrógrafo Unitario.

Teoría del Hidrógrafo Unitario

Existen numerosas ocasiones en el planteamiento, diseño y operación de sistemas hidráulicos en los cuales es necesario estimar las crecientes provenientes de aguaceros, específicamente para la determinación hidráulica de las dimensiones de un puente. La técnica del Hidrógrafo Unitario consiste en transformar la lluvia en escorrentía directa superficial, medida en un plmto específico de una cuenca o área de drenaje que, para este caso, sería el sitio escogido como ponteadero o localización de un puente.

HIDROGRAFO DE UNA CUENCA



- Figura 143 -

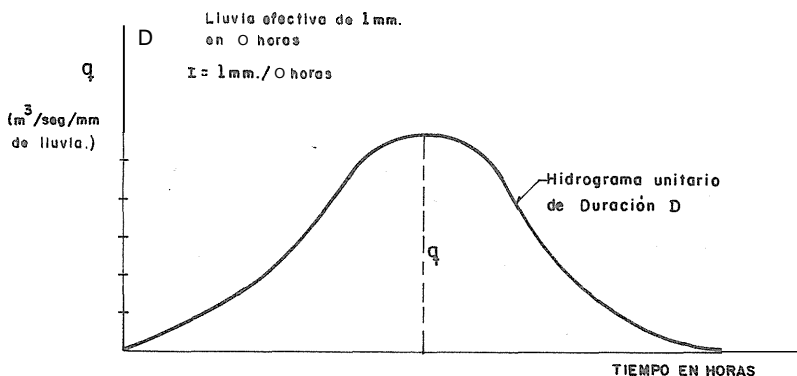
El Hidrógrafo Unitario es, propiamente, la representación gráfica de dicha escorrentía directa en un punto del cauce, resultante de una unidad de lluvia efectiva que ocurre en un intervalo de tiempo (D). La unidad de lluvia es normalmente 1 cm o lmm.

Un Hidrógrafo se obtiene realizando aforos en un punto de una corriente y leyendo los caudales con aparatos llamados limnógrafos. Se elaboran así curvas de caudales como la indicada en la figura 143.

El área bajo la curva da el volumen total de agua que caería sobre la superficie de la cuenca. Si dividimos el caudal medio QD entre el volumen de agua nos da un valor de caudal unitario, es decir el caudal para 1 mm de lluvia de duración D , para una determinada intensidad de lluvia medida en $mm/hora$.

Del estudio de varias curvas de caudales, así obtenidas, se deduce un Hidrógrafo Unitario para determinada cuenca, vale decir, se elabora el gráfico del caudal que produciría un milímetro de lluvia sobre la cuenca en el intervalo de tiempo D . Figura 144.

HIDROGRAFO UNITARIO



- Figura 144 -

Para estimar el caudal pico de diseño de estructuras hidráulicas se aplica, al Hidrógrafo Unitario, una lluvia máxima efectiva, es decir, la lluvia máxima ocurrida en 50 ó 100 años, descontando pérdidas por interceptación de la vegetación e infiltraciones que no contribuyen a la generación directa de escorrentía superficial. Estas pérdidas se estiman con la utilización de coeficientes de escorrentía suministrados por

tratadistas especializados en la materia. Métodos de obtención de lluvia efectiva pueden consultarse en la bibliografía citada al final de este resumen.

No siempre se cuenta con registros suficientes para conocer la máxima lluviosidad de una región. Por lo general es necesario recurrir a métodos probabilísticos para calcular una lluvia total de diseño, partiendo de la serie histórica de lluvias máximas anuales de que se disponga. Para puentes, por ejemplo, debe contarse con una serie de datos por lo menos de 50 años. Para registros incompletos, no menores de 10 años, debe efectuarse un análisis de frecuencia o distribución de probabilidad del evento máximo entre muchos eventos.

Determinación del nivel de aguas máximas

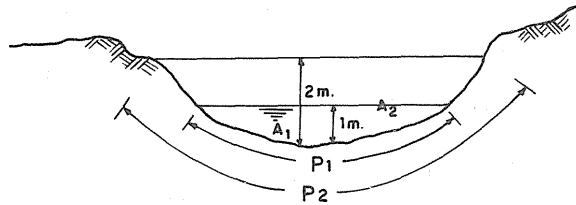
Conocido el caudal de diseño (Q), lo mismo que la sección transversal del sitio del ponteadero y la pendiente longitudinal (S) del lecho del río, por lo menos 100 m. aguas arriba y abajo del ponteadero, es posible conocer el nivel de aguas máximas, bien sea por tanteos o mediante la aplicación de un método analítico basado en la fórmula de Manning.

En efecto, esta fórmula puede descomponerse en dos términos:

Q	Caudal máximo de diseño
n	Coficiente de rugosidad
S	Pendiente en tanto por uno
A	Area mojada
R	Radio hidráulico

Los valores Q, n y S son conocidos y constantes. En la medida que sube el nivel de agua varía el segundo término de la ecuación. Llegará al nivel máximo cuando sea igual al valor constante del primer término de la ecuación.

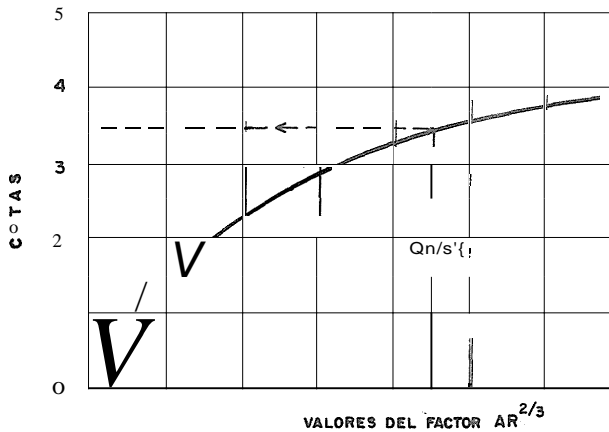
SECCION TRANSVERSAL DEL CAUCE
EN EL SITIO DEL PONTEADERO



- Figura 145 -

Se facilita el cálculo dibujando una curva - cota vs. $AR^{2/3}$ - que se llama método de calibración de la sección transversal. Para cada metro de altura del nivel de agua se obtiene un área y un perímetro mojado para calcular el radio hidráulico y así el factor $AR^{2/3}$. Se dibuja la curva y para el valor desarrollado de $QnJS^{1/2}$ se sube a un punto de la curva que corresponderá a la cota de aguas máximas.

CURVA DE CALIBRACION DE LA SECCION TRASVERSAL



- Figura 146 -

BIBLIOGRAFIA DEL CAPITULO 11

Jacob Carciente. "Carreteras Estudio y Proyecto". Imprenta Universitaria. Caracas (Venezuela) 1.965

Paulo Emilio Bravo y Cia Ltda." Estudio variante Timbío-EI Estanquillo". 1.979.

Alfonso Rico y Hermilo del Castillo." La ingeniería de suelos en las vías terrestres". Editorial Limusa. México. 1.977

Linsley, Kohler and Paulhus. "Hidrology for Engineers". Mc Graw Hill Book Co. New York. 1.982.

Chow Ven Te. "Handbook of Applied Hidrology". Mc Graw Hill Book Co. New York. 1.965.